

Правильные многогранники

геометрия **11** класс

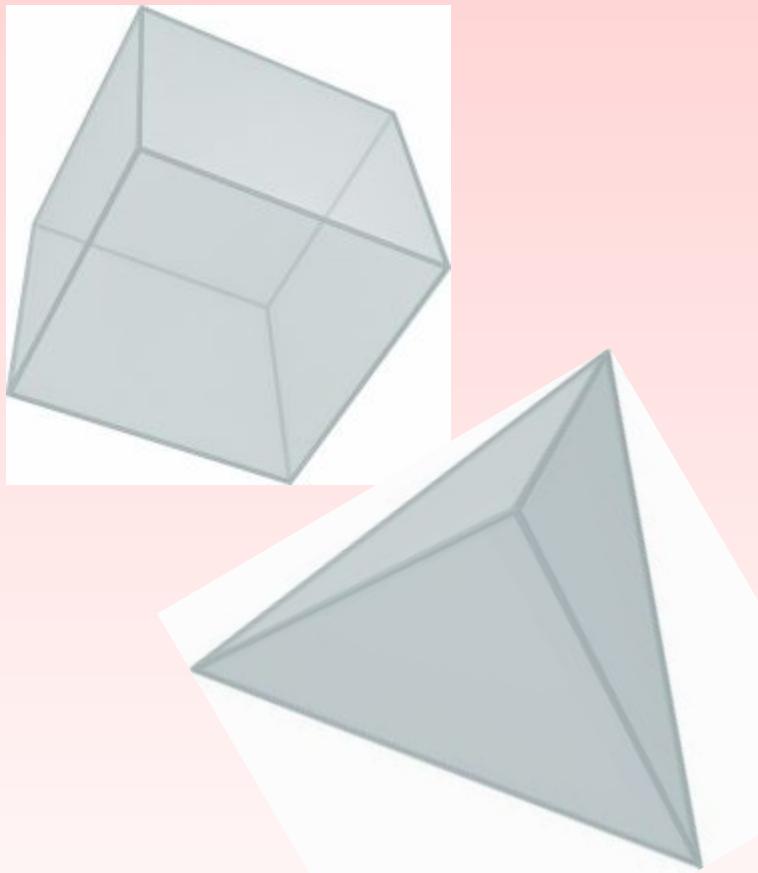
11 3

Определение многогранника



Многогранник – это часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединённых таким образом, что каждая сторона любого многогранника является стороной ровно одного многоугольника. Многоугольники называются гранями, их стороны – рёбрами, а вершины – вершинами.

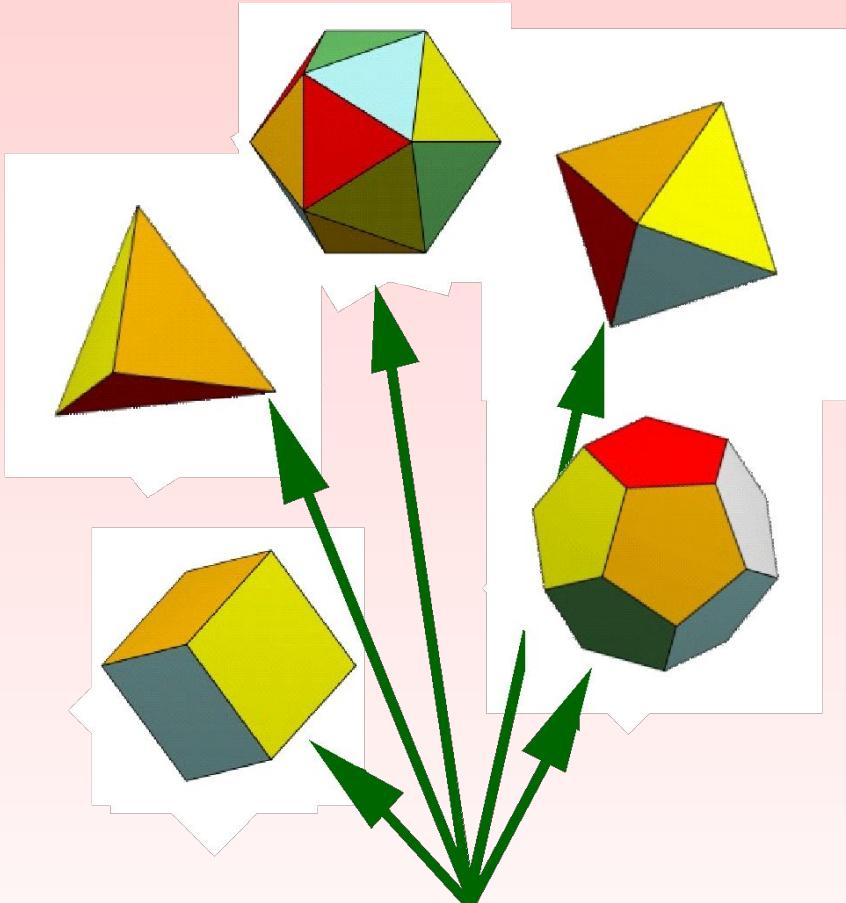
Определение правильного многогранника



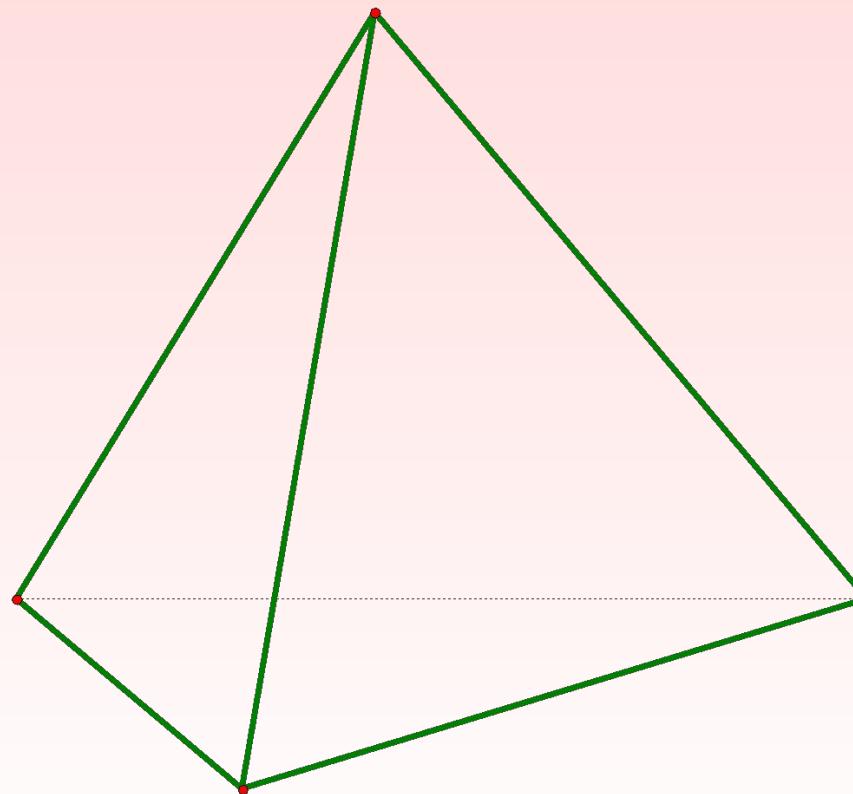
Многогранник называется правильным, если: 1) он выпуклый; 2) все его грани – равные друг другу правильные многоугольники ; 3) в каждой его вершине сходится одинаковое число ребер; 4) все его двугранные углы равны.

Примером правильного многогранника является куб, тетраэдр

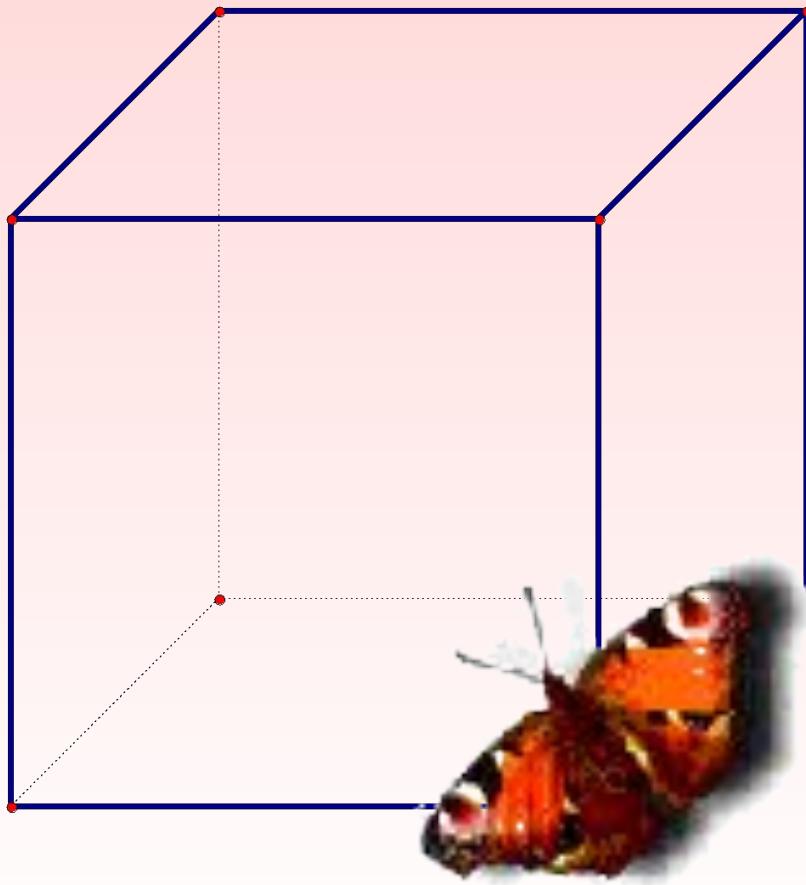
- С глубокой древности человеку известны пять удивительных многогранников



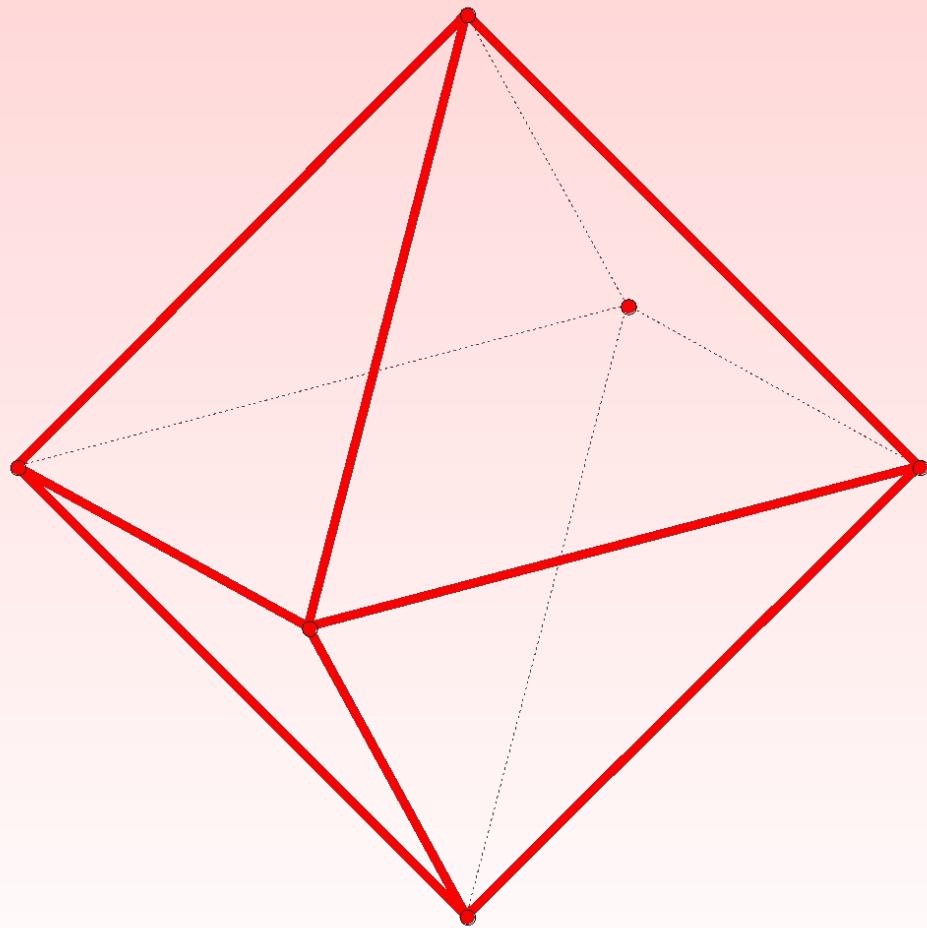
По числу граней их называют
правильный тетраэдр
(четырёхгранник)



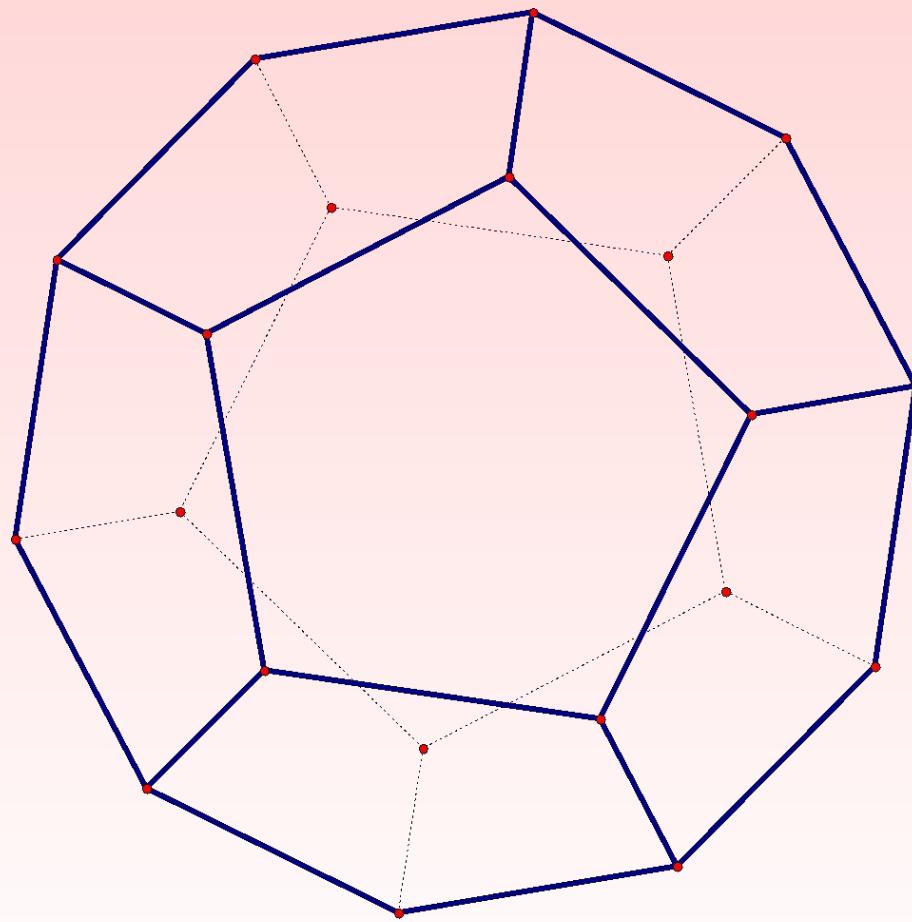
гексаэдр (шестигранник) или куб



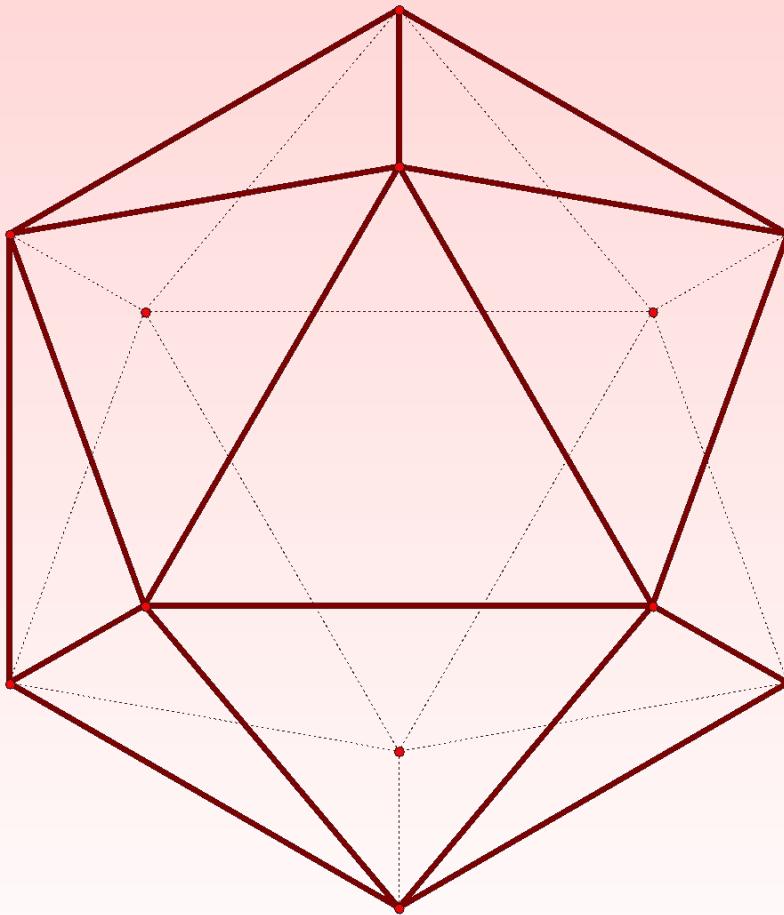
октаэдр (восьмигранник)



додекаэдр (двенадцатигранник)



икосаэдр (двадцатигранник)



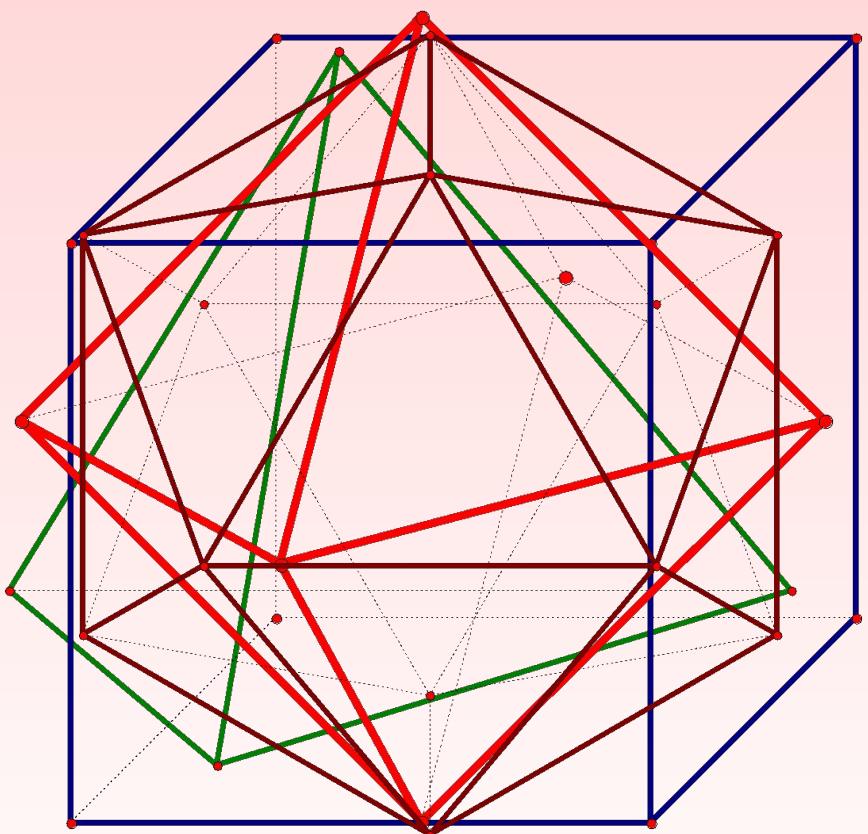
- Свойства этих многогранников изучали ученые и священники, их модели можно было увидеть в работах архитекторов и ювелиров, им приписывались различные магические и целебные свойства

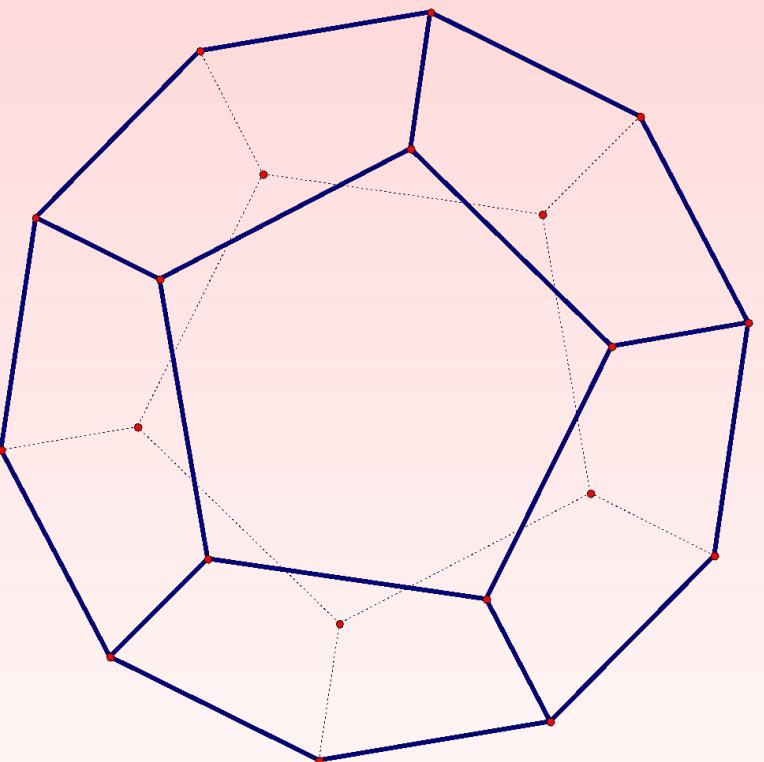
- Великий древнегреческий философ Платон, живший в IV – V вв. до нашей эры, считал, что эти тела олицетворяют сущность природы



- Четыре сущности природы были известны человечеству: огонь, вода, земля и воздух. По мнению Платона, их атомы имели вид правильных многогранников

- атом огня имел вид тетраэдра,
- земли – гексаэдра (куба)
- воздуха – октаэдра
- воды – икосаэдра





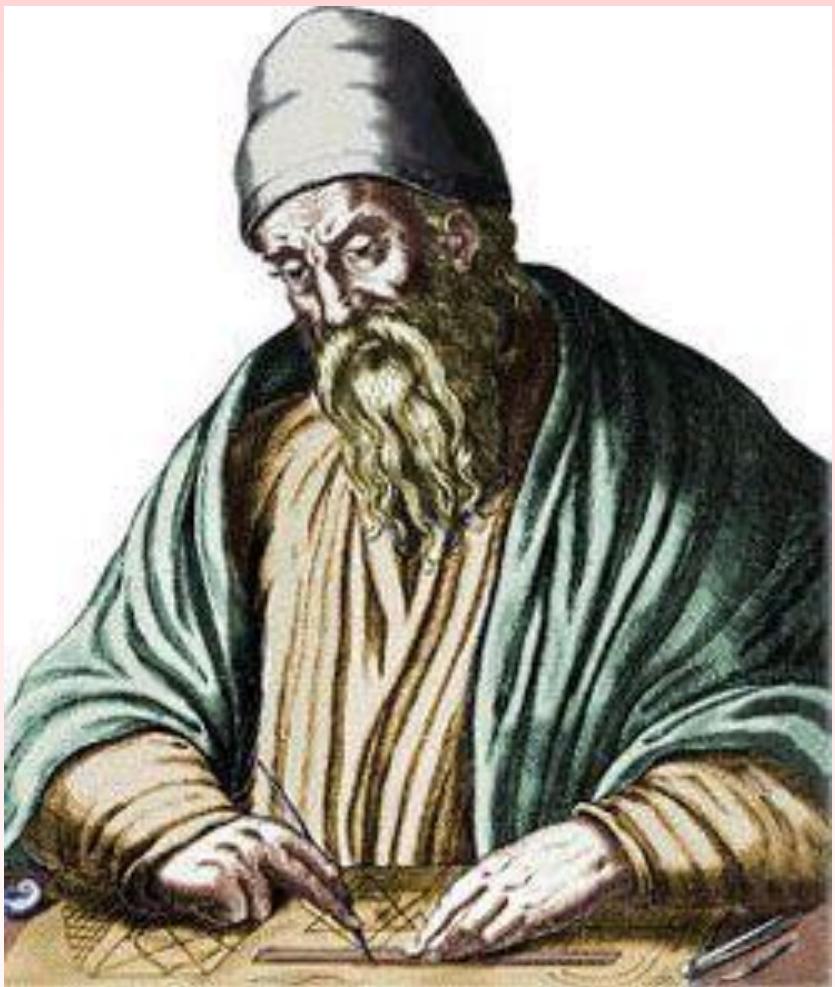
- Но оставался додекаэдр, которому не было соответствия
- Платон предположил, что существует ещё одна (пятая) сущность. Он назвал её мировым эфиром. Атомы этой пятой сущности и имели вид додекаэдра

- Платон и его ученики в своих работах большое внимание уделяли перечисленным многогранникам. Поэтому эти многогранники называют также **платоновыми** телами

Определение правильного многогранника

- Многогранник называется правильным, если все его грани – равные между собой правильные многоугольники, из каждой вершины выходит одинаковое число ребер и все двугранные углы равны

Платоновы тела - трехмерный аналог плоских правильных многоугольников. Однако между двумерным и трехмерным случаями есть важное отличие: существует бесконечно много различных правильных многоугольников, но лишь пять различных правильных многогранников



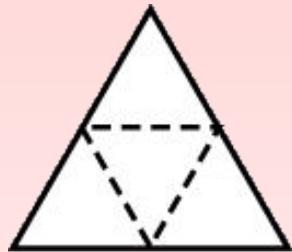
Доказательство этого факта известно уже более двух тысяч лет; этим доказательством и изучением пяти правильных тел завершаются "Начала" Евклида

- Существует лишь пять выпуклых правильных многогранников – тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями

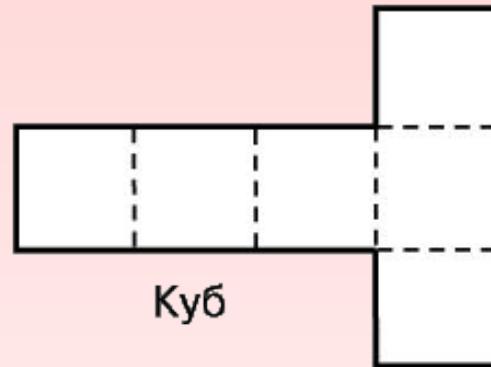
Характеристики правильных многогранников

Многогранник	Число сторон грани	Число граней, сходящихся в каждой вершине	Число граней (Γ)	Число ребер (P)	Число вершин (V)
Тетраэдр	3	3	4	6	4
Гексаэдр	4	3	6	12	8
Октаэдр	3	4	8	12	6
Икосаэдр	3	5	20	30	12
Додекаэдр	5	3	12	30	20

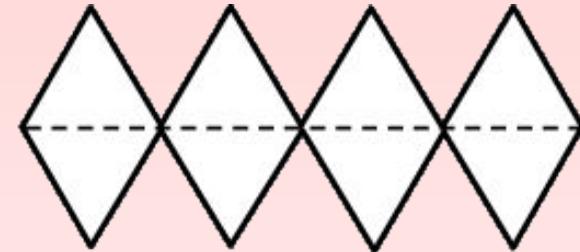
Развертки правильных многогранников



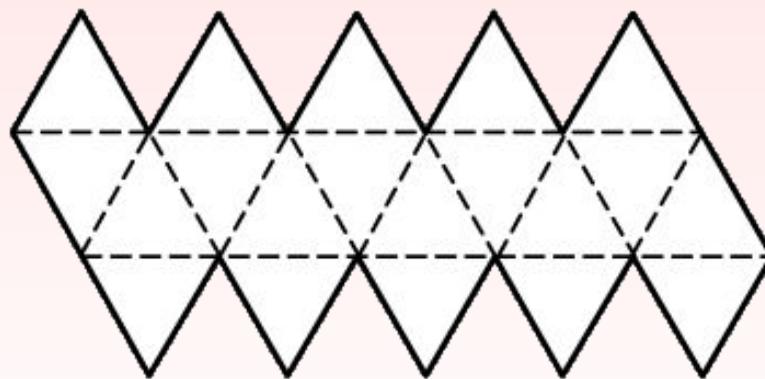
Тетраэдр



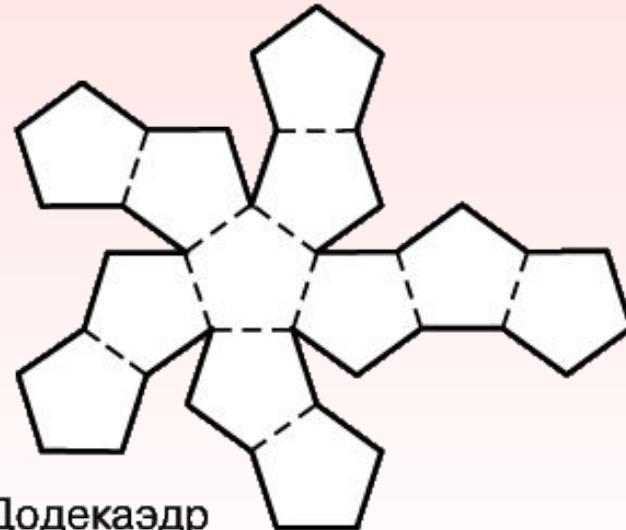
Куб



Октаэдр



Икосаэдр

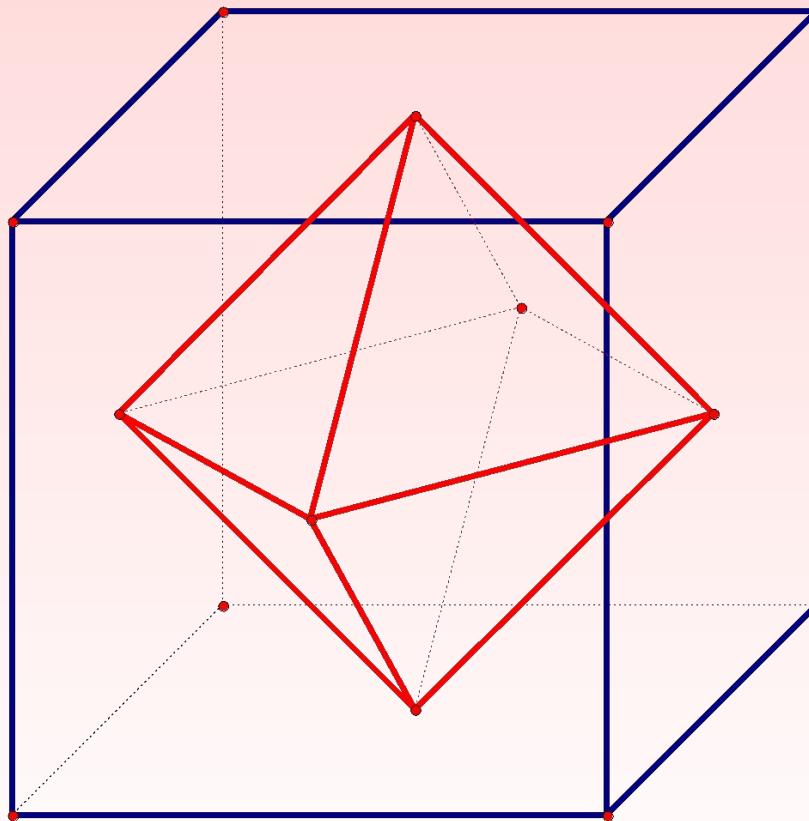


Додекаэдр

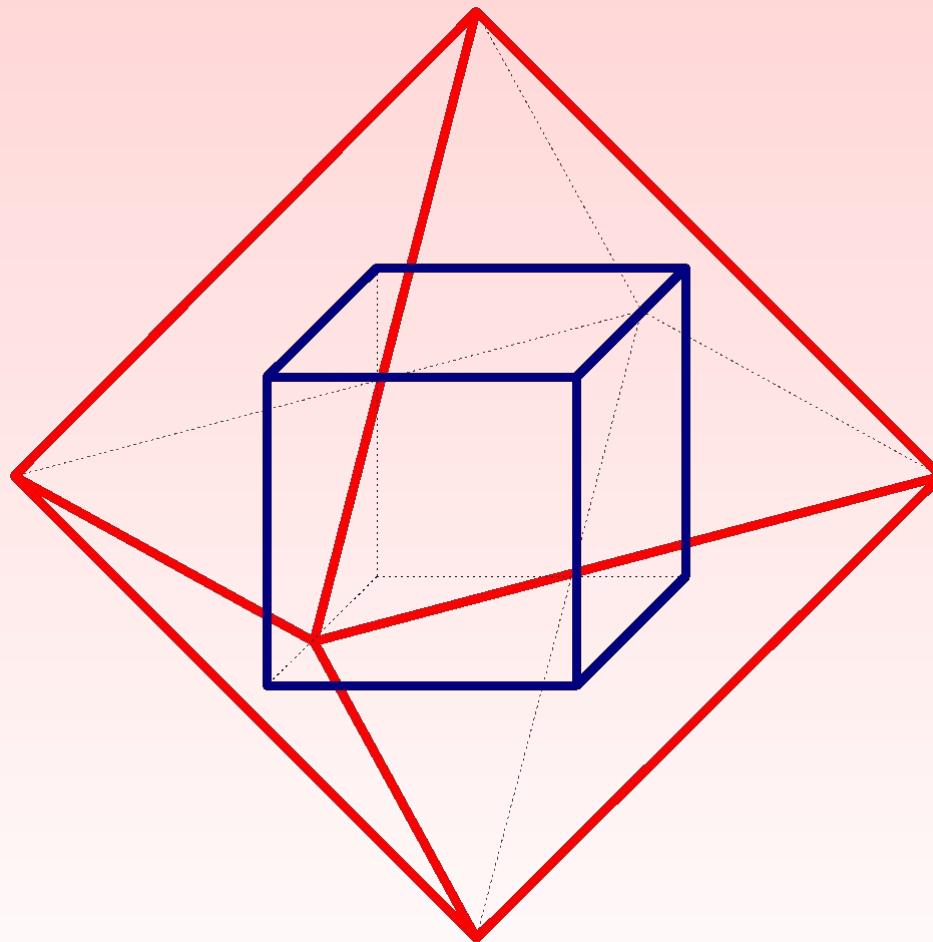
Двойственность правильных многогранников

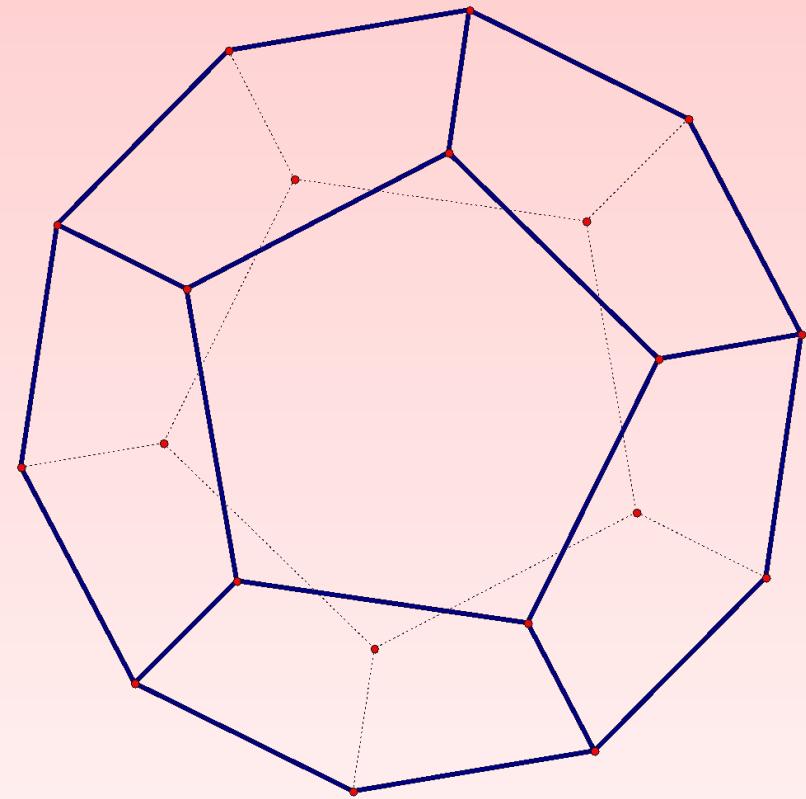
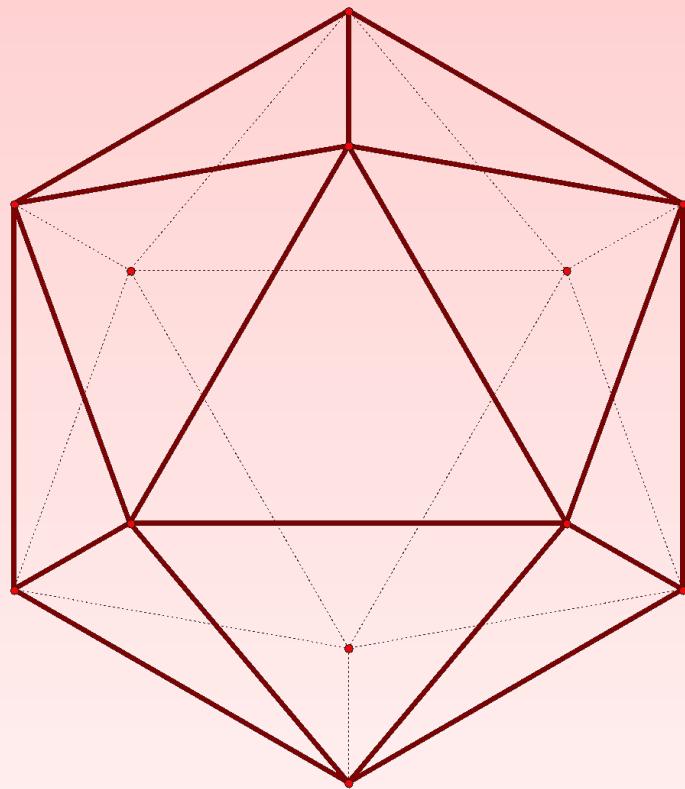
- Гексаэдр (куб) и октаэдр образуют двойственную пару многогранников. Число граней одного многогранника равно числу вершин другого и наоборот.

- Возьмем любой куб и рассмотрим многогранник с вершинами в центрах его граней. Как нетрудно убедиться, получим октаэдр



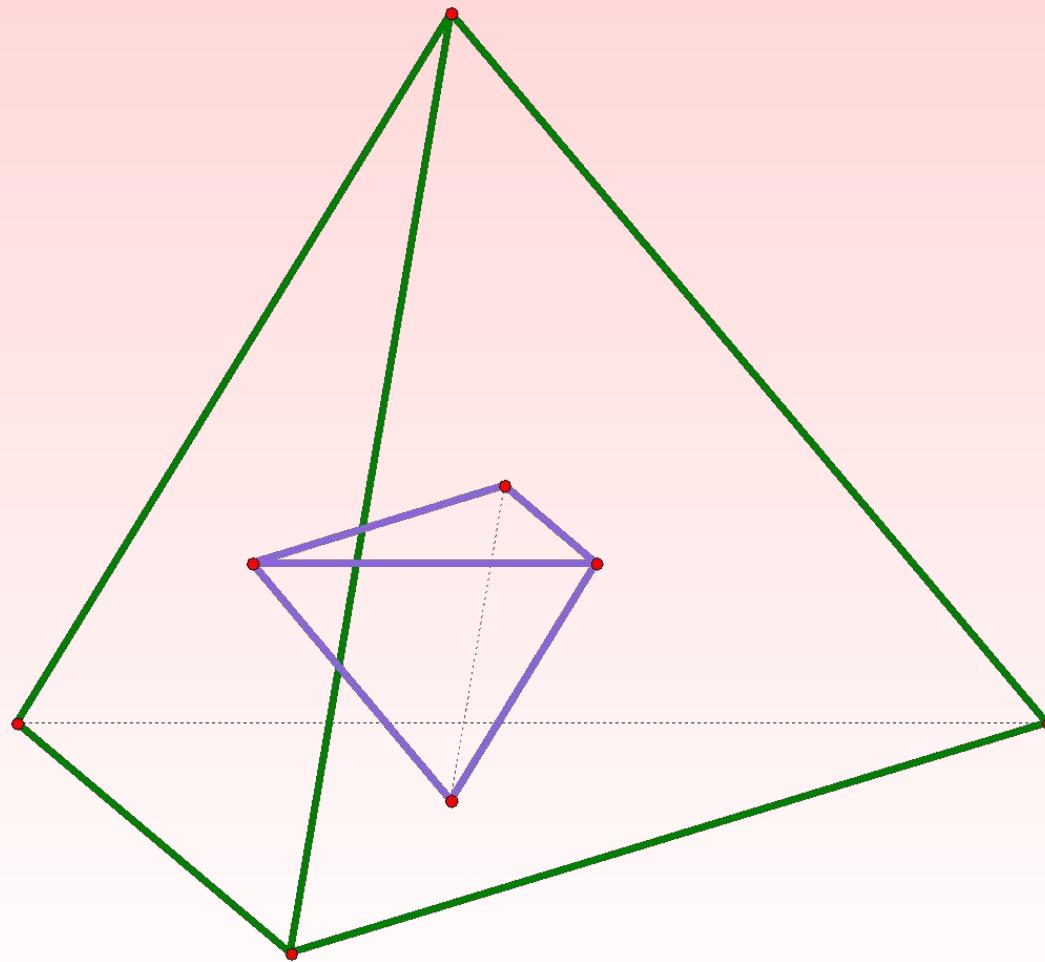
- Центры граней октаэдра служат вершинами куба





- Икосаэдр и додекаэдр также являются двойственными многогранниками

- Двойственным многогранником к тетраэдру является сам тетраэдр



Домашнее задание

- Прочитать параграф 5, стр.34-35
- Написать в тетради определения и характеристики правильных многогранников
- Выполнить 5.1; 5,4