

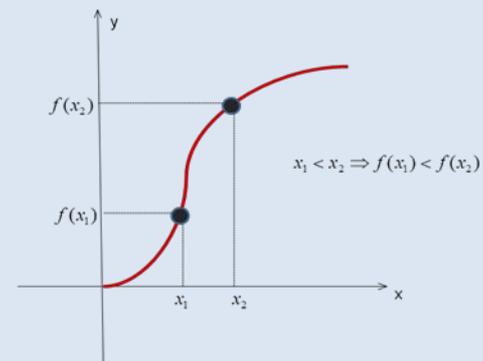
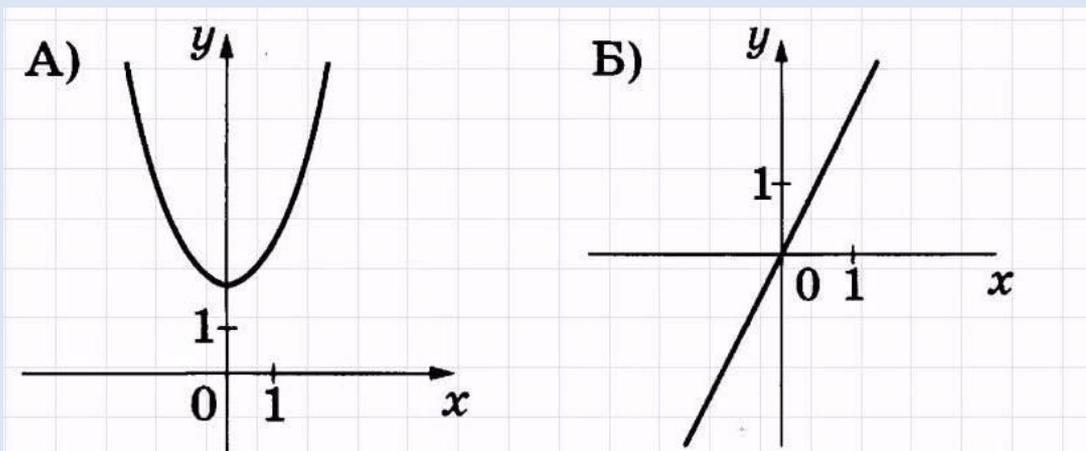
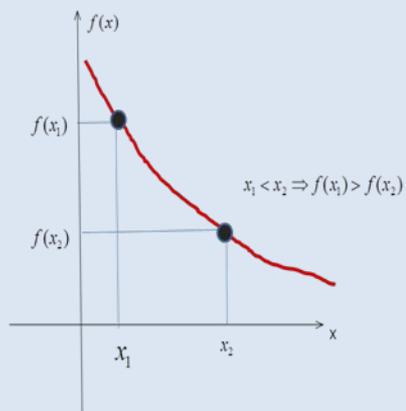
**11.10.2021**

*К л а с с н а я    р а б о т а .*

# ЧИСЛОВЫЕ

# ФУНКЦИИ

# И ГРАФИКИ



немного из истории

А знаете ли вы ...



**Функция** – это одно из основных общенаучных и математических понятий, выражающее зависимость между переменными величинами.

Слово «функция» (от латинского *functio* – совершение, выполнение). Лейбниц употреблял это слово с 1673 г.

Как термин «функция от  $x$ » стало употребляться впервые в 1718 г. одним из учеников и сотрудников Лейбница, выдающимся швейцарским математиком Бернулли

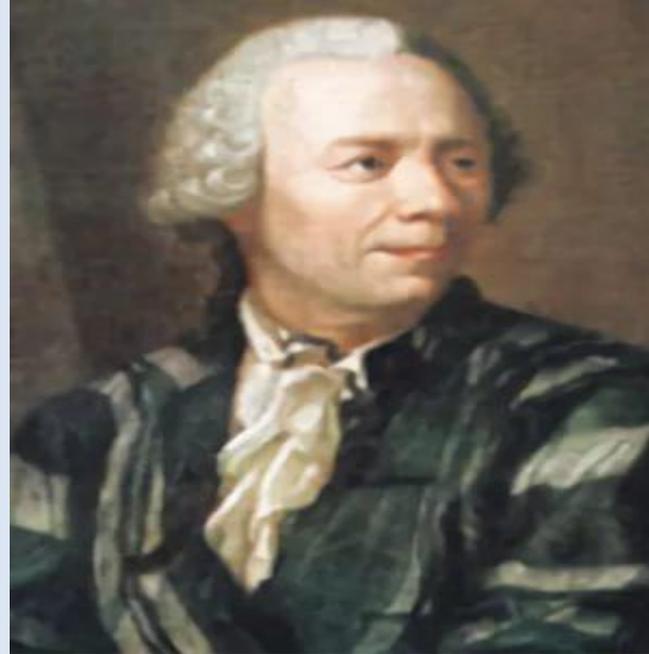


Готфрид Вильгельм фон Лейбниц



Даниил Бернулли

Один из самых замечательных математиков Леонард Эйлер (1707 – 1783), вводя понятие функции, говорил, что «когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых».



леонард эйлер



Николай Иванович Лобачевский  
(1792-1856)

В формировании современного понимания функциональной зависимости приняли участие многие крупные математики. Описание функции, почти совпадающее с современным, встречается уже в учебниках математики начала XIX в. Активным сторонником такого понимания функции был Н.И. Лобачевский.

**«Когда математика стала изучать  
переменные величины и функции,  
как только она научилась  
описывать процессы, движение,  
так она стала необходима всем».**

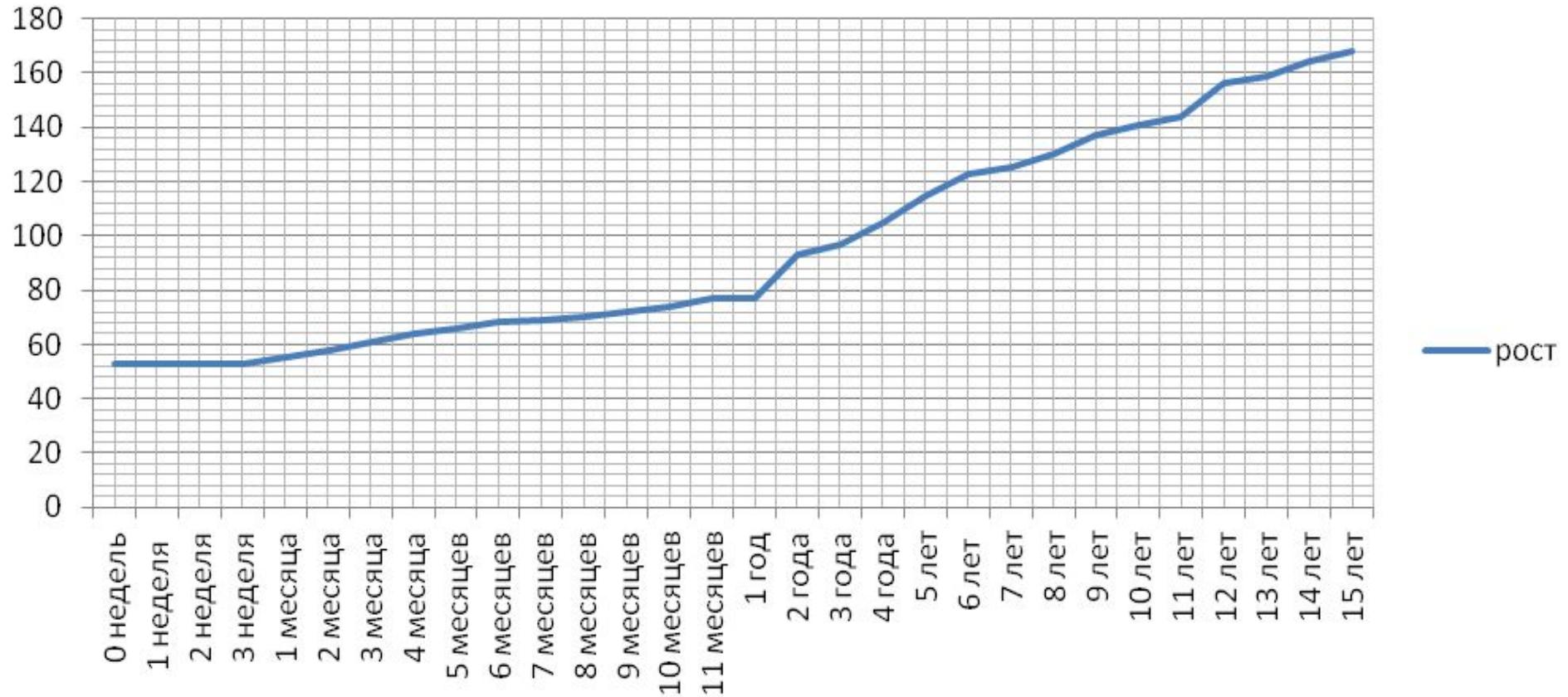
**Ф. Энгельс**

# ФУНКЦИИ ВОКРУГ НАС



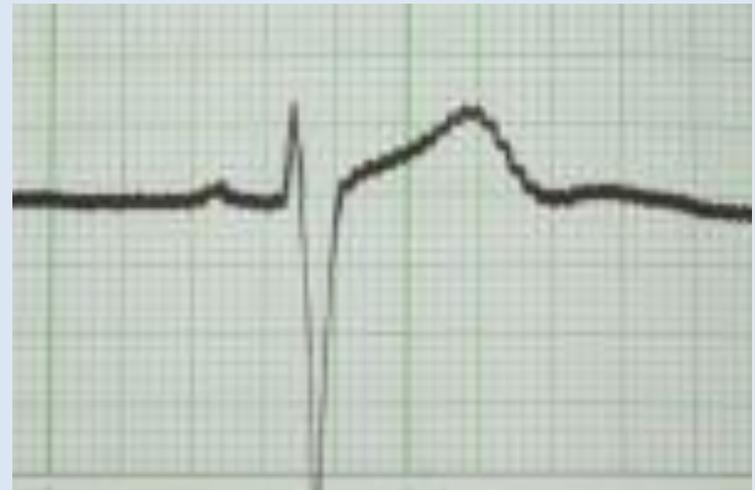
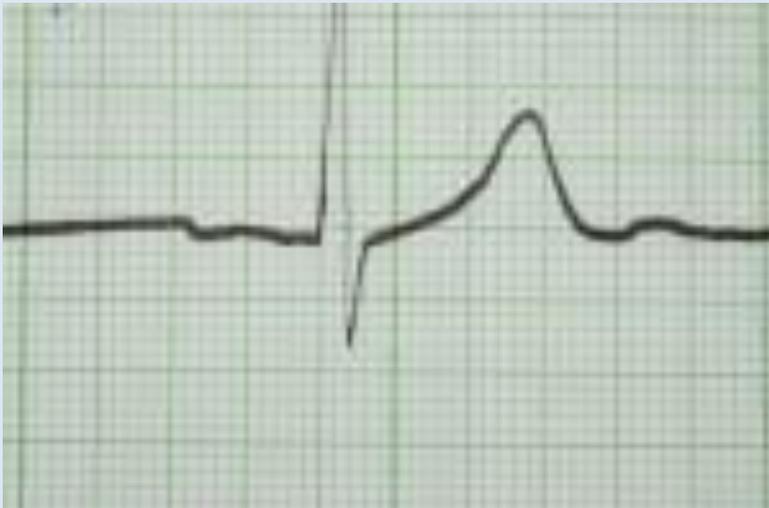
# Первый в жизни график

рост



# Функции вокруг нас

Кардиограмма – график работы сердца



# «Великий и могучий русский язык...»

## Пословицы и поговорки с точки зрения функциональной зависимости

### И сокол выше солнца не летает

В  
ЫС  
ОТ  
а

солнце

Бездонную бочку водой не  
наполнишь

Близок локоть, да не  
укусишь

В поле ветра не поймаешь

Поперек себя не  
перепрыгнешь

Поперек батьки в пекло не  
суйся

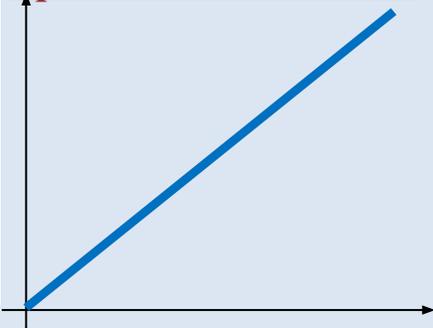
расстояние



# «Великий и могучий русский язык...»

## Прямая зависимость

спр  
ос



знания

Кто много знает, с того много и спрашивается

Каков строитель, такова и обитель  
К чему ребенка приучишь, то от него и получишь

Кто много читает, тот много знает

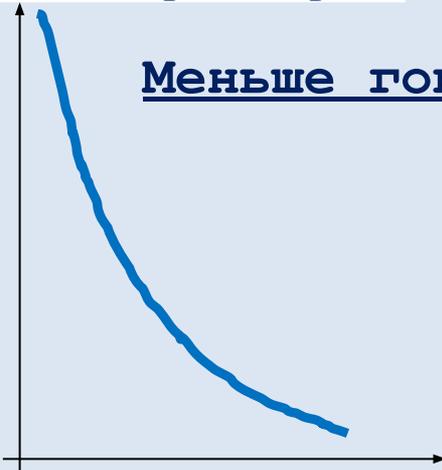
Как аукнется, так и откликнется

Аппетит приходит во время еды

С плохими косцами плох и укос

## Обратная зависимость

Количество разговора



дело

Меньше говори, больше делай

Работает — как ребенок, а ест — как детина

В умной беседе ума набраться, а в глупой свой растерять

Худой мир лучше доброй войны

Тише едешь — дальше будешь

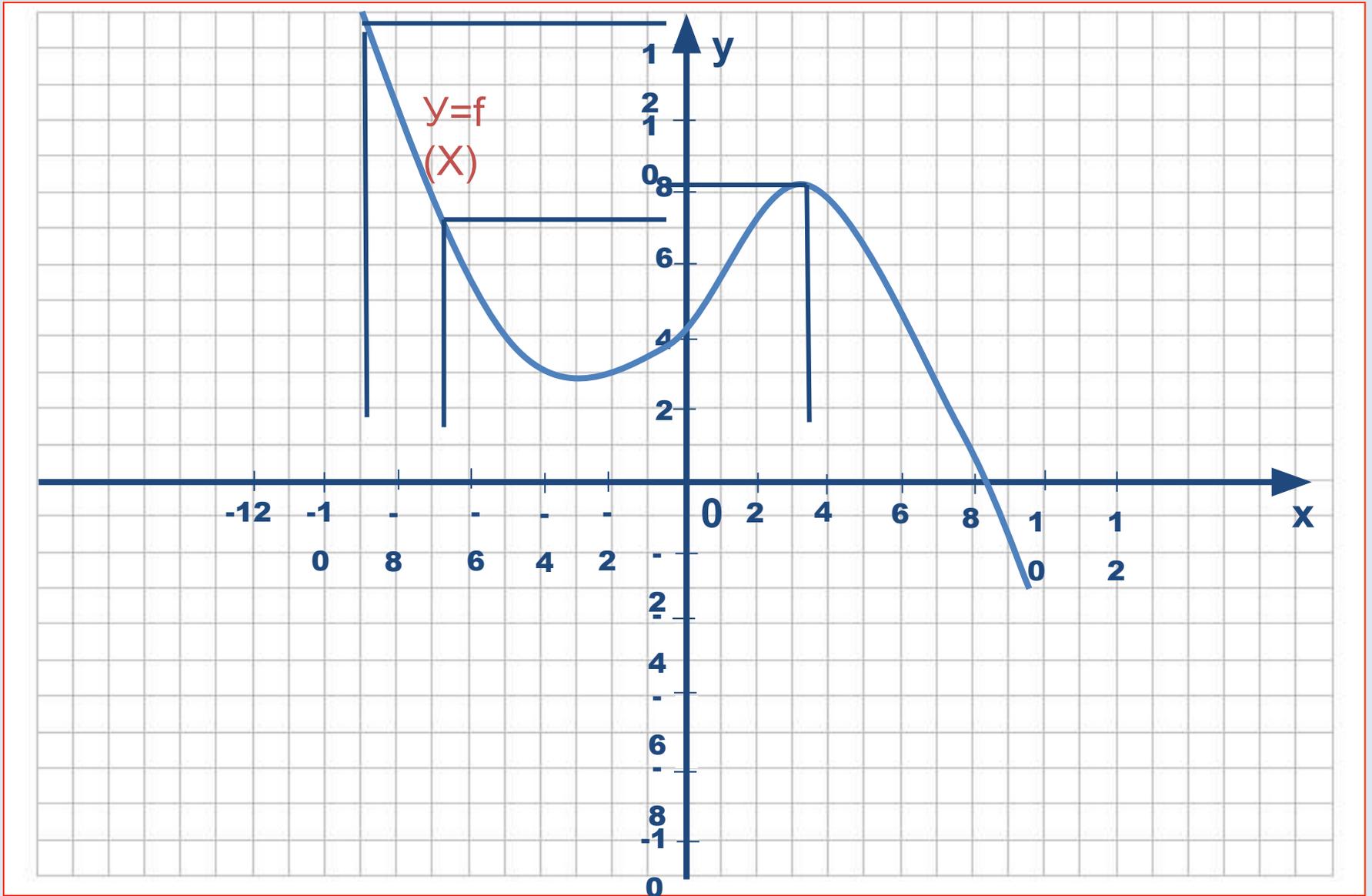
Не все то золото, что блестит

# Алгебра и геометрия развиваются

Сегодня здесь затеи и задачи,  
Смех и шутки не для нас!  
Пожелаем всем удачи –  
За работу, в добрый час!



# Определение функции

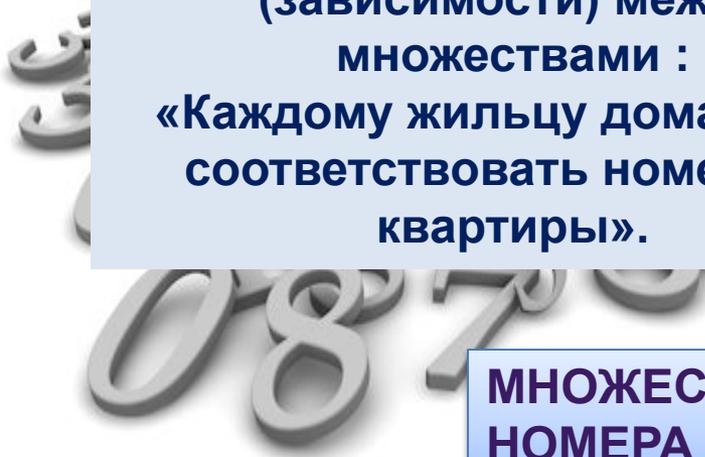




**МНОЖЕСТВО  
X: ВСЕ  
ЖИЛЬЦЫ**



**Правило соответствия  
(зависимости) между  
множествами :  
«Каждому жильцу дома будет  
соответствовать номер его  
квартиры».**



**МНОЖЕСТВО Y:  
НОМЕРА  
КВАРТИР**

Правило соответствия (зависимости) между множествами :  
«Каждому жильцу дома будет соответствовать номер его квартиры».



**Смир  
В**



**Петро  
В**

43



**Петров  
а**





Соответствие  
(зависимость)



**Смирно**

**В**

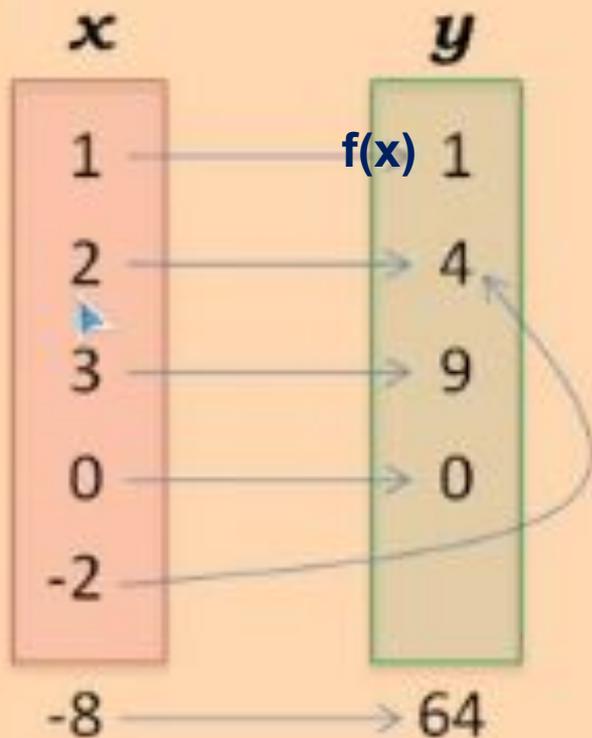


Соответствие  
(зависимость)



**Петров**

# Определение функции



$x$  - переменная

$y$  - переменная

$x$  - аргумент

$y$  - функция

---

**Функция** – это зависимость переменной  $Y$  от переменной  $X$ , причем такая, что каждому значению переменной  $X$  соответствует **единственное** значение переменной  $Y$ .

$$y = f(x)$$

## Что такое функция?

Функциональная зависимость, или функция, - это такая зависимость между двумя переменными, при которой каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной.

Независимую переменную иначе называют аргументом, а о зависимой говорят, что она является функцией от этого аргумента. Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют область определения функции.



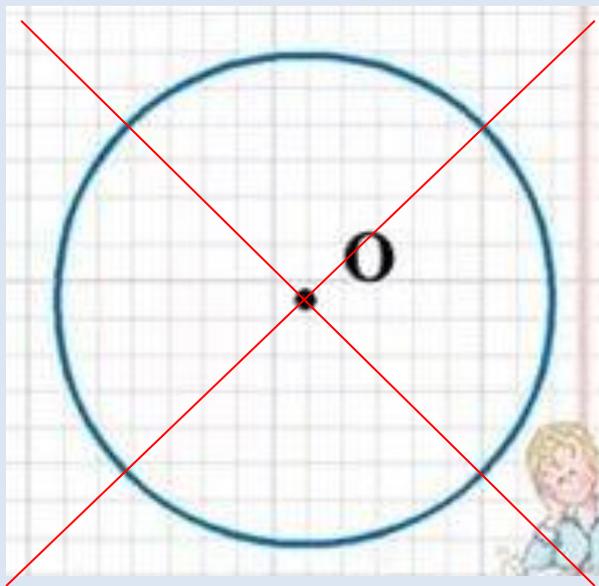
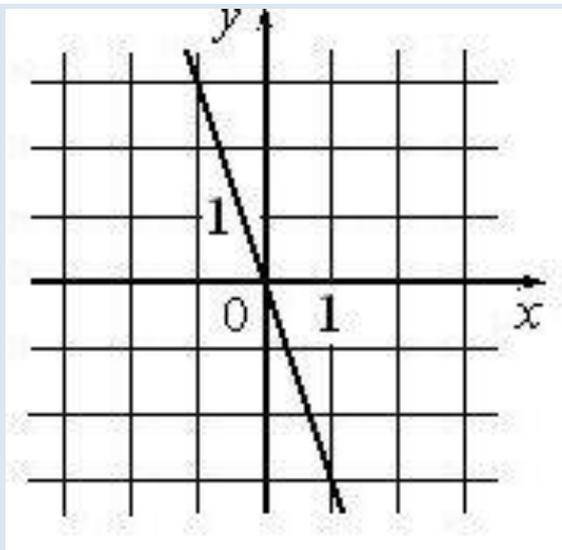
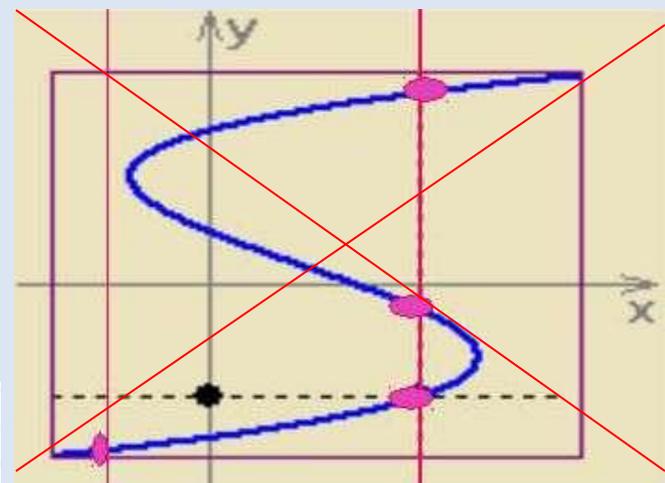
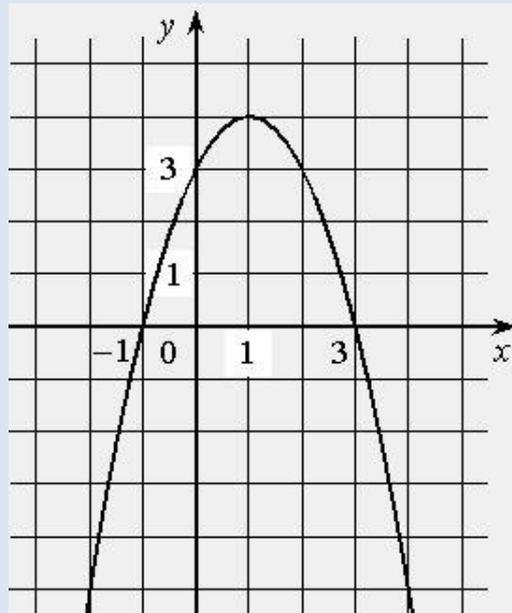
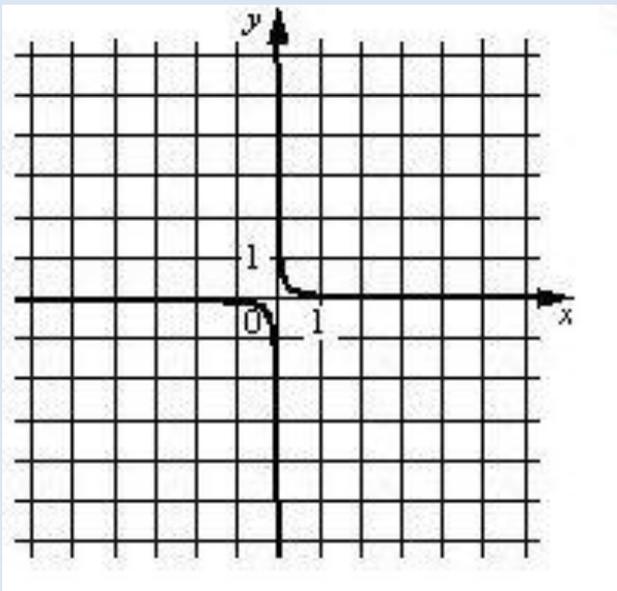
# Существует несколько способов задания функции:



1. С помощью таблицы.
2. Графический.
3. С помощью формулы.

**Графиком** функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты - соответствующим значениям функции.

Какие из данных графиков являются графиками каких-либо функций?



# Область определения функции

Областью определения функции называют множество всех значений, которые может принимать ее аргумент  $(x)$   $D(x)$

$$y = 4x - 3$$

Все действительные  
числа

$$y = 2x^2 - 3x + 5$$

Все действительные  
числа

$$y = \frac{2}{x+1}$$

$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

# Множество значений функции

Множеством значений функции называют множество всех значений которые может принимать переменная  $y \in E(y)$

$$y = 4x - 3$$

Все действительные  
числа

$$y = x^2$$

$$y \geq 0$$

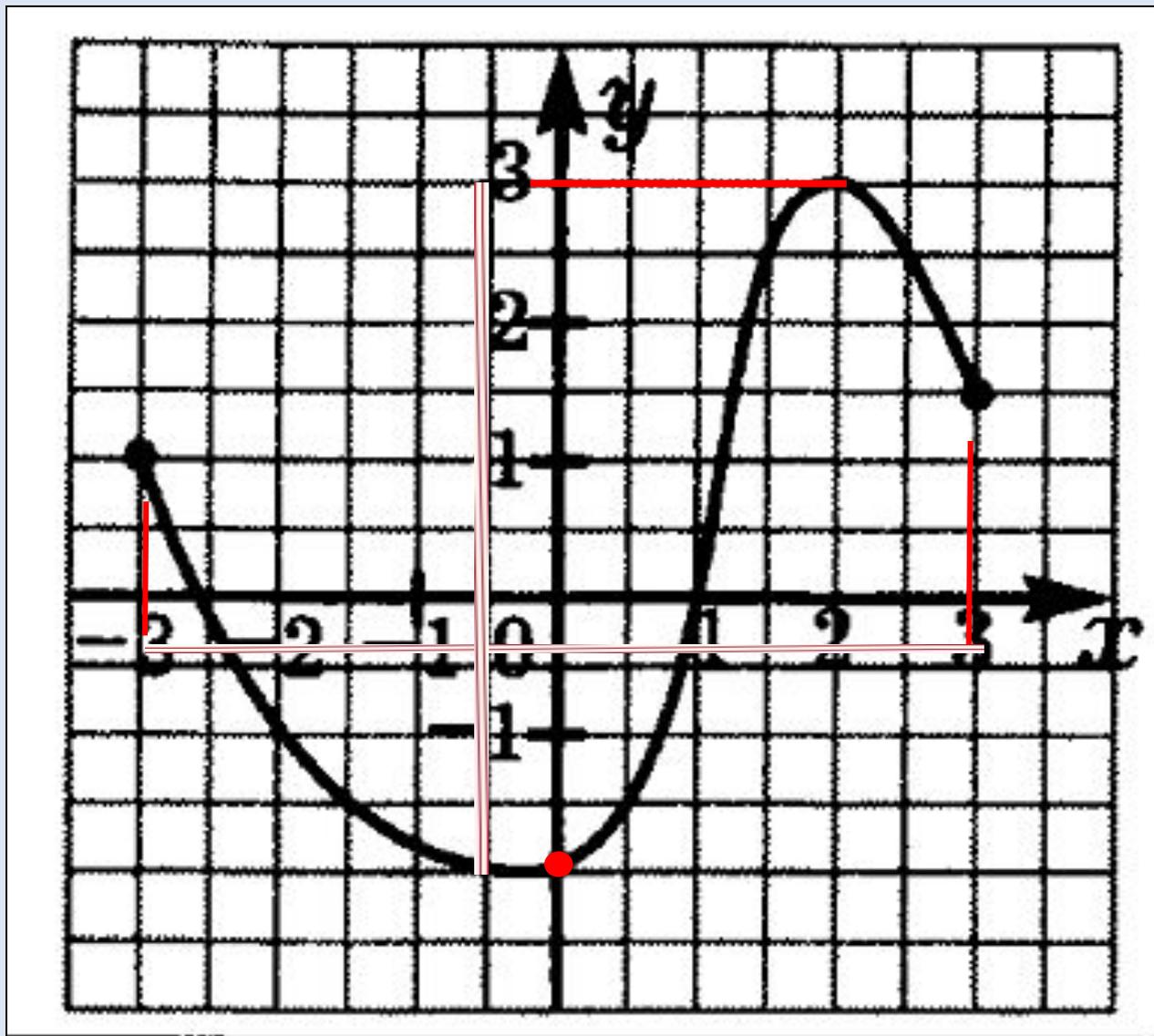
$$y = \frac{1}{x}$$

$$y \neq 0$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y \geq 0$$

**УКАЖИТЕ ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И  
ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ.**



**Функция** – зависимость одной переменной от другой, причем для любых значений  $x$  соответствует единственное значение функции

**$X$**  – независимая (аргумент)

**$Y$**  – зависимая (значение функции)

**$D(y)$**  – область определения

**$E(y)$**  – область значения

**График функции** – множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты соответствующим значениям функции

Найдите область определения и значений функции

а

$(-1; 5]$

б

$[-3; 4)$

в

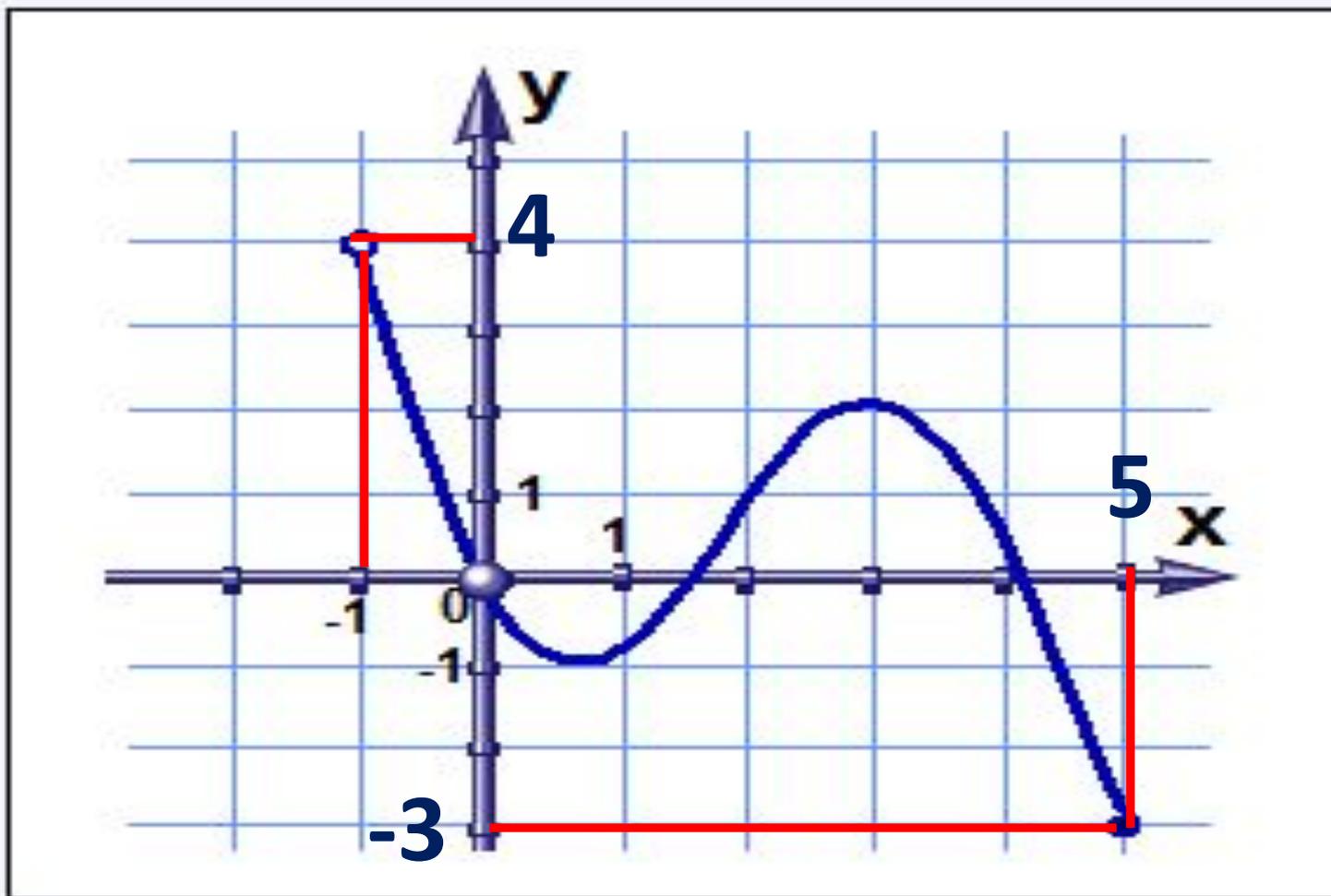
$[-1; 2]$

г

$[-2; 4)$

д

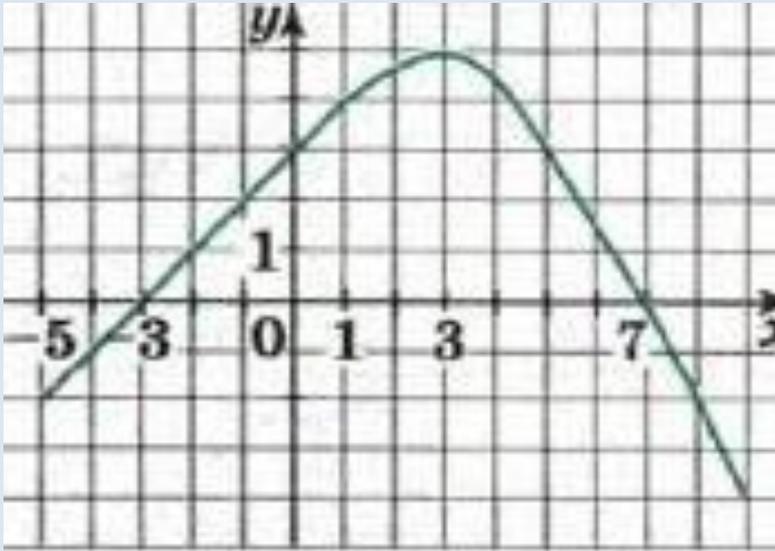
$(-1; 3]$



$D(y) = (-1; 5]$

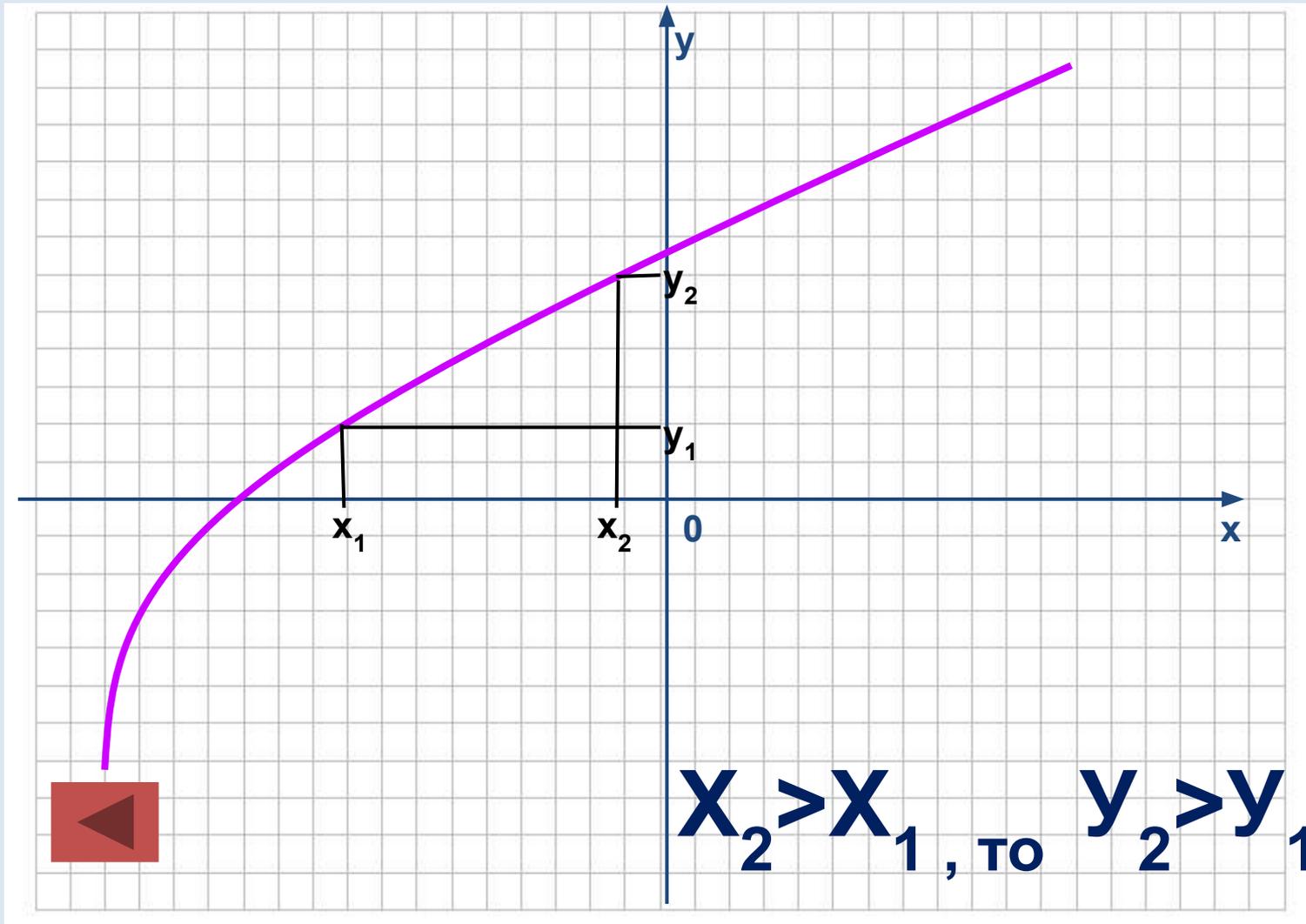
$E(y) = [-3; 4)$

**Промежутки, в которых функция сохраняет знак, называют промежутками знакопостоянства**



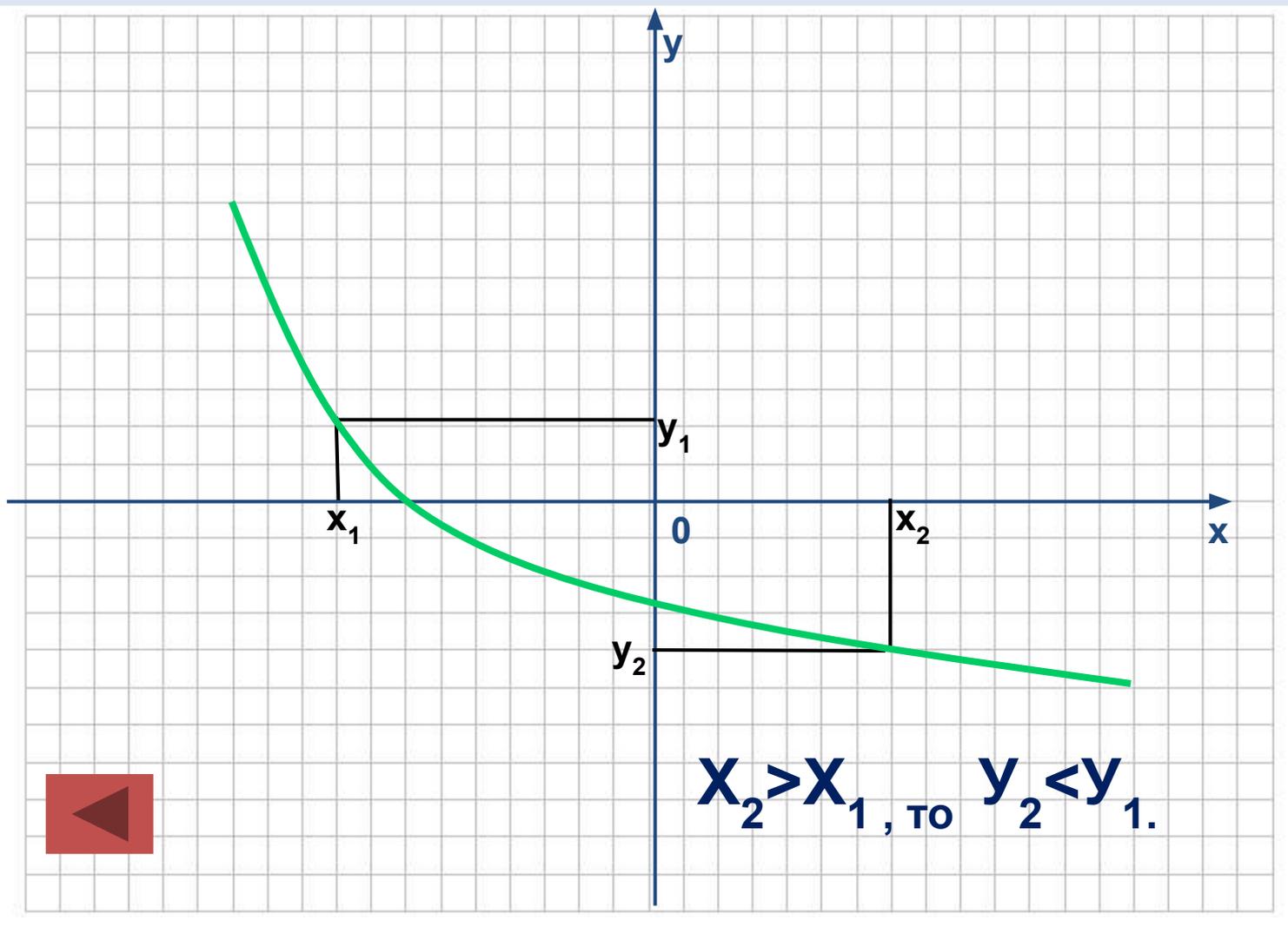
**$y > 0$  при  $x \in (-3; 7)$ ;  
 $y < 0$  при  $x \in (-5; -3) \cup$   
 $(7; 9)$   
 $y = 0$  при  $x = -3$  и  $x = 7$**

# Возрастающая функция.

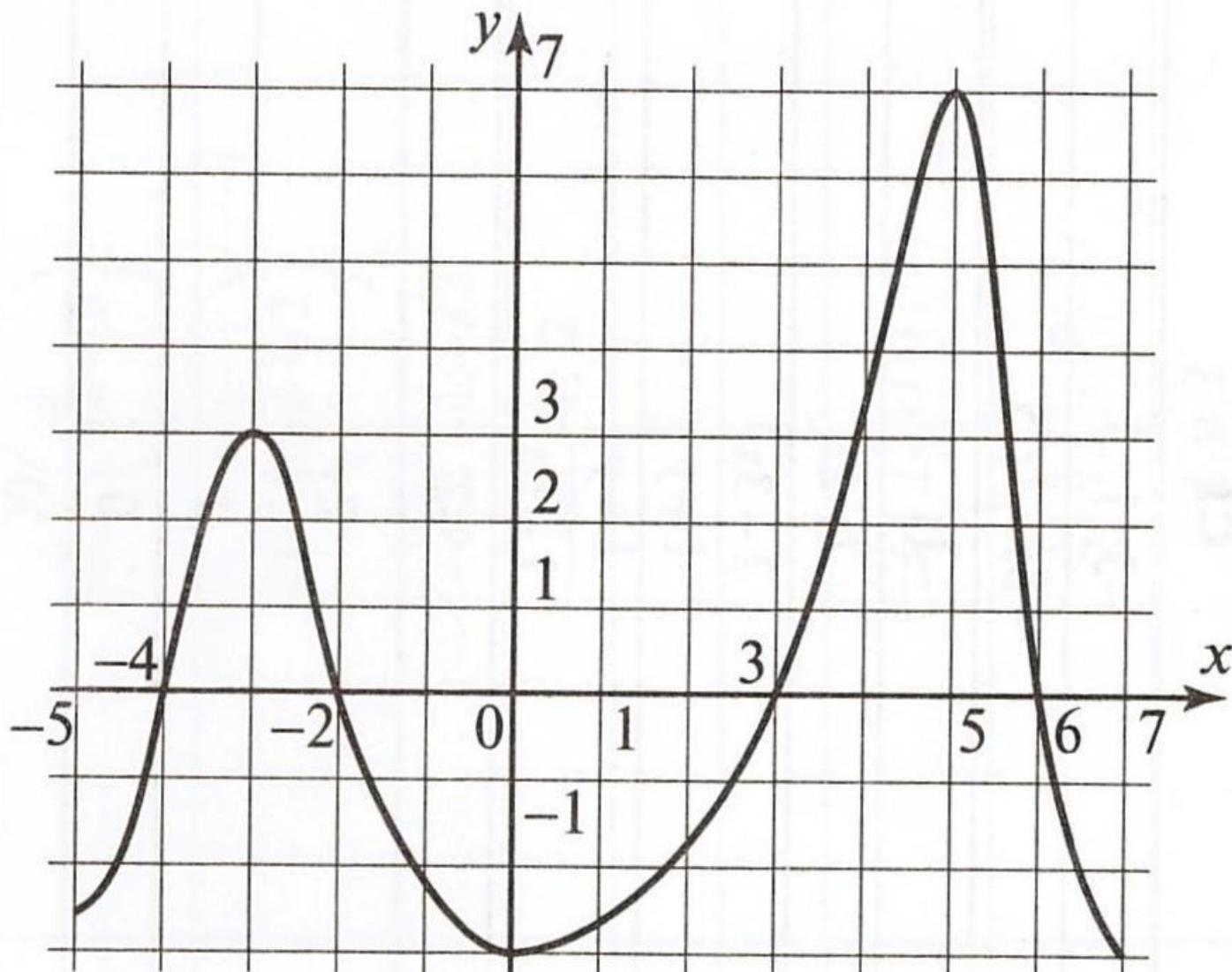


$$x_2 > x_1, \text{ то } y_2 > y_1.$$

# Убывающая функция.



## Провести исследование функции



# Способы задания функции:

1. Формулой (аналитический)

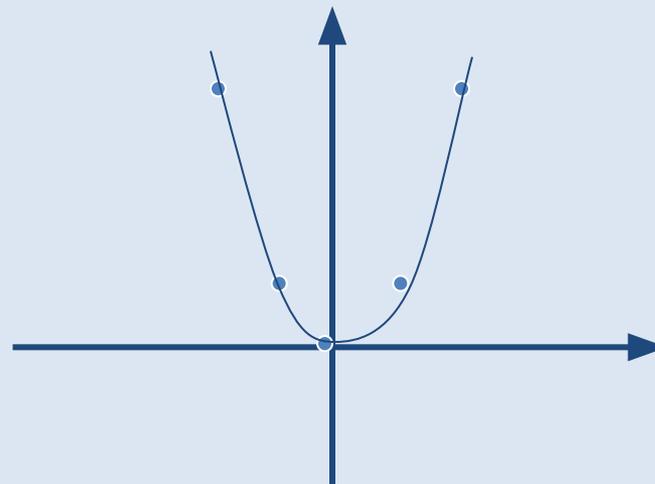
$$y = x^2$$

$$y = 2x + 3$$

2. Табличный

x	-1	0	1	2	3
y	1	0	1	4	9

3. Графический



4. Словесный

# *Виды функций*

---

- Линейная
- Прямая пропорциональность
- Обратная пропорциональность
- Квадратичная
- Кубическая
- Квадратный корень
- Модуль
- Преобразование графиков

$$y = 9,5x$$

$$y = -4x + 8$$

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = -x^2$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 0,6x^3 + 2$$

$$y = \frac{x}{10}$$

$$y = 3x - 5$$

$$y = -0,2x$$

**Линейные функции.**

$$y = ax + b$$

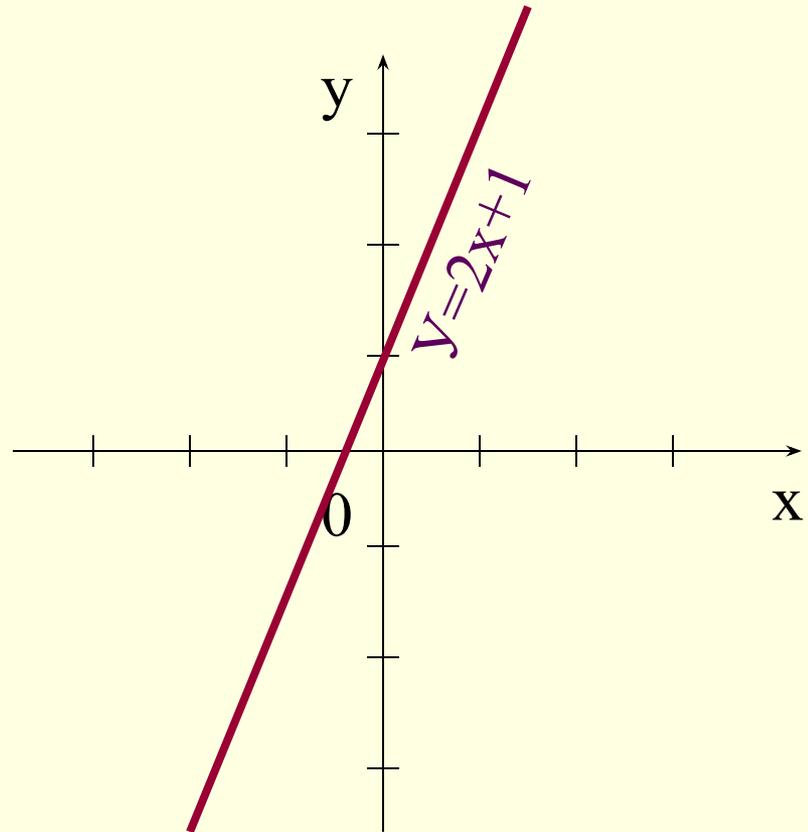
# Линейная функция

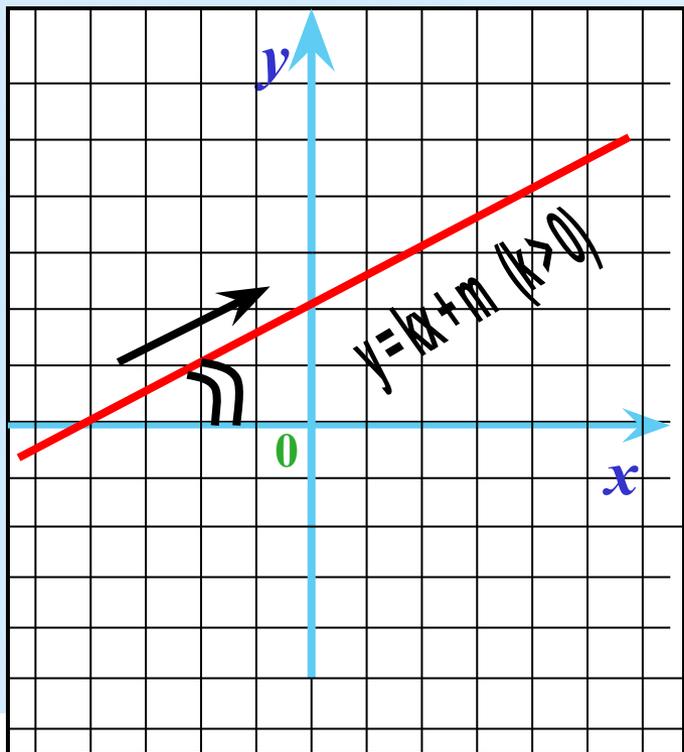
$$y = kx + b$$

график – прямая

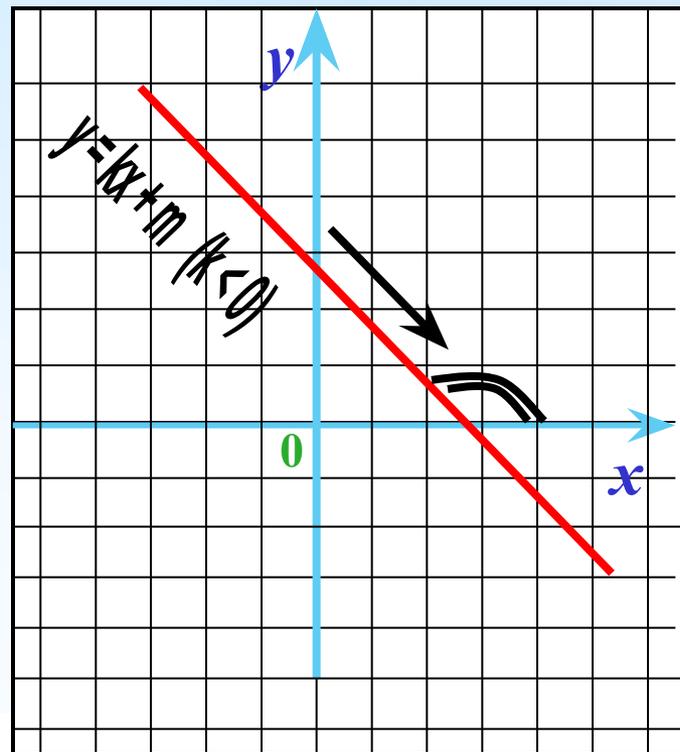
$$y = 2x + 1$$

x	0	1
y	1	3





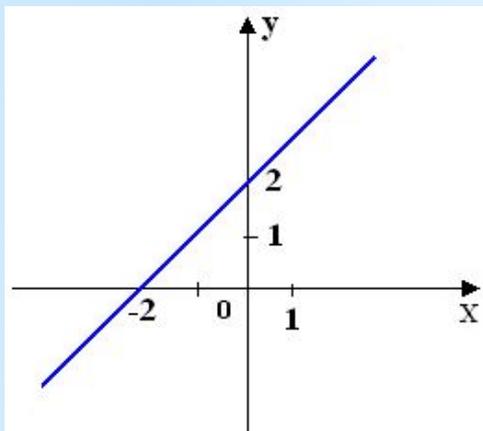
если  $k > 0$ , то угол наклона  
 прямой  $y = kx + b$  к оси  $x$   
 острый



если  $k < 0$ , то угол наклона  
 прямой  $y = kx + b$  к оси  $x$   
 тупой



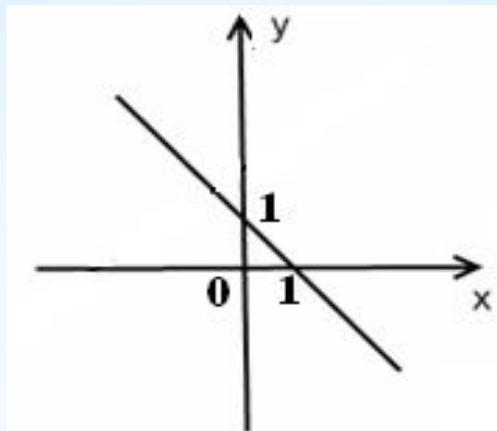
Выберите линейную функцию, график которой изображен на рисунке



$$y = x - 2$$

$$y = x + 2$$

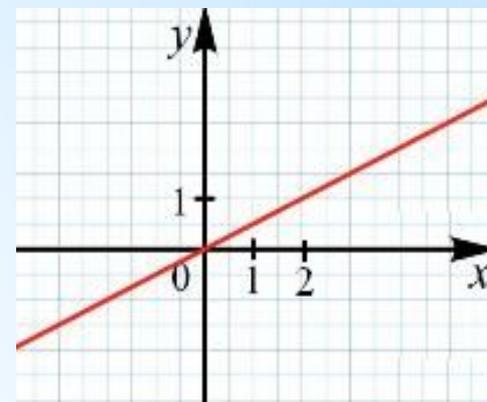
$$y = 2 - x$$



$$y = x - 1$$

$$y = -x + 1$$

$$y = -x - 1$$



$$y = 0,5x$$

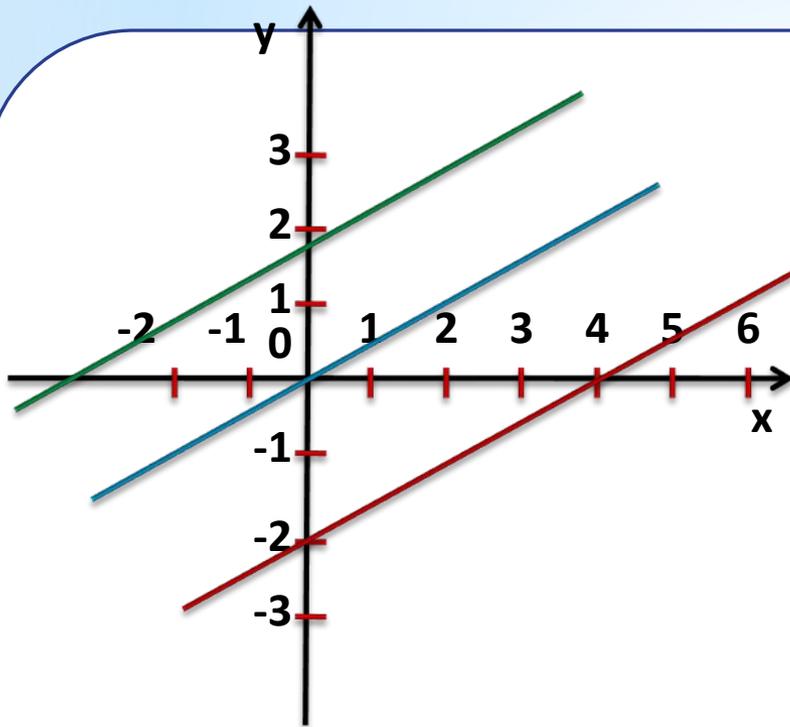
$$y = x + 2$$

$$y = 2x$$

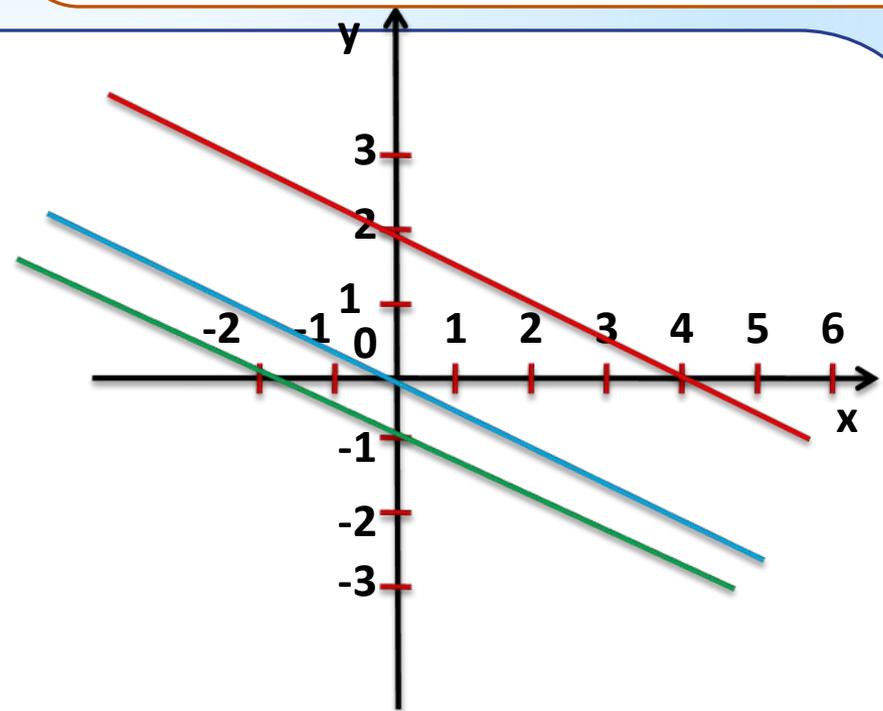
Молодец!

Подумай!

$$y=0,5x+2$$
$$y=0,5x-2$$
$$y=0,5x$$



$$y=-0,5x+2$$
$$y=-0,5x$$
$$y=-0,5x-2$$



## Еще раз повторим:

- \*Функция вида  $y = kx + b$  называется **линейной**.
- \*Графиком функции вида  $y = kx + b$  является **прямая**.
- \*Для построения **прямой** необходимы **только две точки**, так как через две точки проходит единственная прямая.
- \*Коэффициент  $k$  показывает **возрастает** или **убывает** прямая.
- \*Коэффициент  $b$  показывает, в какой точке прямая пересекает **ось ОУ**.
- \*Условие **параллельности** двух прямых.

$$y = 9,5x$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = \frac{x}{10}$$

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = -x^2$$

$$y = -0,2x$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 0,6x^3 + 2$$

**Функции прямой пропорциональности.**

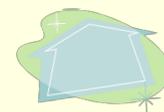
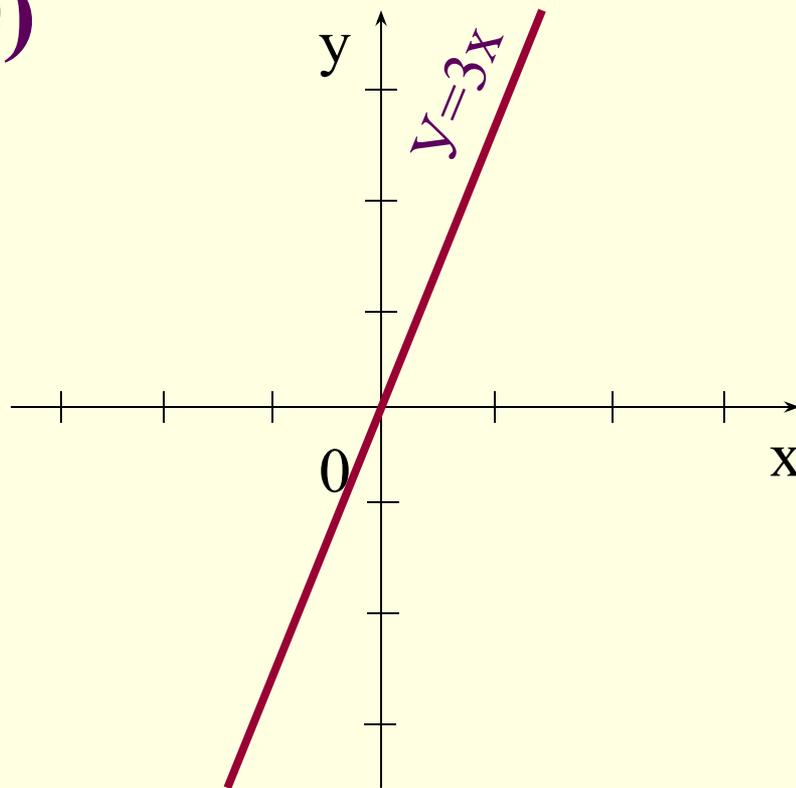
$$y = kx$$

# Прямая пропорциональность

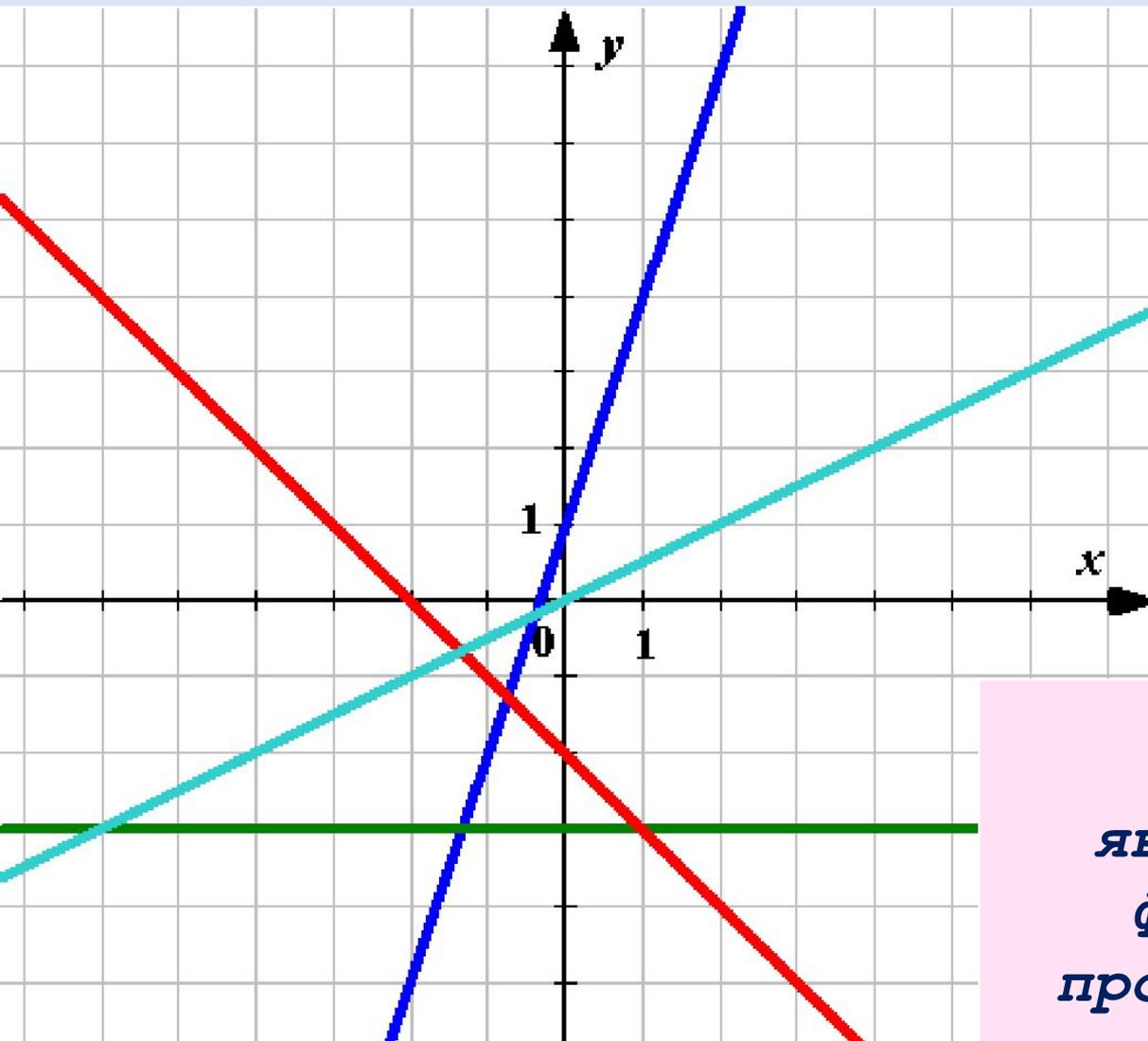
$y = kx$  график – прямая, проходящая  
через  $(0;0)$

$$y = 3x$$

x	0	1
y	0	3



**Найдите соответствия:**



$$y = 0,5x$$



$$y = -x - 2$$



$$y = 3x + 1$$



$$y = -3$$



**Какой график является графиком функции прямой пропорциональности?**

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = -x^2$$

$$y = 0,6x^3 + 2$$

**Функции обратной пропорциональности**

$$y = k/x$$

**И все!**

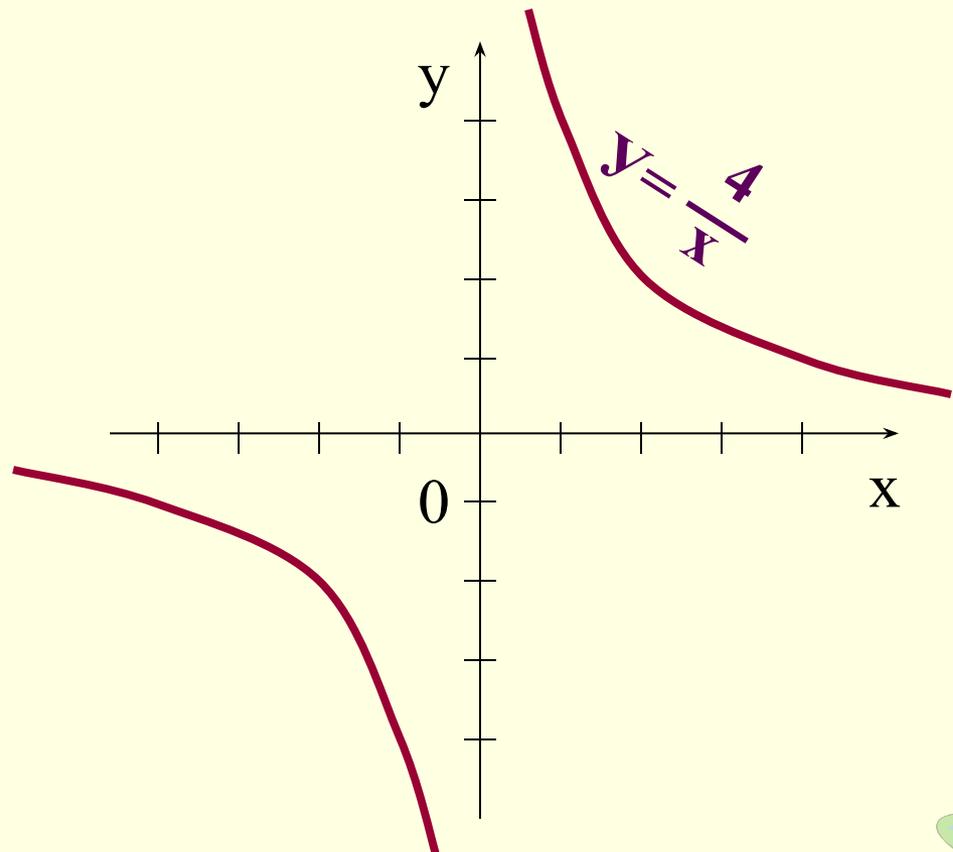
# Обратная пропорциональность

$$y = \frac{k}{x} \quad x \neq 0$$

$$y = \frac{4}{x}$$

График - гипербола

x	4	2	1	-4	-2	-1
y	1	2	4	-1	-2	-4



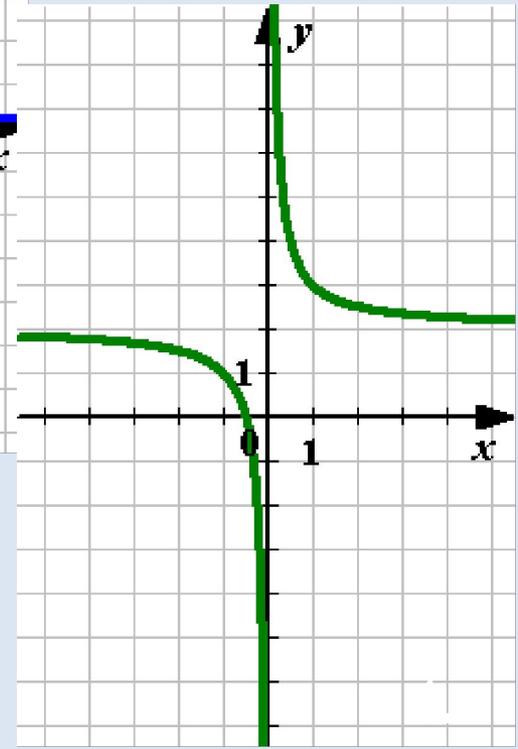
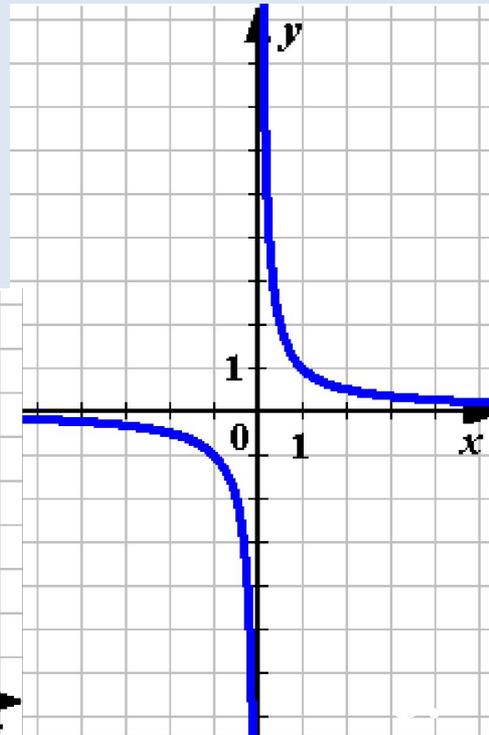
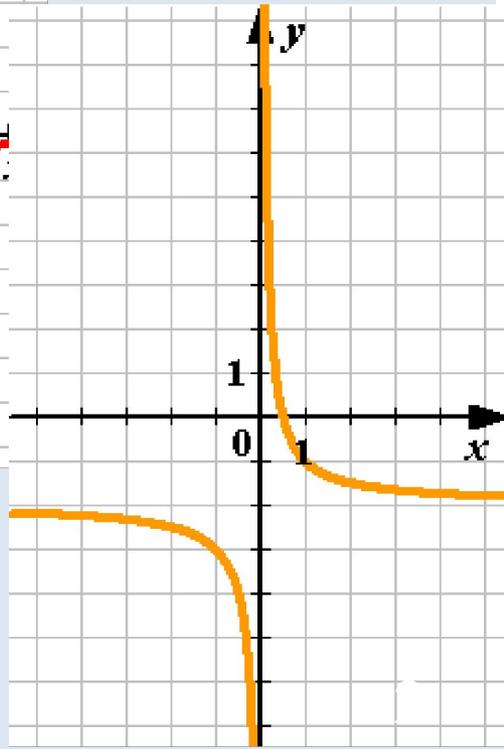
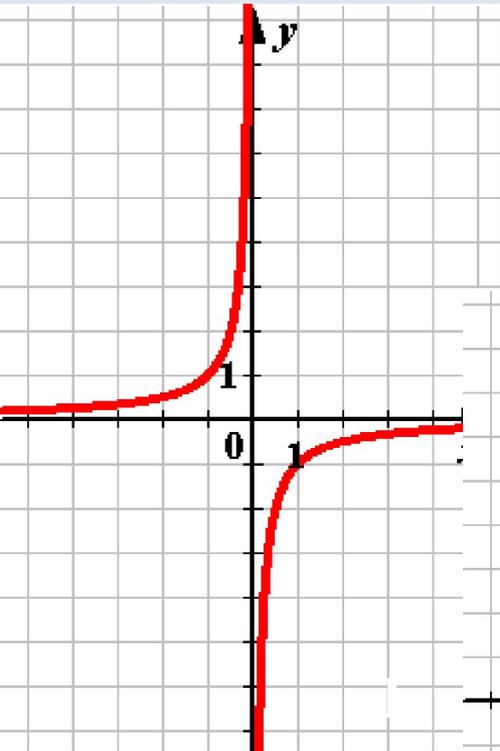
# Найдите соответствия:

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x} + 2$$

$$y = \frac{1}{x} - 2$$



**Выберите описание каждой математической модели.**

$$y = a$$

$$y = kx$$

$$y = kx + m$$

$$y = x^2$$

$$y = 1/x$$

**Гипербола**

**Прямая, параллельная  
оси  $O_x$**

**Парабола**

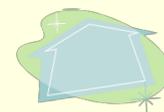
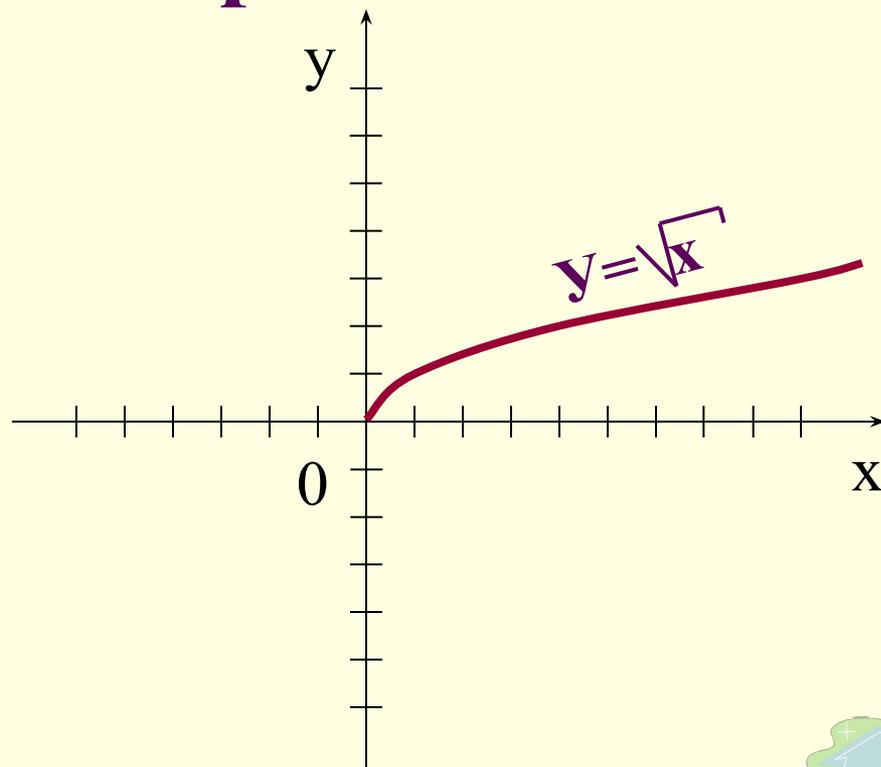
**Прямая, проходящая через  
начало координат**

**Прямая**

# Квадратный корень

$y = \sqrt{x}$  график – ветвь параболы  
в первой четверти

x	0	4	9
y	0	2	3

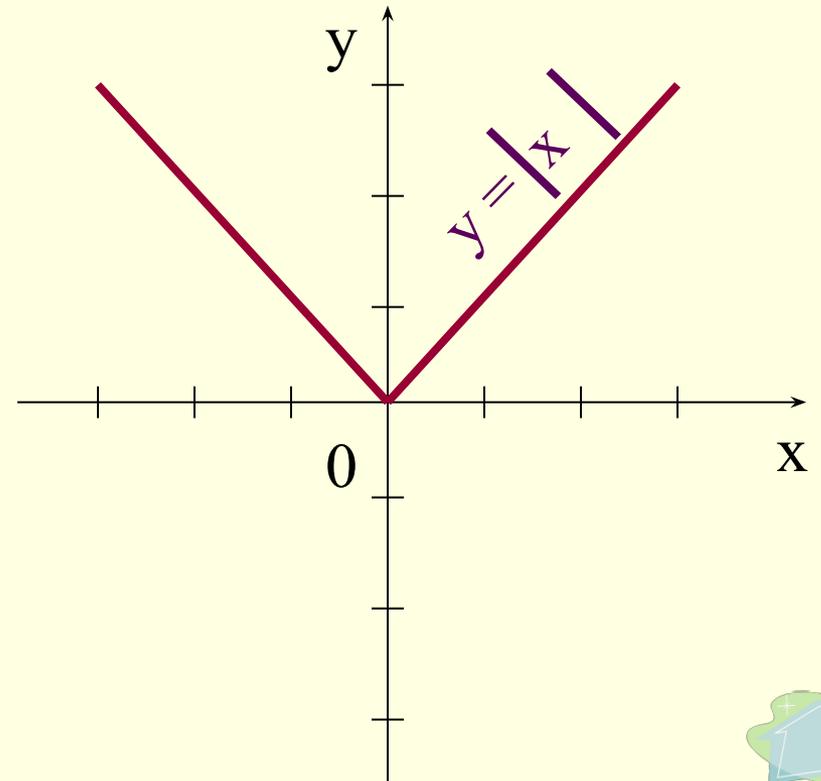


# Модуль

$$y = |x|$$

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0 \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

x	0	3	-3
y	0	3	-3



A2. Укажите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{5-x}}{x}.$$

*Ответ:*  $(-\infty; 0) \cup (0; 5]$

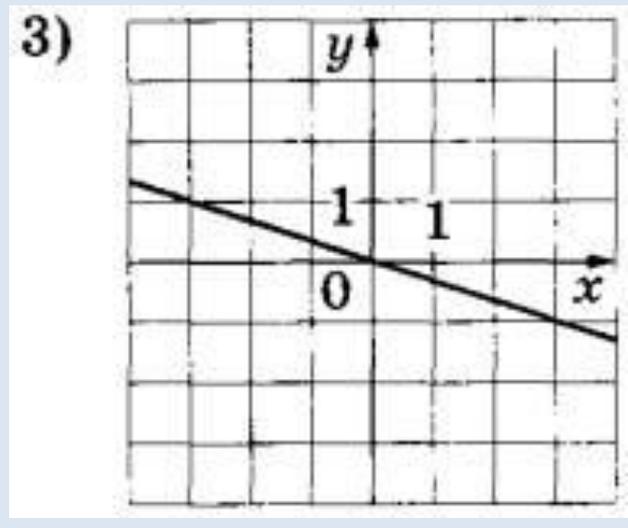
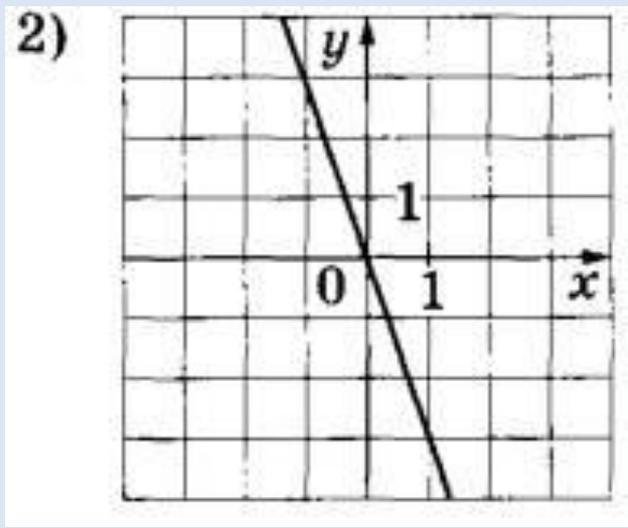
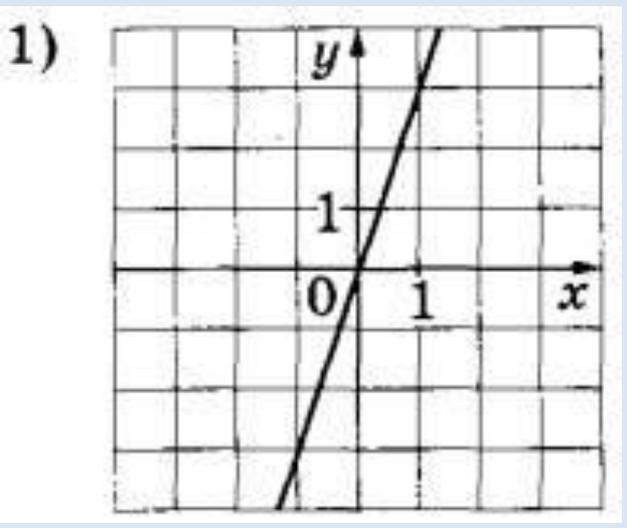
***Решите самостоятельно :***

**A2.** Укажите область определения функции

$$y = \frac{\sqrt{x+6}}{x-2}.$$

***Ответ:***  $[-6; 2) \cup (2; +\infty)$

. Установите соответствие между функциями и их графиками.



**ФУНКЦИИ:** А)  $y = -3x$ ;

Б)  $y = 3x$ ;

В)  $y = -1/3x$

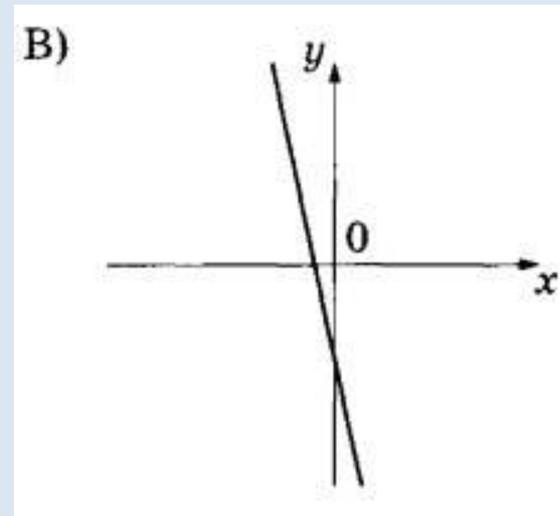
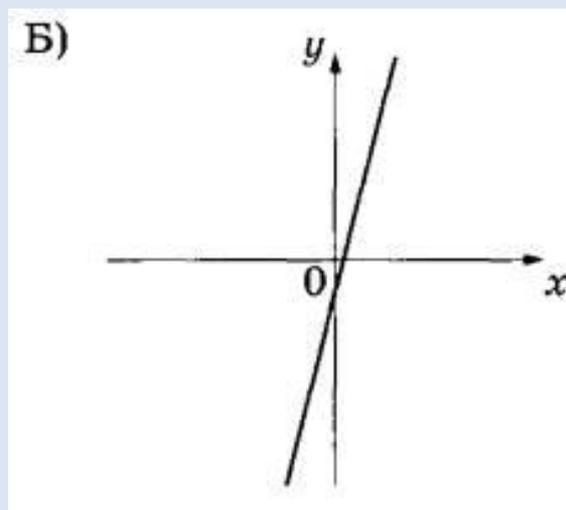
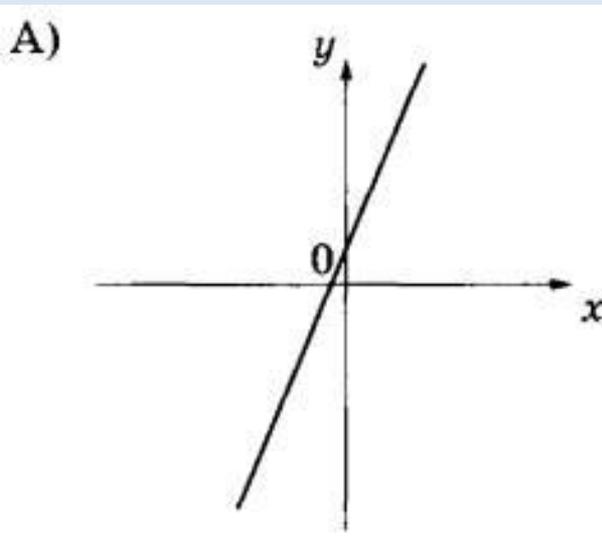
А	Б	В
---	---	---

**2**

**1**

**3**

На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .



КОЭФФИЦИЕНТЫ: 1)  $k > 0, b < 0$ ; 2)  $k < 0, b < 0$ ; 3)  $k > 0, b > 0$

А

Б

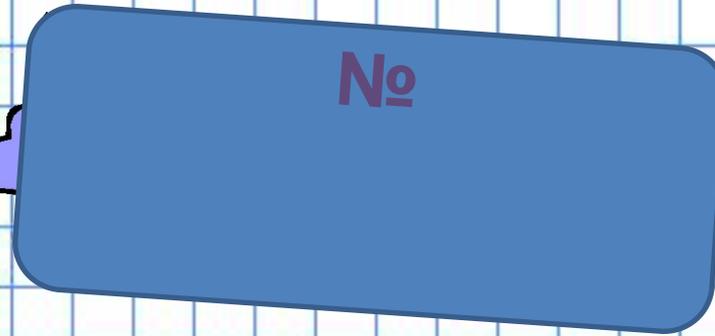
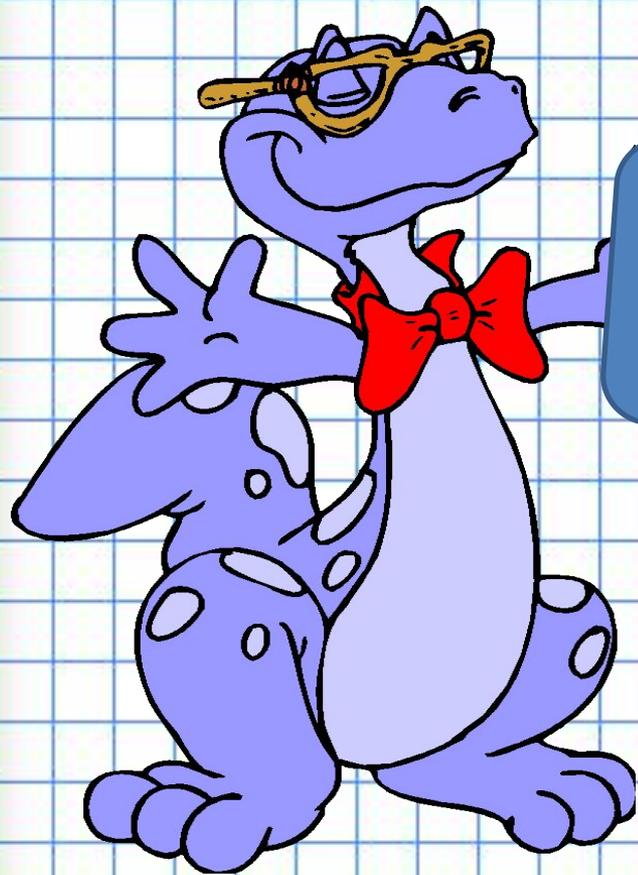
В

3

1

2

домашнее задание:



Желаю удачи!