

Определитель и его свойства

Определитель квадратной матрицы

$$\Delta \equiv \det A$$

есть некоторое
число, которое вычисляется из
элементов матрицы по
определенному правилу

Вычисление определителей

1. Определитель 1-го порядка равен самому элементу

$$\Delta_1 = |a_{11}| = a_{11}$$

Например: $\Delta_1 = |2| = 2,$ $\Delta_1 = |-7| = -7$

2. Определитель 2-го порядка находится по правилу

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c \quad |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Определитель 2-го порядка **равен** разности произведений элементов главной и побочной диагонали.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - (-3) \cdot 4 = 10 - (-12) = 10 + 12 = 22$$

Например:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -6 & -2 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = (-6) \cdot 7 - (-2) \cdot (-3) = -42 - 6 = -48$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - (-1) \cdot 3 = 13.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 0 \cdot (-4) = 10$$

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 15 - 8 = 7$$

Определитель 3 порядка

МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ 3

способами:

- Разложением по элементам 1 строки
- Метод треугольника или диагональный метод
- Методом Саррюса

Вычисление определителя
3 порядка методом разложения по
элементам первой строки

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} =$$

$$a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - b_1(a_2c_3 - c_2a_3) + c_1(a_2b_3 - b_2a_3)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

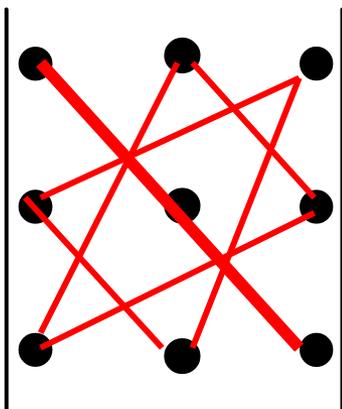
$$= 1(5 \cdot 9 - 8 \cdot 6) - 2(4 \cdot 9 - 7 \cdot 6) + 3(4 \cdot 8 - 7 \cdot 5) =$$

$$= (-3) + 12 - 9 = 0$$

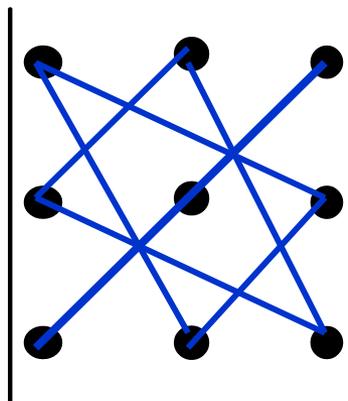
Метод треугольника или диагональный метод

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + a_2 b_3 c_1 - c_1 b_2 a_3 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2$$



+



-

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 4 \cdot 8 \cdot 3 - \\ - 7 \cdot 5 \cdot 3 - 8 \cdot 6 \cdot 1 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = \\ = 45 + 84 + 96 - 105 - 48 - 72 = 0$$

Метод Сарюсса

$$\begin{array}{ccc|cc} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{array} =$$

$$a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + a_2 b_3 c_1 - c_1 b_2 a_3 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 3 \cdot 4 \cdot 8 -$$

$$-7 \cdot 5 \cdot 3 - 8 \cdot 6 \cdot 1 - 9 \cdot 4 \cdot 2 =$$

$$= 45 + 84 + 96 - 105 - 48 - 72 = 0$$

Основные свойства определителей.

- 1. Определитель не изменится, если его строки заменить столбцами, и наоборот.
- 2. При перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак.
- 3. Определитель, имеющий два одинаковых ряда равен нулю.
- 4. Если все элементы одного ряда умножить на некоторое число k , то весь определитель умножится на это число.

Основные свойства определителей.

- 5. Если все элементы некоторого ряда пропорциональны соответствующим элементам параллельного ряда, то такой равен 0.
- 6. Если элементы какого-либо ряда представляют собой
- суммы двух слагаемых, то может быть разложен на сумму двух соответствующих определителей.

Основные свойства определителей.

- 7. Определитель не изменится, если к элементам одного ряда прибавить соответствующие элементы параллельного ряда, умноженные на любое число.