Примеры

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$$

Любой предел состоит из трех частей:

1) Всем известного значка предела $\lim$.
2) Записи под значком предела, в данном случае $x \to 1$. Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего – именно x, хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность (∞).
3) Функции под знаком предела, в данном случае $\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$.

Сама запись $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$ читается так: «предел функции $\frac{2x^2-3x-5}{x+1}$ при икс стремящемся к единице».

Решение

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-5}{x+1}=\frac{2\cdot 1^2-3\cdot 1-5}{1+1}=\frac{-6}{2}=-3$$

Пример:

Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$

Сначала мы смотрим на числитель и находим x в старшей степени:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим x в старшей степени:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}$$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Итак, метод решения следующий: **для того, чтобы раскрыть неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x в старшей степени**.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-3x-5}{1+x+3x^2}=\frac{\infty}{\infty}=(*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*)=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^2-3x-5}{x^2}}{\dfrac{1+x+3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^2}{x^2}-\dfrac{3x}{x^2}-\dfrac{5}{x^2}}{\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{x}{x^2}+\dfrac{3x^2}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\dfrac{3}{x}^{\to 0}-\dfrac{5}{x^2}^{\to 0}}{\dfrac{1}{x^2}^{\to 0}+\dfrac{1}{x}^{\to 0}+3}=\frac{2}{3}$$

Вот оно как, ответ $\frac{2}{3}$, а вовсе не бесконечность.

Решить предел $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2 - 3x - 5}{x+1}$

Сначала попробуем подставить -1 в дробь:

$$\frac{2(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 5}{-1+1} = \frac{0}{0}$$

В данном случае получена так называемая неопределенность $\dfrac{0}{0}$.

$$\lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x+1} = \frac{0}{0} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1) \cdot (2x-5)}{x+1} = (*)$$

Очевидно, что можно сократить на $(x+1)$:

$$(*) = \lim_{x \to -1} (2x-5) = (*)$$

Теперь и подставляем -1 в выражение, которое осталось под знаком предела:

$$= 2 \cdot (-1) - 5 = -2 - 5 = -7$$