

Лекция 4. **Понятие структуры в теории систем**

Содержание лекции:

1. Идентичные структуры в природе
2. Структура поля по Б. Расселу
3. Приложение понятия «структура поля» к теории систем
4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»
5. Идентичность структуры как классификационный признак

Литература

1. *Волкова В.Н., Денисов А.А.* Теория систем и системный анализ. М.: Юрайт, 2010.
2. *Рассел Б.* Человеческое познание: его сфера и границы. М.: ТЕРРА – Книжный клуб: Республика, 2000.

1. Идентичные структуры в природе



2. Структура поля

- **Отношение** – это логическая функция, отображающая свои аргументы на логическое значение

Пример 1: отношение

$\text{sum}(x,y,z) ::= x+y=z$

отображает значения аргументов 2,2,4 на значение «истина», 3,3,9 – на значение «ложь», 3,3,6 – на значение «истина»

Пример 2: отношение

$\text{location}(x,y) ::= x \text{ расположен в } y$

отображает значения аргументов «Администрация Президента РФ», «Москва» и «Конституционный суд», «Санкт-Петербург» на значение «истина», «Театр на Таганке», «Владивосток» – на значение «ложь»

2. Структура поля

Поле (по Б. Расселу) – это множество множеств значений аргументов данного отношения

- Например, поле отношения $\text{sum}(x, y, z)$ представляет собой множество $\{\mathbf{R}, \mathbf{R}, \mathbf{R}\}$, где \mathbf{R} – множество действительных чисел.

Об отношении, с которым связано поле, говорят, что оно *упорядочивает* это поле.

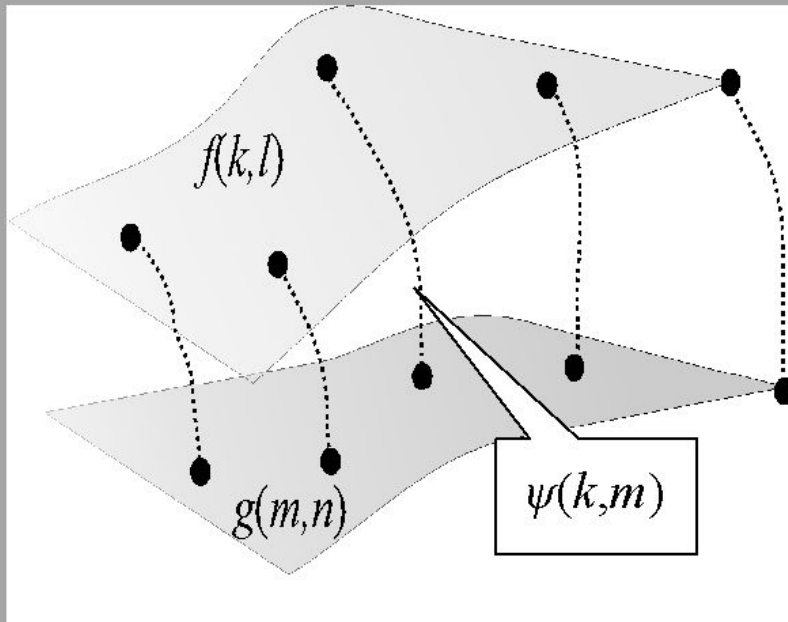
2. Структура поля

Пусть поле F упорядочивается бинарным отношением $f(k,l)$, а поле G – бинарным отношением $g(m,n)$.

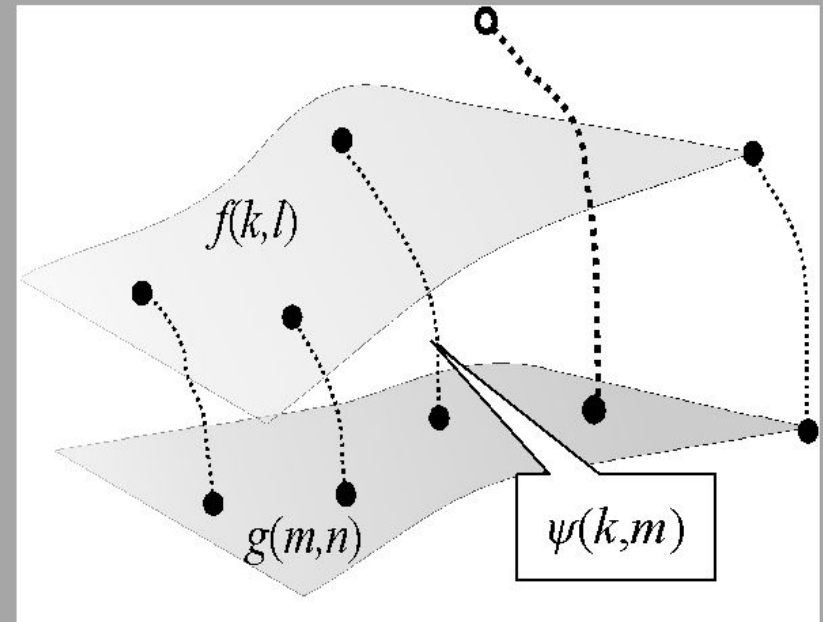
Пусть, далее, задано бинарное отношение ψ такое, что для любого $f(k_1, l_1)$ найдётся такое $g(m_1, n_1)$, что имеет место $\psi(k_1, m_1), \psi(l_1, n_1), \psi(m_1, k_1), \psi(n_1, l_1)$.

Тогда говорят, что поле F , упорядочиваемое отношением f , и поле G , упорядочиваемое отношением g , имеют *одинаковую структуру* в смысле отношения ψ .

2. Структура поля



Структура полей F и G
одинакова
в смысле отношения ψ



Структура полей F и G
не одинакова
в смысле отношения ψ

2. Структура поля

Структура определяется отношением, упорядочивающим поле

- Об одинаковости структур двух полей судят по существованию связывающего их отношения, обладающего вышеуказанными свойствами

Понятие «одинаковая структура» можно распространить на поля отношений произвольной местности (арности)

Связывающее их отношение ψ всегда бинарное

3. Приложение понятия «структура поля» к теории систем

Пусть система определена как $\{X, Q\}$, где X – множество её переменных, а Q – множество отношений, связывающих переменные из множества X .

Всегда можно заменить множество отношений Q эквивалентным единственным отношением $q(x_1, \dots, x_n)$, где $\{x_1, \dots, x_n\} = X$.

Тогда система представляет собой поле X' (состоящее из множеств значений n переменных), упорядочиваемое отношением q .

Будем считать, что две системы имеют одинаковую структуру, если одинаковую структуру имеют соответствующие им поля X' .

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»

Бинарное отношение ψ , позволяющее установить одинаковость структур двух систем, называют изоморфизмом

Системы с одинаковыми структурами называют *изоморфными* (в смысле отношения ψ)

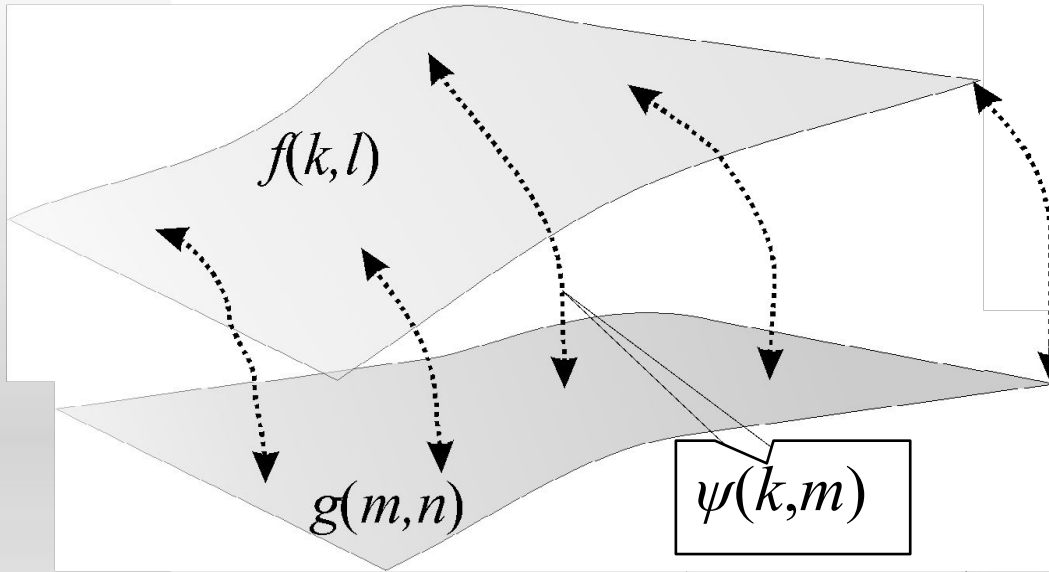
Отношение ϑ , поставленное в соответствие паре систем $\{X, Q\}$ и $\{Y, S\}$ называется гомоморфизмом, если:

- для любого $q(x_1, \dots, x_n)$ найдётся $s(y_1, \dots, y_n)$ такой, что имеет место $\vartheta(x_1, y_1), \dots, \vartheta(x_n, y_n)$,
- но не обязательно имеет место $\vartheta(y_1, x_1), \dots, \vartheta(y_n, x_n)$

Любой изоморфизм по определению является гомоморфизмом.

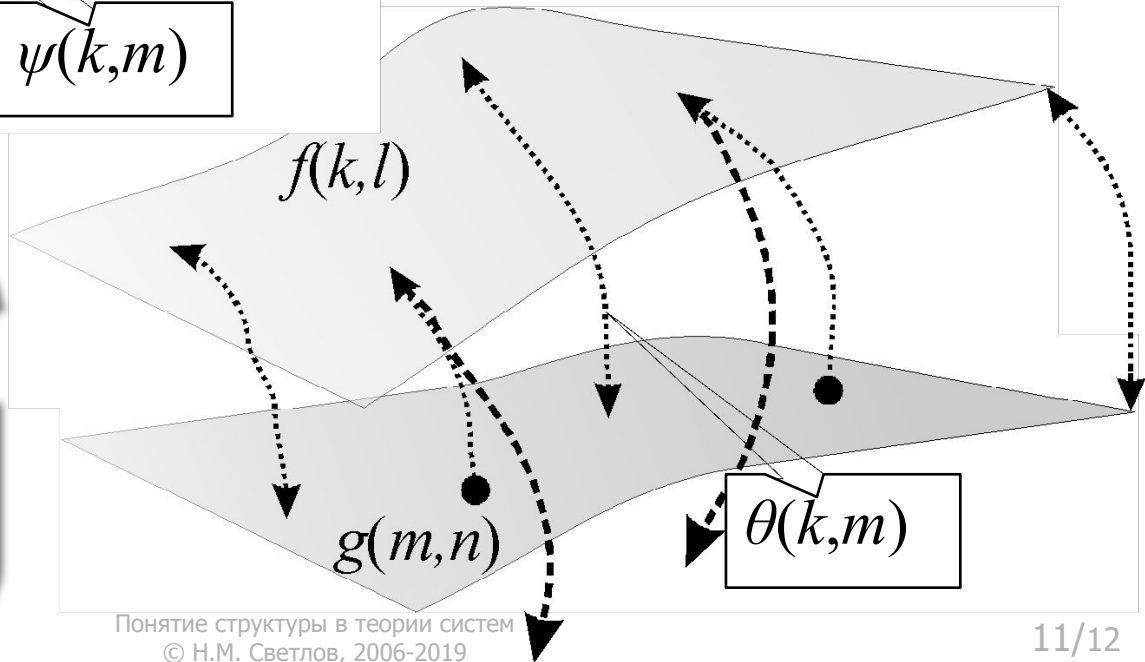
Обратное неверно

4. Понятия «изоморфизм» и «гомоморфизм»



Отношение θ **не** устанавливает взаимно-обратную связь между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g

Отношение Ψ устанавливает *взаимно-обратную связь* между системами, поля которых упорядочивают отношения f и g



5. Идентичность структуры как классификационный признак

Выберем некоторое отношение ψ .
Назовём его **классообразующим отношением**

Под классом систем понимается множество **всех** систем, имеющих **одинаковую структуру** в смысле классообразующего отношения ψ

Для создания классификации необходимо указать отношения ψ_k , задающие каждый класс k из множества K требуемых классов

Классообразующие отношения должны отвечать следующим требованиям:

- они должны порождать непересекающиеся классы
- все системы, подлежащие классификации, должны быть отнесены к некоторому классу

Получающаяся классификация должна на илучшим образом содействовать решению той научной или прикладной проблемы, ради которой она предпринята