Определитель и его свойства

Определитель квадратной матрицы

$\Delta \equiv \det A$

есть некоторое число, которое вычисляется из элементов матрицы по определенному правилу

Вычисление определителей

1. Определитель 1-го порядка равен самому элементу

$$\boxed{\Delta_1 = |a_{11}| = a_{11}}$$

Например: $\Delta_1 = |2| = 2,$ $\Delta_1 = |-7| = -7$

2. Определитель 2-го порядка находится по правилу

$$\boxed{\Delta_2 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Определитель 2-го порядка равен разности произведений
элементов главной и побочной диагонали.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - (-3) \cdot 4 = 10 - (-12) = 10 + 12 = 22$$

Например:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -6 & -2 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = (-6) \cdot 7 - (-2) \cdot (-3) = -42 - 6 = -48$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2\cdot 5 - (-1)\cdot 3 = 13.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 2\cdot 5 - 0\cdot(-4) = 10$$

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 3\cdot 5 - 2\cdot 4 = 15 - 8 = 7$$

Определитель 3 порядка можно вычислить 3 способами:

- Разложением по элементам 1 строки
- Метод треугольника или диагональный метод
- Методом Саррюса

Вычисление определителя 3 порядка методом разложения по элементам первой строки

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} =$$

$$a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - b_1(a_2c_3 - c_2a_3) + c_1(a_2b_3 - b_2a_3)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

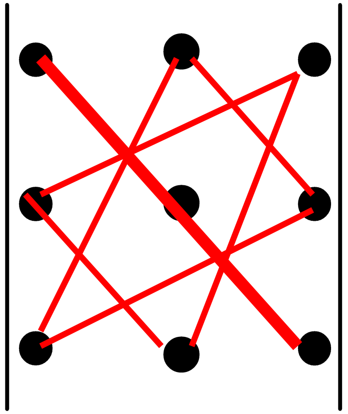
$$= 1 \cdot \left(5 \cdot 9 - 8 \cdot 6\right) - 2\left(4 \cdot 9 - 7 \cdot 6\right) + 3\left(4 \cdot 8 - 7 \cdot 5\right) =$$

$$= \left(-3\right) + 12 - 9 = 0$$

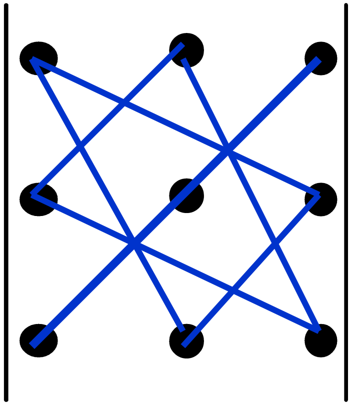
Метод треугольника или диагональный метод

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + a_2b_3c_1 - c_1b_2a_3 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2$$



+



-

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1\cdot5\cdot9 + 2\cdot6\cdot7 + 4\cdot8\cdot3 -$$

$$-7\cdot5\cdot3 - 8\cdot6\cdot1 - 4\cdot2\cdot9 =$$

$$= 45 + 84 + 96 - 105 - 48 - 72 = 0$$

Метод Сарюсса

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix} =$$

$$a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + a_2b_3c_1 - c_1b_2a_3 - a_1b_3c_2 - a_2b_1c_3$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{matrix} = 1\cdot 5\cdot 9 + 2\cdot 6\cdot 7 + 3\cdot 4\cdot 8 -$$

$$-7\cdot 5\cdot 3 - 8\cdot 6\cdot 1 - 9\cdot 4\cdot 2 =$$

$$= 45 + 84 + 96 - 105 - 48 - 72 = 0$$

Основные свойства определителей.

- 1. Определитель не изменится, если его строки заменить столбцами, и наоборот.
- 2. При перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак.
- 3. Определитель, имеющий два одинаковых ряда равен нулю.
- 4. Если все элементы одного ряда умножить на некоторое число *k*, то весь умножится на это число.

Основные свойства определителей.

- 5. Если все элементы некоторого ряда пропорциональны соответствующим элементам параллельного ряда, то такой равен 0.
- 6. Если элементы какого-либо ряда представляют собой
- суммы двух слагаемых, то может быть разложен на сумму двух соответствующих определителей.

Основные свойства определителей.

- 7. Определитель не изменится, если к элементам одного ряда прибавить соответствующие элементы параллельного ряда, умноженные на любое число.