

# ***Изучение геометрического материала в школьном курсе математики***

**ТМОМ  
Методика изучения  
основных разделов  
предметного содержания  
школьного курса математики**

# План

1. Роль геометрии в обучении.
2. Методическая схема изучения геометрической фигуры и ее свойств.
3. Методические особенности первых уроков геометрии 7 класса.
4. Технология обучения доказательствам.
5. Технология обучения решению геометрических задач.

*«Все вокруг геометрия!»*

*(Ле Карбюзье)*

Целью современного геометрического образования является развитие высокой математической культуры, достижение полного развития тех математических способностей личности, которые востребованы ею и обществом.

Дедуктивный метод изложения геометрии (в сочетании с наглядностью), логическая последовательность геометрических теорем, логика теоретических обоснований, методы и факты геометрических исследований и открытий – все это создает цельный и гармоничный мир геометрии, способствующий эстетическому воспитанию человека.

# Значимость геометрических знаний

- Геометрические знания и умения, геометрическая культура **значимы для многих современных специальностей** (конструкторы, дизайнеры и т.п.), т.е. значимы для достижения *1, 3, 4* компонентов цели обучения.
- Геометрия – **мощное средство развития личности** в широком диапазоне, поскольку развивает такие качества как
  - творчество,
  - независимость суждений и поведения.

# Возможности дифференциации обучения детей с разным уровнем развития и разными способностями с помощью геометрии

## С 1 по 6 класс

- геометрия по сути является «интеллектуальной физкультурой»;
- включаться в занятие геометрией можно в любой момент;
- геометрические интерпретации позволяют лучше понять, запомнить и сделать наглядным арифметический материал.

# **Возможности индивидуализации обучения детей с разными психо-физиологическими особенностями с помощью геометрии**

- традиционные методики часто перегружают левое полушарие мозга, что очень опасно для детей с преобладающим правополушарным типом мышления;
- геометрические возможности детей младшего возраста не зависят от уровня их математической подготовки;
- занятия геометрией развивает воображение и повышает творческий потенциал.

# Возможности создания условий для развития познавательного интереса учащихся с помощью геометрии

## С 7 класса

- требование «систематичности» вступает в противоречие с задачей формирования заинтересованности, возникает опасность «отбить интерес»;
- геометрия имеет хорошие «инструменты» для создания заинтересованности:
  - красивая картинка,
  - хорошая задача,
  - живой язык общения, опора на интуицию.



# **Возможности создания условий для эмоционального развития учащихся с помощью геометрии**

- эмоциональное развитие – основа интеллектуального развития, т.к. интеллектуальное удовлетворение является мощным мотивационным стимулом;
- эмоционально заинтересовывать школьников геометрией можно практически до окончания школы.

# Возможности обеспечения полноценного математического образования с помощью геометрии в условиях профилизации обучения

## В 10 -11 классах

- занятия геометрией на основе принципа наглядности дает возможность предоставить полноценное математическое образование учащимся с гуманитарными склонностями;
- в геометрии расстояние между наукой и школьной математикой наименьшее, что позволяет обеспечить высокий уровень подготовки математически одаренным детям, дает им возможность заниматься научными исследованиями со школьной скамьи.

## **В итоге, можно сделать следующие выводы:**

- для полноценного интеллектуального развития ребенка необходима разнообразная интеллектуальная пища;
- геометрия – один из немногих «экологически чистых» и полноценных продуктов, потребляемых в системе образования;
- геометрия – учебный предмет, который может сбалансировать работу головного мозга;

## Подводя итог сказанному...

- Чтобы витамины не утратили свои питательные качества, они должны использоваться умелыми кулинарами

**Стать такими «кулинарами» -  
ваша задача!**

# Общие цели изучения геометрических фигур в школьном курсе математики

- систематическое изучение свойств плоских и пространственных геометрических фигур, методов их изучения и применения для решения практических и прикладных задач;
- развитие познавательных процессов
  - восприятия,
  - представления,
  - воображения,
  - мышления,
  - внимания,
  - памяти,
  - речи,
  - умения учиться;

# Общие цели изучения геометрических фигур в школьном курсе математики

- формирование и развитие интереса к математической деятельности;
- формирование элементов творческой деятельности и конструктивных умений;
- формирование элементов научного мировоззрения:
  - развитие и совершенствование математического аппарата под влиянием практики,
  - влияние развития науки на практику;
- развитие чувства прекрасного;
- воспитание культуры общения, активности,

# Технологическая цепочка изучения геометрической фигуры

1. Подготовительный этап – рассмотрение объектов, имеющих форму данной фигуры, вычерчивание, моделирование, конструирование, выявление характеристических свойств.
2. Описание, введение термина и формулирование определения понятия фигуры, выделение ближайшего рода и видовых отличий.
3. Изображение фигуры на основе определения, распознавание на моделях,

# Технологическая цепочка изучения геометрической фигуры

4. Решение задач на усвоение определения:
  - через подведение под понятие,
  - через приведение примеров и контрпримеров.
5. Составление родословной и классификации понятий.
6. Решение задач с использованием определения и классификации.
7. Текущий контроль и коррекция знаний и умений.



# Технологическая цепочка изучения геометрической фигуры

8. Выявление свойств и признаков фигуры, не указанных в определении путем наблюдения, построения, измерения.
9. Формулировка утверждения, основанного на догадке (гипотезе).
10. Краткая запись и доказательство признаков или свойств.
11. Рассмотрение частных случаев (свойств).
12. Решение задач на усвоение каждой теоремы и ее следствий.

# Технологическая цепочка изучения геометрической фигуры

13. Решение математических и прикладных задач с применением всех свойств и признаков фигуры (т.е. на применение определения и всех изученных теорем).
14. Текущий контроль и коррекция знаний и умений.
15. Анализ, обобщение и систематизация изученного, выделение главного.
16. Итоговый контроль усвоения, определение уровня овладения материалом.

# Уровни овладения и усвоения материала

## Наглядно-практический

- информация добывается из опыта,
- главный результат усвоения:
  - ✓ наглядно-оперативное знание предмета (без заучивания формулировки),
  - ✓ умение правильно оперировать материалом.

## Логико-теоретический

- полное логическое обоснование изученному материалу,
- главный результат усвоения:
  - ✓ владение доказательством большинства теорем,
  - ✓ установление логических связей между понятиями,
  - ✓ умение правильно

# Основные причины трудностей первых уроков геометрии в 7 классе

1. В пропедевтическом курсе геометрии ведущую роль играют **практические, наглядные и индуктивные** методы обучения.
2. В систематическом курсе геометрии, при сохранении практических, наглядных и индуктивных методов, осуществляется постепенный переход к преобладанию **дедуктивных методов** обучения.

# Особенности первых уроков геометрии

- при систематизации сведений о геометрических фигурах, накопленных в пропедевтическом курсе математики, подчеркивается и закрепляется в сознании учащихся абстрактный характер понятия «геометрическая фигура»;
- накопленный учащимися запас сведений о геометрических фигурах для формирования понятия конкретных геометрических фигур используется в форме «подводящих» задач, чаще всего, практического характера;

# Особенности первых уроков геометрии

- «подводящими» задачами чаще всего являются задачи:
  - на построение объектов с заданными свойствами;
  - на измерение длин сторон, величин углов фигуры;
  - на вычисление длин сторон или углов фигуры;
  - на конструирование и моделирование (разрезание, складывание, перегибание и т.п.);
- выделяются основные неопределяемые, а не только описываемые и наблюдаемые геометрические фигуры (точка, прямая)

# Особенности первых уроков геометрии

- разъясняется, что всем другим фигурам в геометрии даются определения, как правило, через указание рода и видовых отличий или через способ их построения;
- свойства всех геометрических фигур, кроме неопределяемых, тоже не только рассматриваются непосредственно, но и обязательно выводятся или обосновываются с помощью рассуждений с опорой на свойства известных уже фигур.

# Особенности первых уроков геометрии

**Таким образом**, к концу «первых уроков» геометрии:

- учащиеся постепенно подводятся к пониманию логического строения геометрии;
- вводится и предполагается усвоение учащимися таких понятий как «определение», «аксиома», «теорема»;
- усвоенные понятия являются основой для изучения дедуктивным методом свойств всех остальных геометрических фигур.



# Рекомендации к первым урокам геометрии

- свойства простейших геометрических фигур целесообразно изучать через организацию лабораторных и практических работ, т.к. важно дать возможность учащимся строить геометрические объекты своими руками, конструировать их свойства;
- задачи на первые уроки подбираются так, чтобы процесс ее решения содержит все элементы триады: «увидел, понял, доказал»;
- для предотвращения формализма сократить число формулировок для обязательного заучивания;

# Рекомендации к первым урокам геометрии

- доказательства целесообразно рассматривать фронтально (или в парах) по готовым чертежам или с использованием заданий с пропусками (есть в печатных рабочих тетрадях);
- доказательства у доски спрашивать только по желанию и если есть уверенность, что ответ будет близким к образцу;

# Рекомендации к первым урокам геометрии

- при доказательстве теорем учителем очень важно раскрывать состав действия доказательства:
  - анализировать условия,
  - выводить из него следствия,
  - выявлять условия, при которых возможно заключения (достаточные условия),
  - обосновывать правомерность выводов;
- проверку овладения первичными навыками доказательства целесообразно проводить в форме зачета по темам «Равенство треугольников» и «Параллельность прямых» или в конце года.

# Иерархия обучения доказательствам

	Обучение доказательствам	
	Обучение поиску	Обучение осуществлению
5-6 класс	Формирование потребности	Формирование умения выполнять дедуктивные
6-7 класс	Обучение в логических обоснованиях эвристическим приемам и их применению	Обучение выводу выполнению цепочки логических шагов
7 класс	Обучение самостоятельному разбору	Формирование умения выделять идею
7-8 класс	Обучение использованию готовых доказательств методов научного познания	Формирование умения самостоятельно проводить доказательство
9 класс и далее	Обучение умению опровергать предложенные доказательства	

# Основы технологии обучения доказательствам

Сложное **логическое умение** вести доказательство утверждений (в теоремах или задачах на доказательство) целесообразно разделить на составляющие:

- поиск доказательства,
- проведение доказательства.

# Основы технологии обучения доказательствам

## Поиск доказательства включает умения :

- анализировать условие теоремы (задачи),
- выводить следствия из условия,
- выявлять достаточные условия для заключения,
- высказывать правдоподобные

## Проведение доказательства включает умения:

- выполнять последовательность умозаключений (рассуждений),
- обосновывать правомерность выводов.

## **Основы технологии обучения доказательствам**

- 1. Для формирования каждого из умений необходимо раскрывать состав действий, лежащих в его основе.**
- 2. Начинать формирование целесообразно на конкретных примерах.**

**Например,**

состав умения «находить достаточные основания» можно выявить при изучении признаков равенства треугольников необходимо каждый раз использовать словесную конструкцию «для того, чтобы доказать равенство треугольников, достаточно доказать:

- равенство двух сторон и углов между ними в рассматриваемых треугольниках,
- равенство одной стороны и двух прилежащих к ним углов в рассматриваемых треугольниках,
- равенство трех сторон в рассматриваемых треугольниках.



# Основы технологии обучения доказательствам

3. Обучение умению осуществлять дедуктивные выводы целесообразно осуществлять начиная с 5-6 класса с помощью заданий, направленных на формирование:

- умения по двум данным посылкам сделать заключение с использованием различных правил вывода;
- умения строить доказательство, состоящее из одного умозаключения;
- умения строить доказательство, состоящее более чем из одного умозаключения.

# Примеры заданий на отыскание посылок и выводов

## Задания с пропусками:

1. Вертикальные углы равны

.....?

---

$$\angle 1 = \angle 2$$

2. ....?

$\angle 1$  и  $\angle 2$  – вертикальные

---

$$\angle 1 = \angle 2$$

равны

3. Вертикальные углы

$\angle$   $\angle$   

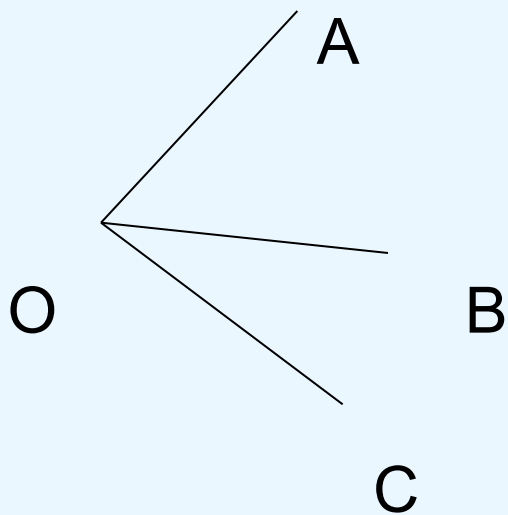
---

 $1$  и  $2$  – вертикальные

?

# Примеры заданий на отыскание посылок и выводов

Задания для построения  
выводов



$$\angle AOC = 78^{\circ}$$

$$\angle BOC = 30^{\circ}$$

Сформулируйте несколько утверждений

# Примеры заданий на отыскание посылок и выводов

**Одношаговая задача:** лежат ли точки А, В и С на одной прямой,

если  $AC = 5$  см,  $AB = 3$  см,  $BC = 4$  см?

Большая посылка	Если точки А, В и С лежат на одной прямой, то больший из отрезков АВ, АС, ВС равен сумме двух других
Малая посылка	$AC \neq AB + BC$
Вывод	А, В и С не лежат на одной прямой

# Примеры заданий на отыскание ПОСЫЛОК И ВЫВОДОВ

**Двушаговая задача:** один из двух смежных углов равен  $40^\circ$ ,

найдите другой угол.

1 шаг: Сумма двух смежных углов равна  $180^\circ$

$\angle$   $\angle$   $\Rightarrow \angle$   
 $1$   $2$   $1 + 2 = 180^\circ$

$1$  и  $2$  - смежные

2 шаг:  $\angle$   $\angle$   $\Rightarrow \angle$   
 $1 + 2 = 180^\circ$   $2 = 140^\circ$

$\angle$   
 $1 = 40^\circ$

## Основы технологии обучения доказательствам

4. Начиная с 7 класса необходимо формировать в мышлении учащихся специальные ассоциации, позволяющие осуществлять продвижение в доказательствах:

- «доказать» – выделить условие и заключение теоремы или задачи, зафиксировать их словесно и графически;
- «доказать» – преобразовать требование теоремы (задачи) в новое, из которого старое вытекает как следствие, и т.п.

# Примеры заданий, направленные на овладение умениями извлекать информацию из условий и требований

## Задание 1.

На луче  $AB$  отложен отрезок  $AC$ . При каких условиях точка  $C$  лежит между точками  $A$  и  $B$ ?

## Задание 2.

Даны углы  $AOB$  и  $AOC$ . При каком условии луч  $OC$  проходит между сторонами угла  $AOB$ ?

## Примеры заданий, направленные на овладение умениями извлекать информацию из условий и требований

### Задание 3.

Из вершины  $C$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AB$  отложены отрезки:  $CA_1$  – на стороне  $CA$  и  $CB_1$  на стороне  $CB$ . Дополните условие так, чтобы из него следовало равенство треугольников  $CA_1B_1$  и  $CB_1A_1$ .

.



# Методика работы с заданиями данного типа на примере задания 1

Учитель	Ученик
Что известно?	Отрезок $AC$ отложен на луче $AB$ , точки $B$ и $C$ не совпадают
Что можно сказать о расположении точек $A, B$ и $C$ ?	Либо $C$ лежит между $A$ и $B$ , либо $B$ лежит между $A$ и $C$
А что надо установить?	Найти условие, которое вместе с данными позволит сделать вывод, что $C$ лежит между $A$ и $B$
Что надо знать, чтобы утверждать, что $C$ лежит между $A$ и $B$ ?	Отрезок $AC$ меньше по длине отрезка $AB$
Какое же утверждение нужно включить в условие ?	$AC < AB$

# Примеры заданий, направленные на овладение действием выведения следствий из данных условий

Задание 4.

Точка  $X$  принадлежит отрезку  $AB$  и не совпадает с его концами. Что следует из этого?

Задание 5.

Известно, что сумма двух вертикальных углов равна  $180$  градусам. Какие выводы можно сделать из этого?

Задание 6.

Треугольники  $ABC$  и  $ABC_1$  равнобедренные с общим основанием  $AB$ . Что отсюда следует?

# Методика работы с заданиями данного типа на примере задания 4

- Акцентируется внимание на выводимых следствиях и основаниях для полученных выводов:
  1.  $X$  лежит между  $A$  и  $B$  (по определению отрезка);
  2.  $AX + XB = AB$  (по свойству измерения отрезков);
  3.  $AX < AB$ ,  $BX < AB$  (по свойству величин).
- В случае необходимости следует прибегнуть к развертке получения следствий, например, для следствия 2:
  - ✓ длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой его точкой;
  - ✓  $X$  разбивает отрезок  $AB$  на части  $AX$  и  $XB$   
 $AX + XB = AB$ .

## Основы технологии обучения доказательствам

5. При обучении доказательствам предметом специального формирования должен быть прием переформулировки заключения теоремы (требования задачи).

Использование этого приема предполагает владение

- навыками анализа ситуации,
- приемом выведения следствий,
- приемом подведения объекта под понятие.

# Примеры заданий, направленных на овладение приемом переформулировки требования

## Задание 7.

Замените требования задачи новыми так, чтобы из них следовали первоначальные требования.

- a)* отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ .  
Докажите, что если отрезки  $AC$ ,  $CB$ ,  $BD$  и  $AD$  равны, то прямые  $AB$  и  $CD$  перпендикулярны;
- b)* докажите, что биссектрисы вертикальных углов лежат на одной прямой;
- c)* докажите, что в равнобедренном треугольнике середина основания равноудалена от прямых, содержащих боковые стороны.

## Основы технологии обучения доказательствам

6. Большое внимание следует уделять умению читать геометрические чертежи. Умение читать чертеж – сложное умение, включающее такие действия:
- простое вычленение фигур;
  - сопоставимое вычленение фигур;
  - распознавание фигур;
  - переосмысление элементов чертежа с точки зрения другого понятия;
  - сравнение фигур;
  - изменение взаимного расположения образов;
  - изменение структуры образов.

# Примеры заданий, направленных на овладение умением читать чертеж

Задание 8.

Запишите множество изображенных на рисунке 1 а) отрезков; б) лучей, в) прямых.

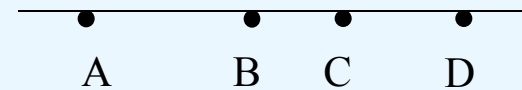


Рис.1

Задание 9.

Сколько изображено на рисунке 2 треугольников и сколько четырехугольников?

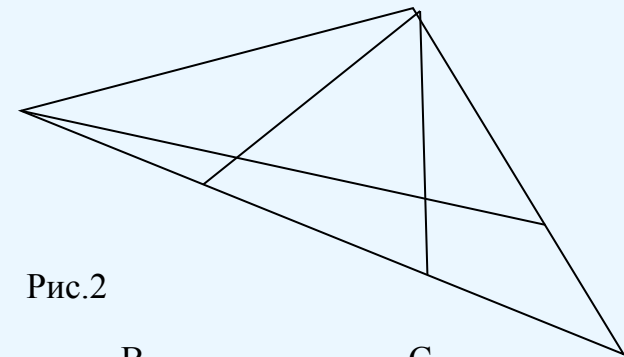


Рис.2

Задание 10.

Элементами каких фигур является отрезок  $AN$  на рисунке 3?

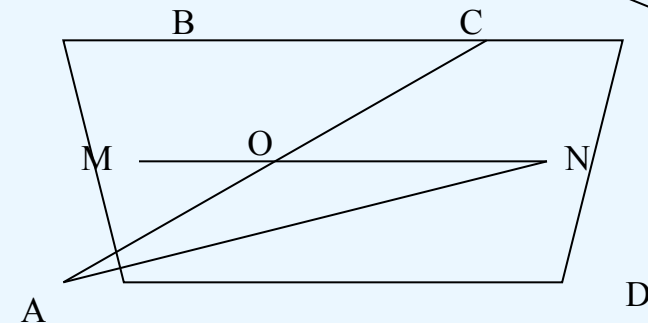


Рис.3

## Основы технологии обучения доказательствам

Формирование умения читать чертеж должно осуществляться в единстве с формированием умения анализировать требования и условия доказываемого утверждения.

Эта цель хорошо достигается при систематической работе с готовыми чертежами:

- при доказательстве утверждений, условия и требования которых заданы с помощью чертежа;

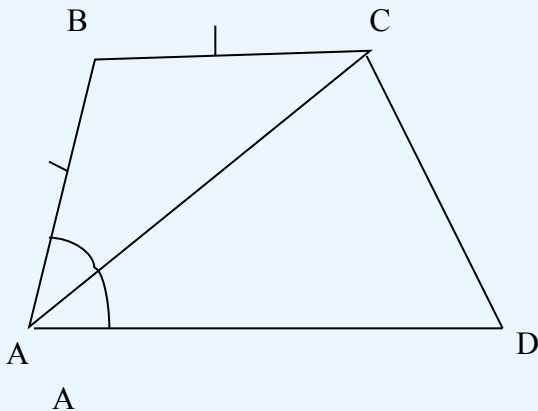
- при составлении задач по готовым



# Примеры заданий по готовым чертежам

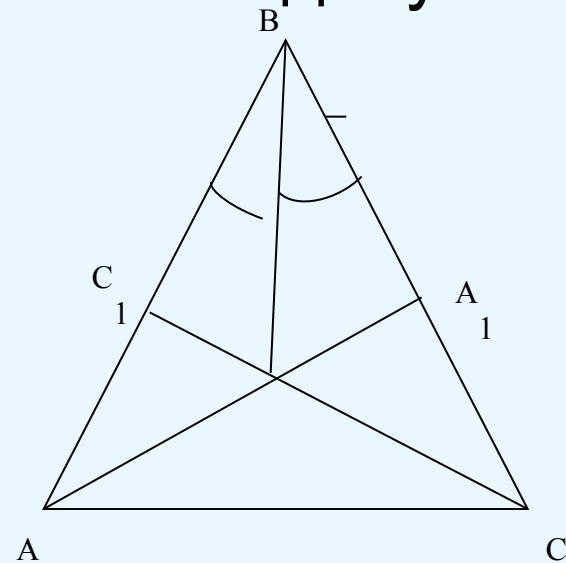
## Задание 11

Используя данные рисунка, докажите, что  $BC \parallel AD$



## Задание 12

Используя данную конфигурацию, составьте задачу



## **Состав действий, необходимых при оформлении решения задачи или доказательства теоремы**

- выполните чертеж и, если необходимо, дополнительные построения;
- опишите построенный чертеж и дополнительные построения;
- введите все необходимые обозначения для чертежа и записи решения;
- обоснуйте выбранные для решения свойства и зависимости;
- следите за правильным использованием символики, приема решения, приема построения и вычислений.

## Состав обобщающего анализа приема решения задачи на доказательство

**Обобщая решение задачи, ответьте на вопрос:**  
относится ли решенная задача к какому-либо  
известному типу?

•если «**да**», то:

- Был ли вам известен прием решения задачи?
- Использовали ли вы его?
- Были ли трудности?
- Допустили ли ошибки?
- Как преодолели их?

•если «**нет**», то:

- Какой способ решения использовали?
- Является ли он рациональным?
- Какие теоретические знания использовали при решении?
- Были ли трудности?
- Как преодолели их ?

# Состав обобщающего анализа приема решения задачи на доказательство (продолжение)

- Какой новый прием получили?
- В каких задачах его можно использовать в дальнейшем?
- Чему научились, решая эту задачу?

Благодарю за  
внимание!