

# **Использование нечеткой логики в экспертных системах**

# Использование нечеткой логики в экспертных системах

---

## Особенности нечеткой логики

Напомним, что нечеткую логику предложил Л.Заде, который распространил булеву логику на действительные числа.

В булевой логике **1** представляет *истину*, а **0** – *ложь*.

То же имеет место и в нечеткой логике, но кроме того, здесь используются также дроби между 0 и 1 для указания «частичной» истины. Так запись

$$p(\text{высокий}(X)) = 0.75$$

Означает, что предложение «*X* – высокий», в некотором смысле на три четверти истинно. Точно так же оно на одну четверть ложно.

# Особенности нечеткой логики

---

В нечеткой логике определены эквиваленты операций И, ИЛИ и НЕ:

$p1 \text{ И } p2 = \min(p1, p2)$  (т.е. меньшее)

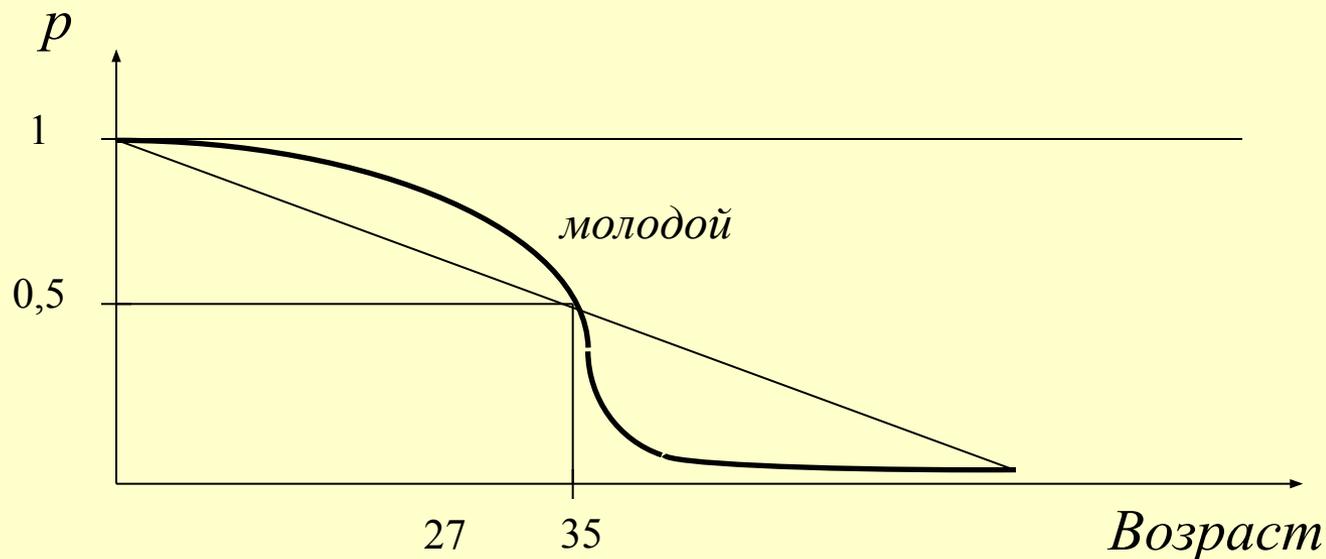
$p1 \text{ ИЛИ } p2 = \max(p1, p2)$  (т.е. большее)

$\text{НЕ } p1 = 1 - p1$  (т.е. «обратное значение»)

Т.о., нечеткие сведения можно комбинировать на основе строгих логических методов. Поэтому нечеткая логика может применяться в практических системах, например, в системах поддержки принятия решений.

# Особенности нечеткой логики

**Слабым местом** в нечеткой логике является функция принадлежности, вернее ее выбор. Предположим, что Петру 35 лет. Насколько истинно предположение, что он *молодой*? Равна ли его истинность величине 0.5, поскольку он прожил примерно полжизни, или 0.6?



Какова должна быть функция принадлежности, каков должен быть ее график (кривая или прямая)?

# Проблема выбора функции принадлежности

---

Для предпочтения одного вида функции другому нет серьезных рациональных обоснований, поэтому в реальной задаче могут присутствовать десятки и сотни подобных функций, каждая из которых до некоторой степени является произвольной.

Поэтому в практических системах, использующих нечеткую логику, например, в системе REVEAL, предусматриваются средства, позволяющие пользователю легко модифицировать различные принадлежности и/или устанавливать форму их графика.

# Проблема выбора функции принадлежности

---

Существует свыше десятка типовых форм кривых для задания функций принадлежности.

Наибольшее распространение получили:

- треугольная,
- трапецеидальная и
- гауссова функции принадлежности.

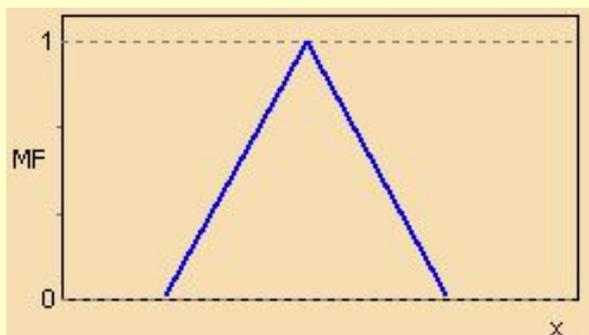
# Проблема выбора функции принадлежности

---

Треугольная функция принадлежности определяется тройкой чисел  $(a,b,c)$ , и ее значение в точке  $x$  вычисляется согласно выражению:

$$MF(x) = \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{x-b}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При  $(b-a)=(c-b)$  имеем случай симметричной треугольной функции принадлежности, которая может быть однозначно задана двумя параметрами из тройки  $(a,b,c)$ .



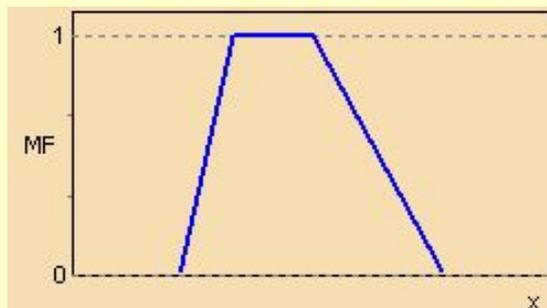
# Проблема выбора функции принадлежности

---

Аналогично для задания трапецеидальной функции принадлежности необходима четверка чисел (a,b,c,d):

$$MF(x) = \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ 1 - \frac{x-c}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При  $(b-a)=(d-c)$  трапецеидальная функция принадлежности принимает симметричный вид.



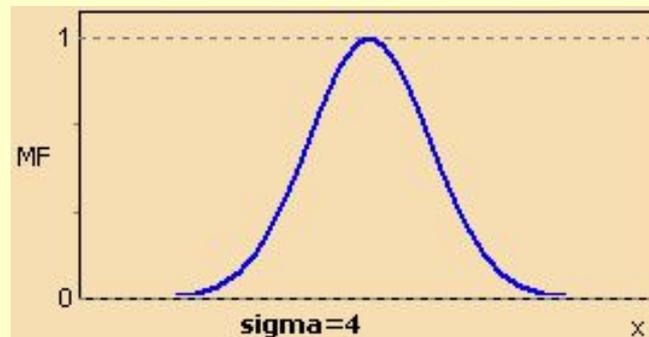
# Проблема выбора функции принадлежности

---

Функция принадлежности гауссова типа (нормальное распределение) описывается формулой

$$MF(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - c}{\sigma}\right)^2\right]$$

и оперирует двумя параметрами. Параметр  $c$  обозначает центр нечеткого множества, а параметр  $\sigma$  отвечает за крутизну функции.



# Проблема взвешивания отдельных сведений

---

Еще одной проблемой при использовании нечеткой логики является проблема взвешивания отдельных сведений и их использование в «нечетких правилах».

Предположим, что имеется два нечетких правила с одним и тем же следствием:

*Правило 1: если  $a$  И  $b$  то  $c$ .*

*Правило 2: если  $e$  ИЛИ  $f$  то  $c$ .*

При этом известны степени истинности (определенности)  $a$ ,  $b$ ,  $e$  и  $f$ :

$$p(a) = 1; p(b) = 0.8; p(e) = 0.5; p(f) = 0.4 .$$

Тогда из *Правила 1* степень истинности

$$p(c) = \min(1, 0.8) = 0.8 ,$$

а из *Правила 2*  $p(c) = \max(0.5, 0.4) = 0.5$  .

Какое из этих значений  $p(c)$  выбрать? Первое, второе? А может быть взять их среднее арифметическое?

# Схема Шортлиффа.

## Использование коэффициентов уверенности

---

Шортлифф (E. Shortliffe) разработал схему, основанную на так называемых коэффициентах уверенности, которые он ввел для измерения степени доверия к любому данному заключению, являющемуся результатом полученных к этому моменту свидетельств.

**Коэффициент уверенности** – это разность между двумя мерами:

$$КУ [h : e] = МД [h : e] - МНД [h : e], \quad (1)$$

где

$КУ [h : e]$  – уверенность в гипотезе  $h$  с учетом свидетельств  $e$ ,

$МД [h : e]$  – мера доверия гипотезе  $h$  при заданных свидетельствах  $e$ ,

$МНД [h : e]$  – мера недоверия гипотезе  $h$  при свидетельствах  $e$ .

$КУ$  может изменяться от  $-1$  (абсолютная ложь) до  $+1$  (абсолютная истина), причем  $0$  означает полное незнание.

# Схема Шортлиффа.

## Использование коэффициентов уверенности

---

Таким образом  $KU$  – это простой способ взвешивания свидетельств «за» и «против».

Заметим, что приведенная формула не позволяет отличить случай противоречащих свидетельств (и МД, и МНД обе велики) от случая недостаточной информации (и МД, и МНД обе малы), что иногда бывает полезно.

Заметим также, что ни  $KU$ , ни МД, ни МНД, не являются вероятностными мерами.

МД и МНД подчиняются некоторым аксиомам теории вероятности, но не являются выборками какой-нибудь популяции, и, следовательно, им нельзя дать статическую интерпретацию. Они просто позволяют упорядочить гипотезы в соответствии с той степенью обоснованности, которая у них есть.

# Схема Шортлиффа.

## Взвешивание свидетельств

---

Шортлифф ввел формулу уточнения для взвешивания свидетельств.

**Формула уточнения** позволяет непосредственно сочетать новую информации со старыми результатами. Она применяется и мерам доверия и недоверия, связанным с каждым предположением.

Формула для МД выглядит следующим образом:

$$МД [h : e1, e2] = МД [h : e1] + МД [h : e2] * (1 - МД [h : e1]) , \quad (2)$$

где запятая между свидетельствами  $e1$  и  $e2$  означает, что  $e2$  следует за  $e1$ .

Аналогичным образом уточняются значения *МНД*.

**Смысл формулы** состоит в том, что эффект второго свидетельства  $e2$  на гипотезу  $h$  при заданном свидетельстве  $e1$  сказывается в смещении *МД* в сторону полной определенности на расстояние, зависящее от второго свидетельства.

# Схема Шортлиффа.

## Формула уточнения

---

Формула (2) имеет два важных свойства:

1. Она **симметрична** в том смысле, что порядок  $e1$  и  $e2$  не существенен.
2. По мере накопления подкрепляющих свидетельств  $МД$  (или  $МНД$ ) движется к определенности.

Вернемся к примеру

*Правило 1: если  $a$  И  $b$  то  $c$ .*

*Правило 2: если  $e$  ИЛИ  $f$  то  $c$ .*

При этом степени истинности  $a$ ,  $b$ ,  $e$  и  $f$ :

$$p(a) = 1; p(b) = 0.8; p(e) = 0.5; p(f) = 0.4 .$$

Из *Правила 1* степень определенности  $p(c) = \min(1, 0.8) = 0.8$ ,

из *Правила 2*  $p(c) = \max(0.5, 0.4) = 0.5$ .

# Схема Шортлиффа.

## Формула уточнения

---

Применяя формулу (2) получаем:

$МД [c : \text{Правило 1}, \text{Правило 2}] =$

$$\begin{aligned} & МД [c : \text{Правило 1}] + МД [c : \text{Правило 2}] * (1 - МД [c : \text{Правило 1}]) \\ & = 0.8 + 0.5 * (1 - 0.8) = 0.9. \end{aligned}$$

Итак  $МД [c : \text{Правило 1}, \text{Правило 2}] = 0.9$ .

Т.о. объединенная мера доверия оказывается выше, чем при учете каждого свидетельства, взятого отдельно.

Это согласуется с нашей интуицией, что несколько показывающих одно и то же направление свидетельств подкрепляют друг друга.

Кроме того, можно поменять порядок применения правил 1 и 2, но на результатах это не отразится.

# Схема Шортлиффа.

## Надежность правил

---

Схема Шортлиффа допускает также возможность того, что правила, как и данные, могут быть ненадежными. Это позволяет описывать более широкий класс ситуаций.

Каждое правило снабжается «коэффициентом ослабления» (числом от 0 до 1), показывающим **надежность правила**.

Так, если в нашем примере мы снабдим *Правило 1* коэффициентом ослабления **0.6**, а *Правило 2* – коэффициентом **0.8**, получим следующее:

$$\text{МД} [c : \text{Правило 1}] = \min(1, 0.8) * 0.6 = 0.48$$

$$\text{МД} [c : \text{Правило 2}] = \max(0.5, 0.4) * 0.8 = 0.4$$

Применяя формулу уточнения (2) получаем:

$$\text{МД} [c : \text{Правило 1}, \text{Правило 2}] =$$

$$\begin{aligned} & \text{МД} [c : \text{Правило 1}] + \text{МД} [c : \text{Правило 2}] * (1 - \text{МД} [c : \text{Правило 1}]) \\ & = 0.48 + 0.4 * (1 - 0.48) = 0.48 + 0.208 = 0.688 . \end{aligned}$$

# Схема Шортлиффа.

## Надежность правил

---

Часто вводят так называемый **порог уверенности (ПУ)** – число от 0 до 1.

Если КУ некоторого заключения меньше этого числа (ПУ), то таким заключением можно пренебречь.

### **Выводы.**

Шортлифф предпринял попытку теоретического обоснования своей схемы, но она оказалась не слишком убедительной.

Однако, здесь важно то, что схема Шортлиффа хорошо себя показала в практических приложениях, в частности в экспертной системе MYCIN и последовавшими за ней другими системами.