Лекция 4. **Понятие структуры в теории систем**

Содержание лекции:

© Н.М. Светлов, 2006-2019

Литература

1. *Волкова В.Н., Денисов А.А.* Теория систем и системный анализ. М.: Юрайт, 2010.
2. *Рассел Б.* Человеческое познание: его сфера и границы. М.: ТЕРРА – Книжный клуб: Республика, 2000.

1. Идентичные структуры в природе

Земля	Глобус
Звук человеческого голоса	Последова-тельность бит в MP3-файле → Последовательность намагниченных доменов на магнитном диске
Сельскохозяйственное предприятие	Годовой отчёт
Годовой отчёт	Собрание сочинений А.С. Пушкина
Человеческий организм	Научное знание об анатомии человека
Человеческий организм	Организм животного
и т.д.	

2. Структура поля

- **<u>Отношение</u>** – это логическая функция, отображающая свои аргументы на логическое значение

  <u>Пример 1</u>: отношение
  sum(x,y,z) ::= x+y=z
  отображает значения аргументов 2,2,4 на значение «истина», 3,3,9 – на значение «ложь», 3,3,6 – на значение «истина»

  <u>Пример 2</u>: отношение
  location(x,y) ::= x расположен в y
  отображает значения аргументов «Администрация Президента РФ», «Москва» и «Конституционный суд», «Санкт-Петербург» на значение «истина», «Театр на Таганке», «Владивосток» – на значение «ложь»

2. Структура поля

Поле (по Б. Расселу) – это множество множеств значений аргументов данного отношения

- Например, поле отношения `sum(x,y,z)` представляет собой множество {**R**, **R**, **R**}, где **R** – множество действительных чисел.

Об отношении, с которым связано поле, говорят, что оно *упорядочивает* это поле.

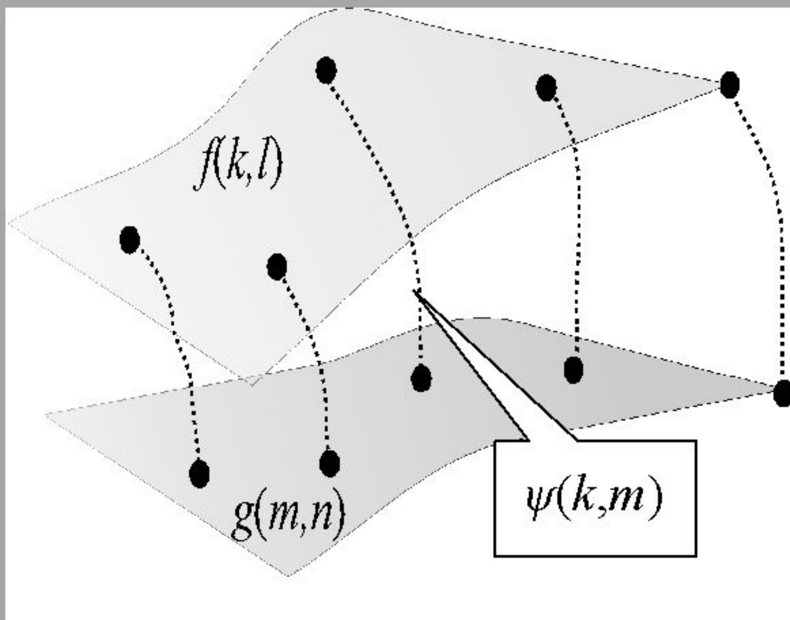
2. Структура поля

Пусть поле F упорядочивается бинарным отношением $f(k,l)$, а поле G – бинарным отношением $g(m,n)$.

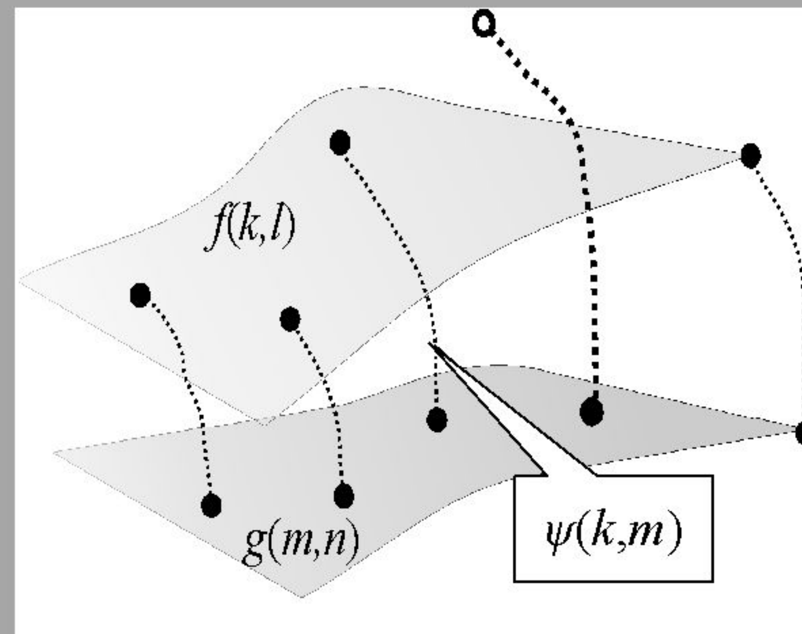
Пусть, далее, задано бинарное отношение ψ такое, что для любого $f(k_1,l_1)$ найдётся такое $g(m_1,n_1)$, что имеет место $\psi(k_1,m_1)$, $\psi(l_1,n_1)$, $\psi(m_1,k_1)$, $\psi(n_1,l_1)$.

Тогда говорят, что поле F, упорядочиваемое отношением f, и поле G, упорядочиваемое отношением g, имеют *одинаковую структуру* в смысле отношения ψ.

2. Структура поля



Структура полей *F* и *G*
одинакова
в смысле отношения *ψ*



Структура полей *F* и *G*
не одинакова
в смысле отношения *ψ*

2. Структура поля

Структура определяется отношением, упорядочивающим поле

- Об одинаковости структур двух полей судят по существованию связывающего их отношения, обладающего вышеуказанными свойствами

Понятие «одинаковая структура» можно распространить на поля отношений **произвольной** местности (арности)

Связывающее их отношение ψ **всегда** бинарное

3. Приложение понятия «структура поля» к теории систем

Пусть система определена как $\{X, Q\}$, где X – множество её переменных, а Q – множество отношений, связывающих переменные из множества X.

Всегда можно заменить множество отношений Q эквивалентным единственным отношением $\mathbf{q}(x_1,\ldots,x_n)$, где $\{x_1,\ldots,x_n\} = X$.

Тогда система представляет собой поле X' (состоящее из множеств значений n переменных), упорядочиваемое отношением $\mathbf{q}$.

Будем считать, что две системы имеют одинаковую структуру, если одинаковую структуру имеют соответствующие им поля X'.

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»

Бинарное отношение ψ, позволяющее установить одинаковость структур двух систем, называют *изоморфизмом*

Системы с одинаковыми структурами называют *изоморфными* *(в смысле отношения ψ)*

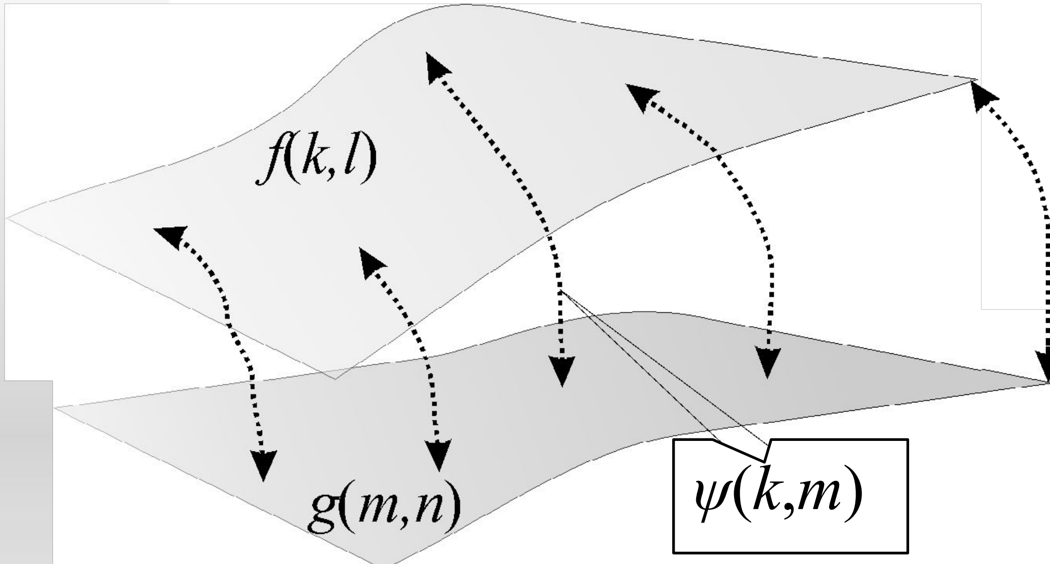
Отношение ϑ, поставленное в соответствие паре систем $\{X,Q\}$ и $\{Y,S\}$ называется *гомоморфизмом*, если:

- для любого $q(x_1,\ldots x_n)$ найдётся $s(y_1,\ldots y_n)$ такой, что имеет место $\vartheta(x_1,y_1)$, …, $\vartheta(x_n,y_n)$,
- но не обязательно имеет место $\vartheta(y_1,x_1)$, …, $\vartheta(y_n,x_n)$

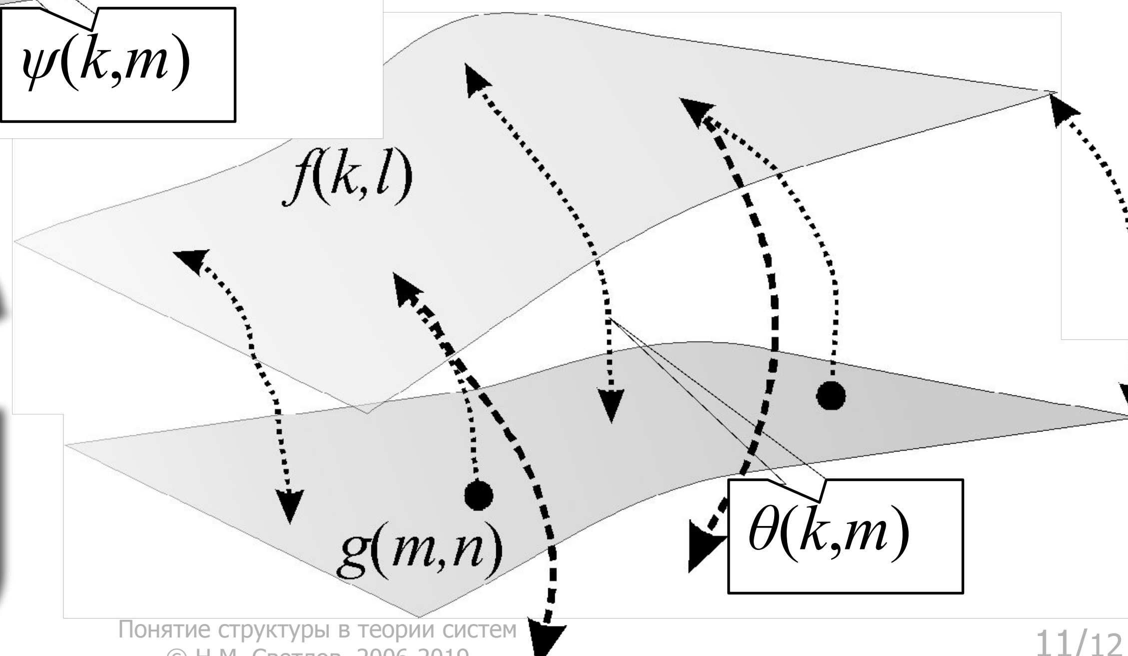
Любой изоморфизм по определению является гомоморфизмом.

Обратное неверно

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»



Отношение θ **не** устанавливает взаимно-обратную связь между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g



Отношение Ψ устанавливает *взаимно-обратную связь* между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g

5. Идентичность структуры как классификационный признак

Выберем некоторое отношение ψ. Назовём его **классообразующим отношением**

Под *классом* систем понимается множество **всех** систем, имеющих **одинаковую структуру** в смысле классообразующего отношения ψ

Для создания классификации необходимо указать отношения ψ_k, задающие каждый класс k из множества K требуемых классов

Классообразующие отношения должны отвечать следующим *требованиям*:

- они должны порождать непересекающиеся классы
- все системы, подлежащие классификации, должны быть отнесены к некоторому классу

Получающаяся классификация должна наилучшим образом содействовать решению той научной или прикладной проблемы, ради которой она предпринята