

Примеры

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$$

Любой предел состоит из трех частей:

1) Всем известного значка предела \lim .

2) Записи под значком предела, в данном случае $x \rightarrow 1$. Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего – именно x , хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность (∞).

3) Функции под знаком предела, в данном случае $\frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$.

Сама запись $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$ читается так: «предел функции $\frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$ при икс стремящемся к единице».

Решение

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 5}{1 + 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

Пример:

Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$

Сначала мы смотрим на числитель и находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень в числителе равна двум.

Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим x в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

Старшая степень знаменателя равна двум.

Итак, метод решения следующий: **для того, чтобы раскрыть неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо разделить числитель и знаменатель на x в старшей степени.**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

Разделим числитель и знаменатель на x^2

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

Вот оно как, ответ $\frac{2}{3}$, а вовсе не бесконечность.

Решить предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$

Сначала попробуем подставить -1 в дробь:

$$\frac{2(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 5}{-1 + 1} = \frac{0}{0}$$

В данном случае получена так называемая неопределенность $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{0}{0} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1) \cdot (2x - 5)}{x + 1} = (*)$$

Очевидно, что можно сократить на $(x + 1)$:

$$(*) = \lim_{x \rightarrow -1} (2x - 5) = (*)$$

Теперь и подставляем -1 в выражение, которое осталось под знаком предела:

$$= 2 \cdot (-1) - 5 = -2 - 5 = -7$$