Тема 8

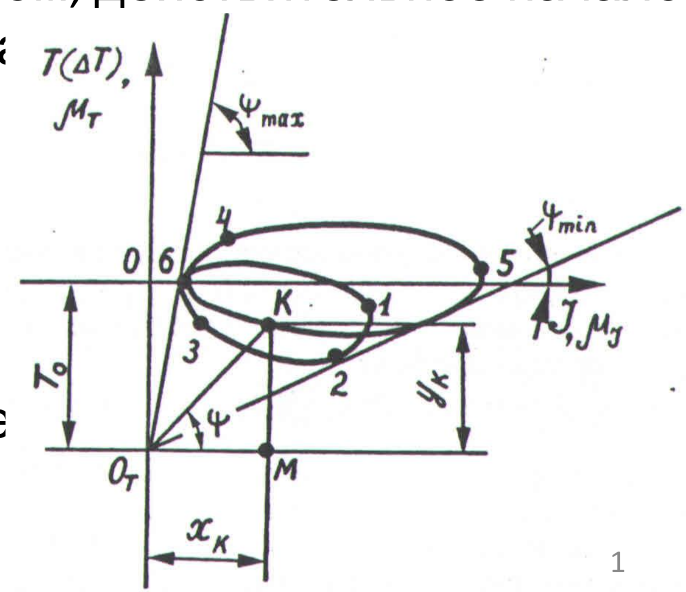
8.4. Определение закона движения начального звена

Полученная выше кривая Виттенбауэра позволяет определить закон движения начального звена, т.е. решить *прямую* задачу динамики.

В момент пуска или остановки машины, т.е. при $\omega = 0$, её кинетическая энергия равна нулю. В установившемся режиме каждому циклу движения машинного агрегата соответствует полный ход точки по замкнутой кривой. При этом кинетическая энергия звена приведения, не будет равна нулю, так как угловые скорости в начале и конце одного цикла равны некоторому среднему значению ω_{cp}.

Так как $\Delta T = T - T_0$, то $T = \Delta T - T_0$. Таким образом, действительное начало координат будет находиться в точке O_T, котора смещена от начала координат диаграммы Виттенбауэра на величину T_0 (см. рис.).

Если соединить начало координат O, с любой точкой на диаграмме (например, K), то получим угол ψ, образованный этой секуще и осью абцисс.



Тема 8

- Этот угол позволяет определить *угловую скорость* начального звена в любом положении.

Из треугольника O_1KM следует:

$$tg\,\psi = Y_K / X_K .$$

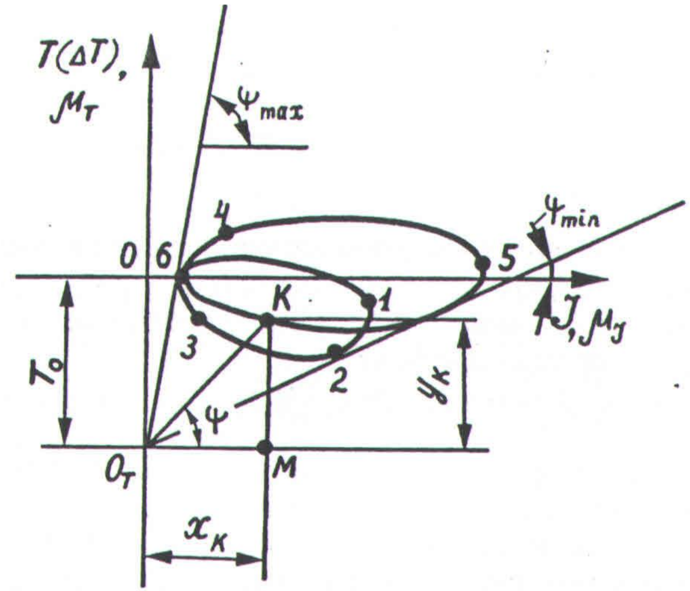
Так как $Y_K = T/\mu_T$; $X_K = J_П / \mu_J$, то

$$tg\,\psi = T\mu_J / J_П\,\mu_T .$$

С учетом того, что $T = J_П\,\omega^2/2$, получим

$$tg\,\psi = (\mu_J / 2\,\mu_T)\,\omega^2 .$$

Отсюда можно найти угловую скорость



$$\omega = \sqrt{2\mu_T tg\psi / \mu_J}\,.$$

Наибольшее и наименьшее значения угол ψ принимает в том случае, когда секущая прямая превращается в касательную. При этом значения угловой скорости:

$$\omega_{\max} = \sqrt{2\mu_T tg\psi_{\max} / \mu_J}\,;$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{2\mu_T tg\psi_{\min} / \mu_J}\,.$$

Тема 8

- **8.5. Определение параметров маховика по заданному коэффициенту неравномерности хода**

Как следует из диаграммы Виттенбауэра, угловая скорость начального звена изменяется от минимального до максимального значений, которые определяют неравномерное движение машинного агрегата, характеризуемого *коэффициентом неравномерности хода*

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{\min}}{\omega_{ср}}, \tag{1}$$

где ω_{min}, ω_{max} – минимальное и максимальное значения скорости; $\omega_{ср}$ – среднее значение скорости ведущего звена.

Поскольку колебания скорости полностью устранить нельзя, их необходимо *ограничить*. Другими словами, нужно сделать коэффициент неравномерности хода как можно малым.

Для того, чтобы уменьшить коэффициент неравномерности хода необходимо увеличить инерционные свойства машинного агрегата. Этого можно добиться путем установки на приводном валу дополнительной массы, которая называется *маховиком*. Маховик является как бы аккумулятором кинетической энергии машинного агрегата, накапливая её во время ускоренного движения и отдавая при замедленном движении.

Тема 8

В случаях, когда установка на приводном валу маховика невозможна по конструктивным или иным соображениям, для реализации его функций можно использовать уже существующие в структуре машинного агрегата звенья, совершающие вращательные движения: ротор энергетической машины, соединительные муфты, зубчатые колеса, кулачки, шкивы, звездочки и т.п.

Основное назначение маховика состоит в ограничении колебаний угловой скорости приводного вала в пределах, определяемых *заданным* коэффициентом неравномерности хода.

Определение момента инерции маховика проводится в процессе проектирования машинного агрегата и составляет одну из задач его *динамического синтеза*.

Эффективным методом решения этой задачи является использование диаграммы Виттенбауэра. Касательные, проведенные к этой диаграмме и соответствующие допустимым для заданного коэффициента неравномерности хода значениям максимальной и минимальной угловой скорости ведущего звена, позволяют определить величину необходимого момента инерции маховика.

Тема 8

- Поскольку коэффициент неравномерности хода малая величина, значение средней скорости ведущего звена можно принять равной среднему арифметическому его максимальной и минимальной скоростей

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \qquad (2)$$

Решим совместно уравнения (1) и (2). Из (1)

$$\omega_{max} - \omega_{\min} = \delta\, \omega_{\text{cp}}\,. \qquad (3)$$

Из (2)

$$\omega_{max} + \omega_{\min} = 2\, \omega_{\text{cp}}\,. \qquad (4)$$

Складывая (3) и (4), получим

$$\omega_{\max} = \omega_{\text{cp}}\,(1 + \delta/2\,). \qquad (5)$$

Вычитая (3) и (4), найдем

$$\omega_{\min} = \omega_{\text{cp}}\,(1 - \delta/2\,). \qquad (6)$$

Определим величины максимальных и минимальных углов наклона

$$tg\ \psi_{\max} = (\mu_J\ /2\ \mu_T)\ \omega^2{}_{\max};$$

$$tg\ \psi_{\min} = (\mu_J\ /2\ \mu_T)\ \omega^2{}_{\min}.$$

С учетом (5) получим $tg\ \psi_{\max} = (\mu_J\ /2\ \mu_T)\ \omega^2{}_{\text{cp}}\ (1 + \delta + \delta^2\ /4).$

Тема 8

- Последним слагаемым в скобке, как членом второго порядка малости, можно пренебречь. Тогда

$$tg\,\psi_{\max} = (\mu_J / 2\,\mu_T)\,\omega^2_{ср}\,(1 + \delta). \qquad (7)$$

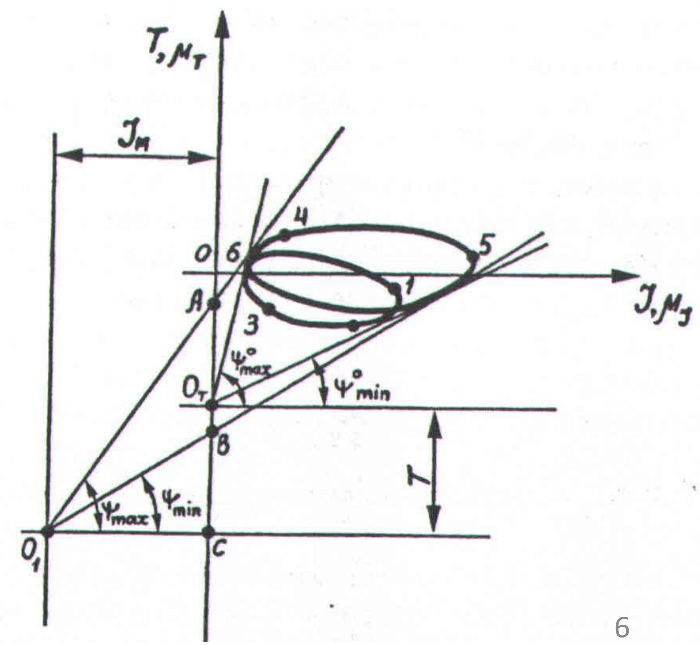
Аналогично будем иметь

$$tg\,\psi_{\min} = (\mu_J / 2\,\mu_T)\,\omega^2_{ср}\,(1 - \delta). \qquad (8)$$

С помощью выражений (7) и (8) по заданным значениям коэффициента неравномерности хода δ и средней скорости $\omega_{ср}$ можно найти значения допустимых углов наклона касательных к диаграмме Виттенбауэра.

Покажем на диаграмме Виттенбаура, построенной *без учета момента инерции* маховика, касательные к кривой из начала координат (т. O_T).

Углы их наклона ψ^0_{max} и ψ^0_{min} могут оказаться такими, что коэффициент неравномерности δ выйдет за пределы допустимых значений.

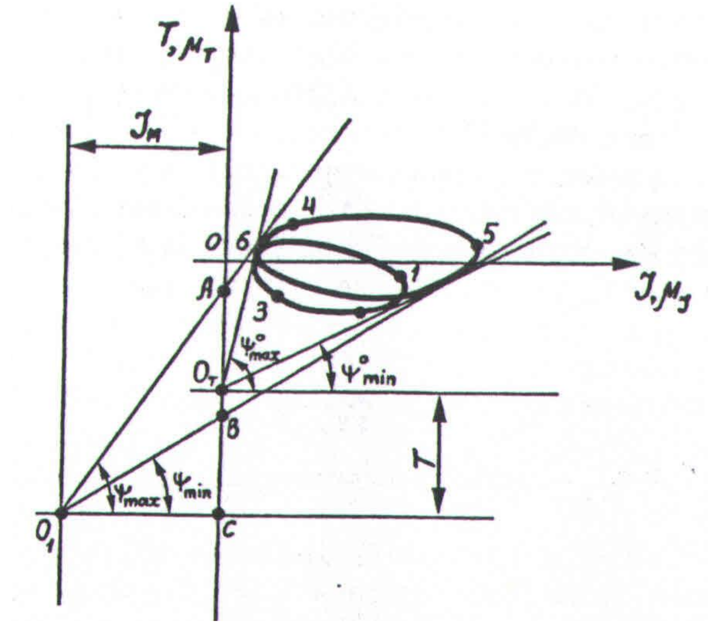


Тема 8

- Значит, нужно провести касательные под углами, рассчитанными по (7) и (8) для заданного δ, т.е. *уменьшить* ψ_{max} и *увеличить* ψ_{min}:

$$\psi_{max} < \psi^0_{max}; \; \psi_{min} > \psi^0_{min},$$

где $\psi^0_{max}, \psi^0_{min}$ – первоначальные значения углов.



Под углами ψ_{max} и ψ_{min} проводятся касательные к диаграмме энергомасс. Пересечение касательных определит новое положение начала координат O_1 графика *ΔT=f(J),* при котором коэффициент неравномерности имеет заданное значение.

Расстояние от точки O_1 до прежней оси координат *ΔT* определит искомое значение приведенного момента инерции механизма (*Jм*).

Если точка O_1 выходит *за пределы чертежа*, то для определения момента инерции маховика используется отрезок *AB*, отсекаемый касательными на оси ординат (*ΔT*).

Тема 8

- Поскольку отрезок AB изображает в масштабе μ_T максимальное изменение кинетической энергии за цикл движения, то с учетом коэффициента неравномерности момент инерции маховика определится по формуле:

$$J_M = O_1 C \mu_J. \quad (9)$$

Найдем длину O_1C. Из треугольника O_1AC:

$$AC = O_1C \, tg\, \psi_{max}.$$

Из треугольника O_1BC:

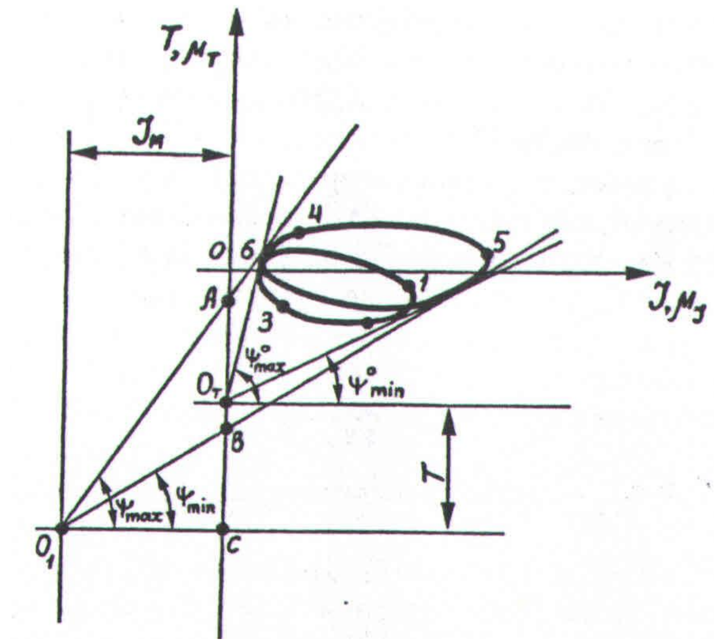
$$BC = O_1C \, tg\, \psi_{min}.$$

Тогда

$$AB = AC - BC = O_1C \, (tg\, \psi_{max} - tg\, \psi_{min}),$$

откуда:

$$O_1C = \frac{AB}{tg\psi_{max} - tg\psi_{min}}.$$



Из уравнений (7) и (8) определяем:

$$tg\psi_{max} - tg\psi_{min} = \left(\frac{\mu_J}{\mu_T}\right) \omega_{cp}{}^2 \delta. \quad (11)$$

Тема 8

- Подставив (10) в (9) с учетом (11), получим:

$$J_M = \frac{AB\mu_T}{{\omega_{cp}}^2\delta}. \qquad (12)$$

Последняя формула определяет *момент инерции маховика*, необходимый для обеспечения заданного коэффициента неравномерности. Если маховик располагается на одной оси с кривошипом, то момент инерции находтся по известной формуле:

$$J_M = \frac{GD^2}{4g}, \qquad (13)$$

где GD^2 – *маховый момент*; *G/g* – масса маховика; *D* – диаметр окружности, на которой условно сосредоточена масса маховика.

Преобразуя (13) с учетом (12) получим:

$$GD^2 = 4gJ_M = \frac{4gAB\mu_T}{{\omega_{cp}}^2\delta} = \frac{4gAB\mu_T}{\frac{\pi^2 n^2}{900}\delta} = \frac{3600AB\mu_T}{n^2\delta}, \qquad (14)$$

где *n* – частота вращения кривошипа.

Тема 8

- Массу маховика считаем распределенной *по ободу*, поэтому силу тяжести рассчитываем по формуле:

$$G = a \cdot b \cdot \pi D \gamma, \qquad (15)$$

где *γ* – удельный вес материала маховика (для стали, чугуна *γ = 78000 Н/м³*);

a,b – ширина и высота площади сечения обода.

Величины *a* и *b* назначаются конструктивно, в долях диаметра:

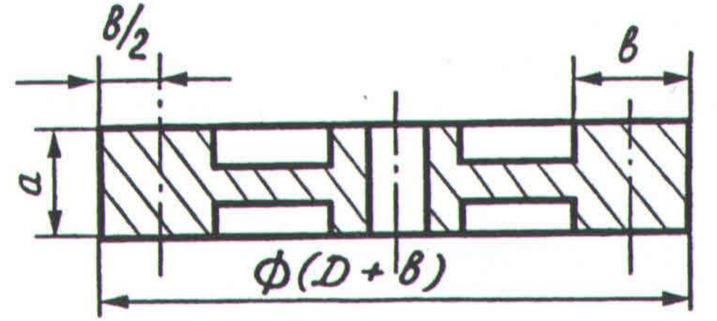
$$a = k_1 D; b = k_2 D. \qquad (16)$$

Коэффициенты k_1 и k_2 принимаются в пределах от 0,1 до 0,2.

С учетом (16) и (15) примет вид:

$$GD^2 = \pi k_1 k_2 D^2 \gamma,$$

откуда находится средний диаметр маховика:



$$D = \sqrt{\frac{GD^2}{\pi k_1 k_2 \gamma}}, \qquad (17)$$

Эффект действия маховика заключается в том, что он позволяет обеспечить движение машинного агрегата с заданным коэффициентом неравномерности.

Тема 9

Тема 9. Уравновешивание механизмов и балансировка вращающихся масс

9.1. Виды неуравновешенности механизмов

При движении звеньев механизмов в КП возникают дополнительные *динамические нагрузки* от сил и моментов *сил инерции* звеньев. Это происходит из-за того, что центры масс звеньев в общем случае имеют переменные по величине и направлению *ускорения*. Так как всякий механизм имеет неподвижное звено – стойку, то и на нее, и на фундамент будут передаваться динамические нагрузки.

Переменные динамические нагрузки являются причиной *неуравновешенности* механизмов, вызывающей появление *дополнительных сил трения* в КП, *напряжений* и *вибраций* звеньев и фундамента, *разрушений* конструкций, *шума* и т. д. Поэтому при проектировании механизмов и машин ставится задача устранения неуравновешенности. Решить её можно установкой в определенных местах конструкции механизма дополнительных масс (противовесов), приводящих к ограничению динамических нагрузок.

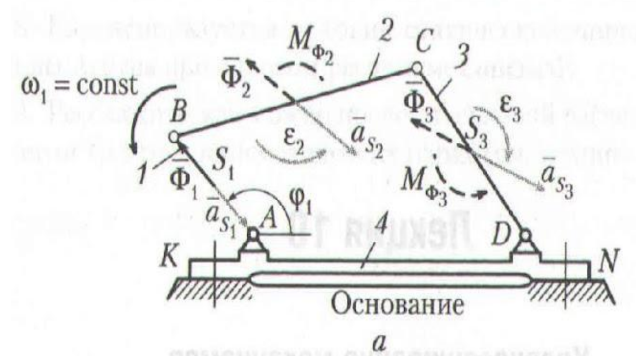
Уравновешиванием называется полное или частичное устранение динамических нагрузок путем рационального распределения масс звеньев или подбора внешних сил, действующих на механизм.

Тема 9

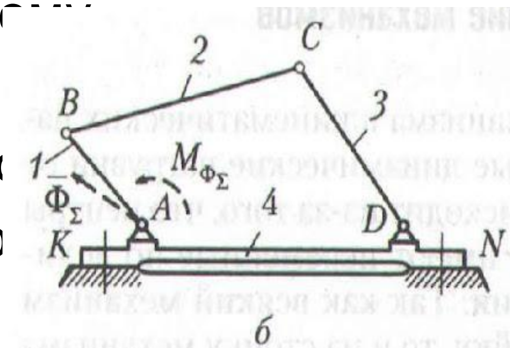
Рассмотрим плоский механизм, начальное звено *1* которого вращается с постоянной угловой скоростью. Приведем всю систему сил инерции к *главному вектору* сил инерции $\boldsymbol{\Phi}_{\Sigma}$, приложенному в т. *А*, и *главному моменту* сил инерции $\boldsymbol{M}_{\Phi_{\Sigma}}$:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\Sigma} = \sum \Phi_i,$$
$$\boldsymbol{M}_{\Phi_{\Sigma}} = \sum M_{\Phi i} + \sum M_{Ai}(\Phi_i),$$

Так как $w_1 = const$, то $M_{\Phi 1} = 0$.



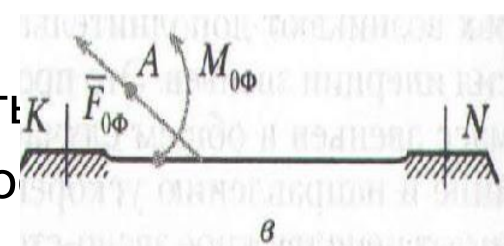
Динамические составляющие *сил давления* стойки на *основание* численно равны общему главн вектору и общему главному моменту сил инерции.



Уравновешенным считается механизм, у которог главный и главный момент сил инерции равны нулю

Если общий главный вектор сил инерции $\Phi_{\Sigma} \neq 0$

то механизм *статически неуравновешен*.



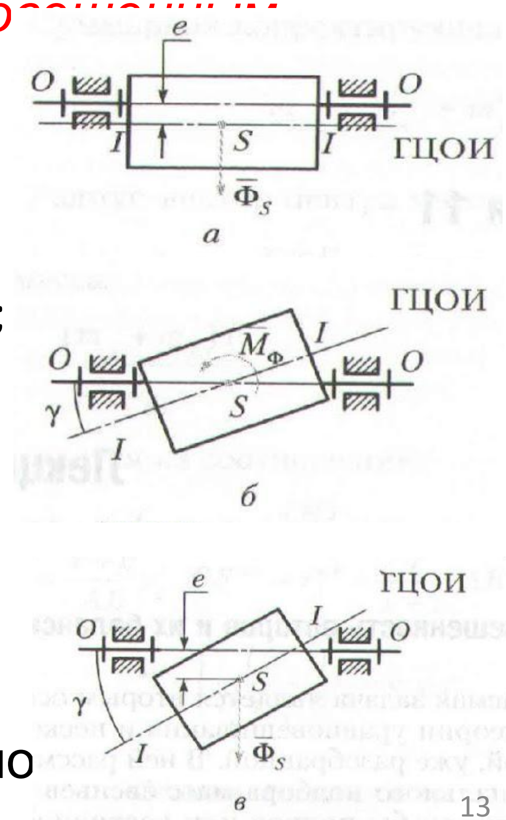
Если $M_{\Phi_{\Sigma}} \neq 0, \Phi_{\Sigma} = 0 -$ *моментная* неуравновешенность

Если $M_{\Phi_{\Sigma}} \neq 0; \Phi_{\Sigma} \neq 0 -$ динамическая неуравновешенно

Тема 9

9.2. Неуравновешенность вращающихся масс (роторов)

На *вращающиеся* звенья механизма действуют переменные *центробежные* силы инерции из-за несимметричного расположения массы звеньев по их объему. В теории уравновешивания любое вращающееся звено называется *ротором*. Если вращение ротора сопровождается появлением динамических реакций и вибраций его опор и стойки, то такой ротор называется *неуравно*

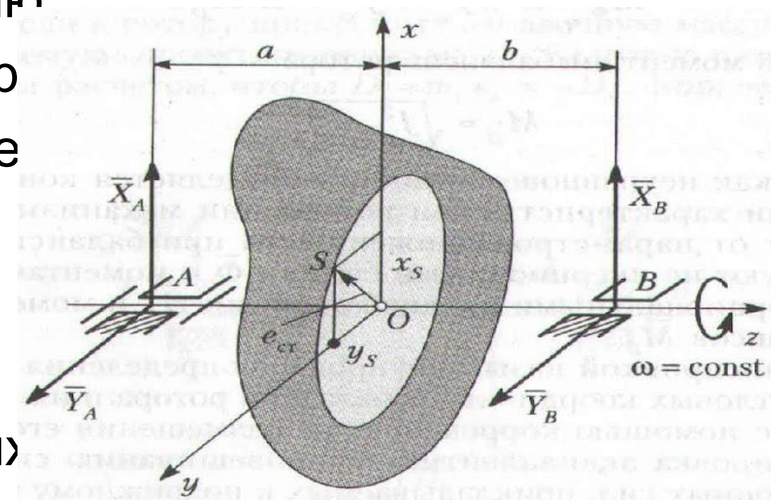


В зависимости от взаимного расположения оси вращения *О-О* ротора и главной центральной оси инерции (*ГЦОИ*) *I-I* различают *статическую* (рис. *а*), когда ось вращения и *ГЦОИ* параллельны; *моментную* (рис. *б*), когда оси пересекаются в центре масс ротора и *динамическую* (рис. в) неуравновешенности, когда эти оси пересекаются вне центра или перекрещиваются.

Уравновешивание роторов или вращающихся масс используется при *проектировании* механизмо

Тема 9

Из теоретической механики известно, что давление вращающегося тела на его опоры, в общем случае, складывается из двух составляющих: *статической*, обусловленной действием заданных сил, и *динамической*, определяемой ускоренным движением материальных частиц, из которых состоит вращающееся тело (ротор). У неуравновешенного ротора динамическая составляющая не равна нулю



При равномерном вращении ротора вокр

оси *z* проекции динамической составляюще

определяются следующим образом:

$$X_A + X_B = \Phi_x; \qquad Y_A + Y_B = \Phi_y;$$

$$-X_A a + X_B b = M_{\Phi y}; \qquad Y_A a - Y_B b = M_{\Phi x}.$$

Эти проекции главных векторов и главны

моментов сил инерции находятся по формулам:

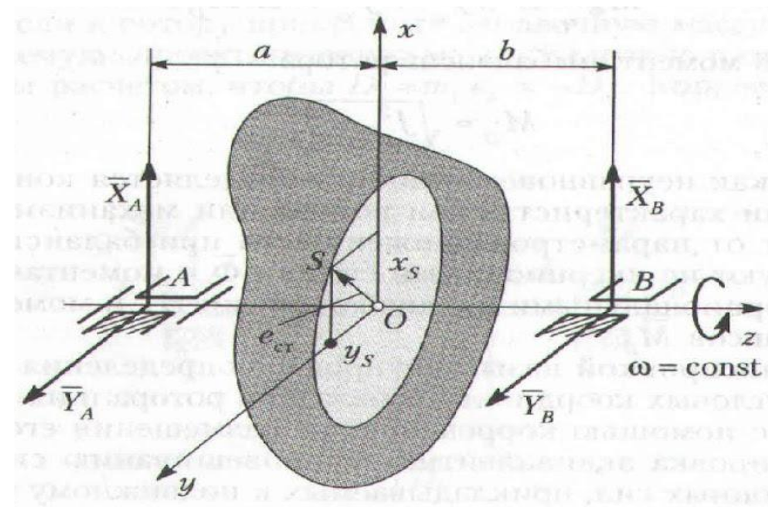
$$\Phi_x = m\,\omega^2 x_s; \qquad \Phi_y = m\omega^2 y_s;$$

$$M_{\Phi x} = -\omega^2 J_{yz}; \qquad M_{\Phi y} = -\omega^2 J_{xz}.$$

Здесь *m* – масса ротора; J_{yz}, J_{xz} – центробежные моменты инерции ротора относительно системы координат *Oxyz.*

Тема 9

- Плоскость *xOy* проходит через центр масс ротора, а вся система вращается вместе с ротором. Отметим, что главный момент сил инерции $\boldsymbol{M}_{\Phi}$ – векторная величина.



Из последних выражений следует, что ***неуравновешенность ротора возрастает пропорционально квадрату его угловой скорости.***

Поэтому если роторы неуравновешенны, то они оказывают на свои опоры динамические давления, вызывающие вибрацию стойки и основания. Устранение этого вредного воздействия называется *уравновешиванием* (*балансировкой*) ротора. Решение данной задачи относится к динамическому синтезу машин.

Модуль главного вектора

$$\Phi = m\sqrt{(x_s)^2 + \left(y_s\right)^2}\ .$$

В векторном виде $\boldsymbol{\Phi} = m\,\omega^2\,\boldsymbol{e}_{\text{ст}}$,

где $\boldsymbol{e}_{\text{ст}}$ – радиус -вектор статического эксцентриситета массы ротора.

Тема 9

- Мерой статической неуравновешенности ротора является статический дисбаланс

$$\boldsymbol{D}_{\text{ст}} = m\boldsymbol{e}_{\text{ст}}.$$

Вектор $\boldsymbol{D}_{\text{ст}}$ называется *главным вектором дисбалансов* ротора.

Очевидно, что $\boldsymbol{\Phi} = \omega^2 \boldsymbol{D}_{\text{ст}}$.

Модуль главного момента центробежных сил инерции

$$\boldsymbol{M}_{\Phi} = \omega^2 \sqrt{\left(J_{yz}\right)^2 + \left(J_{yz}\right)^2} = \omega^2 \boldsymbol{M}_D.$$

Главный момент дисбаланса ротора

$$M_D = \sqrt{\left(J_{yz}\right)^2 + \left(J_{yz}\right)^2}\ .$$

Так как неуравновешенность определяется конструктивными характеристиками ротора или механизма и не зависит от параметров движения, то при уравновешивании оперируют не инерционными силами и моментами сил, а пропорциональными им дисбалансами и моментами дисбалансов.

Тема 9

Для устранения малой неуравновешенности, возникающей *после изготовления* звеньев и их монтажа из-за несоблюдения размеров в процессе изготовления, неточности сборки, неоднородности материала, звенья подвергают балансировке. *Балансировкой* называется процесс уравновешивания вращающихся звеньев путем подбора и установки дополнительных масс.

Если масса ротора распределена относительно оси вращения равномерно, то *ГЦОИ* совпадает с осью вращения и ротор является уравновешенным.

Различают балансировку:

– *статическую*, которую производят для достаточно плоских роторов типа дисков, колес, маховиков, шкивов. Ротор при этом устанавливают в опорах с малым трением (например, на призмах) и путем добавления масс или высверливания добиваются безразличного положения балансируемого ротора на опорах;

– *динамическую*, которую выполняют для роторов, имеющих значительную длину (валы, широкие колеса, шкивы и т.д.), на специальных станках.

Тема 9

9.3. Уравновешивание механизмов

Целью уравновешивания механизмов является устранение переменных во времени и пространстве воздействий стойки механизма на основание и фундамент.

Полное уравновешивание (статическое, моментное и динамическое) рычажных механизмов является очень трудной задачей, поэтому в большинстве случаев ограничиваются их *статическим уравновешиванием*. Однако и его не всегда удается осуществить в полной мере. В этих случаях производится ***частичное*** статическое уравновешивание.

При статическом уравновешивании механизма необходимо обеспечить условие $\sum \boldsymbol{\Phi} = 0$.

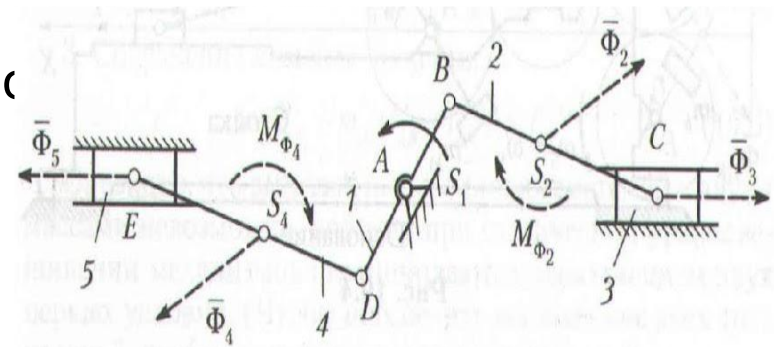
Так как масса системы всех подвижных звеньев $\sum m_i \neq 0,$ то ускорение центра масс S этой должно быть равным нулю ($a_{SM} = 0$). Это условие выполняется тогда, когда центр масс S системы подвижных звеньев *не перемещается*.

Таким образом, ***статическое уравновешивание*** *есть такое действие, в результате которого центр масс системы подвижных звеньев работающего механизма становится* ***неподвижным***.

Тема 9

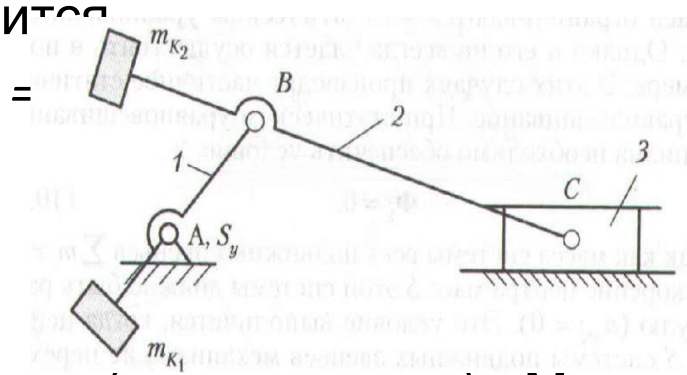
На практике наиболее часто применяют следующие *способы статического уравновешивания*.

1. Выбор *симметричных схем* механизмо



Например, сдвоенного КШМ, который используется в мотоциклетных и других ДВС.

Механизм полностью статически уравновешен, так как центр масс коленчатого вала находится на оси вращения, а $\boldsymbol{\Phi}_{\Sigma} = \boldsymbol{\Phi}_1 + \boldsymbol{\Phi}_2 + \boldsymbol{\Phi}_3 + \boldsymbol{\Phi}_4 + \boldsymbol{\Phi}_5 =$



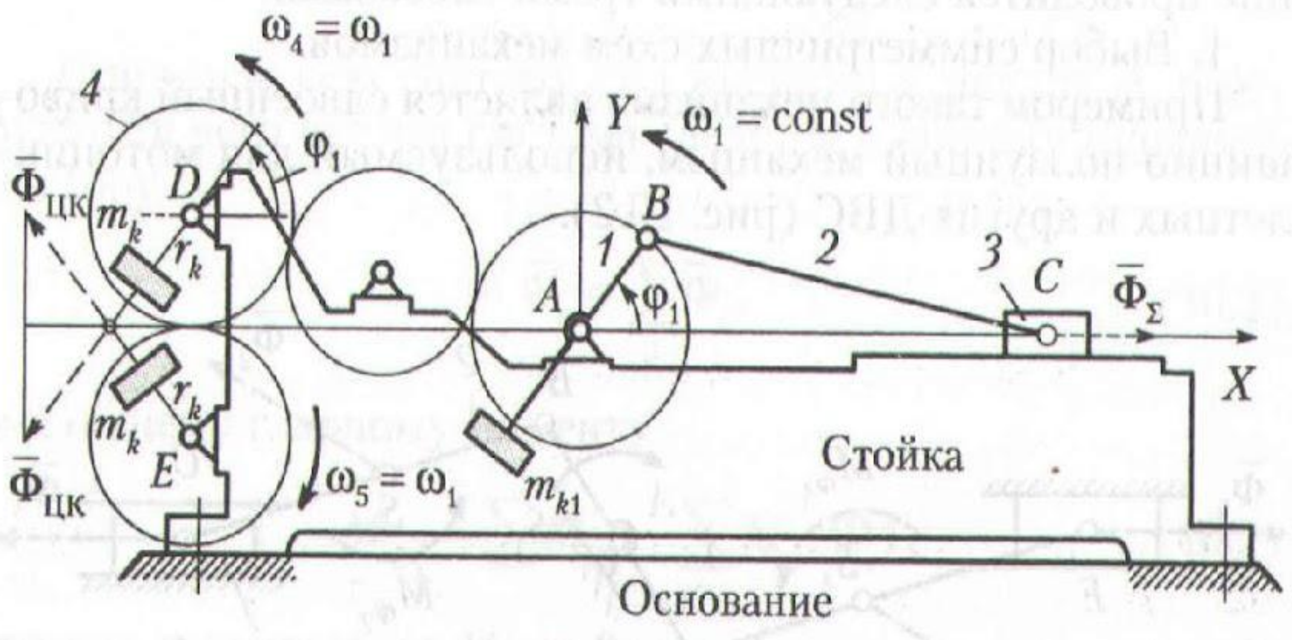
Однако моментной уравновешенностью механизм не обладает, так как

$$M_{\Phi_\Sigma} = M_{\Phi 2} + M_{\Phi 4} + M_A(\Phi_2) + M_A(\Phi_4) = 0.$$

2. Установка *корректирующих масс* (противовесов). Массы и положения противовесов подбирают с таким расчетом, чтобы создаваемые ими главный вектор и главный момент центробежных сил инерции были соответственно равны по величине и противоположны по направлению. К этому способу уравновешивания относится, например, *метод замещающих масс*.

Тема 9

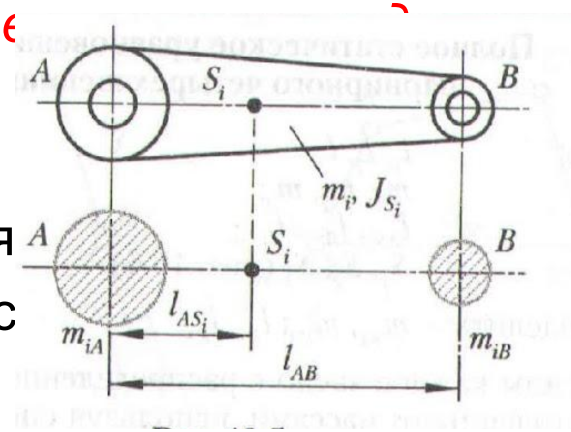
3. Размещение *противовесов на дополнительных звеньях* или кинематических цепях.



Тема 9

9.4. Метод замещающих масс

Этот метод состоит в следующем: *каждое звено механизма заменяется двумя сосредоточенными массами, затем введением корректирующие масс (противовесов) добиваются того, чтобы центры объединенных масс оказались размеще... х точках механизма*.



При использовании этого метода звено механизма с распределенной массой заменяется расчетной моделью, состоящей из точечных масс

Точки приведения масс можно выбирать произвольно, но обычно замещающие массы располагают в КП (шарнирах). *Условия перехода*:

1. Сохранение массы модели и звена:

$$m_{iA} + m_{iB} = m_i.$$

2. Сохранение положения центра масс:

$$l_{ASi} = const; \quad m_{iA}\, l_{ASi} = m_{iB}\,(l_{AB} - l_{ASi}).$$

3. Сохранение момента инерции:

$$M_{iA}\, l^2_{ASi} + m_{iB}(l_{AB} - l_{ASi})^2 = J_{si}.$$

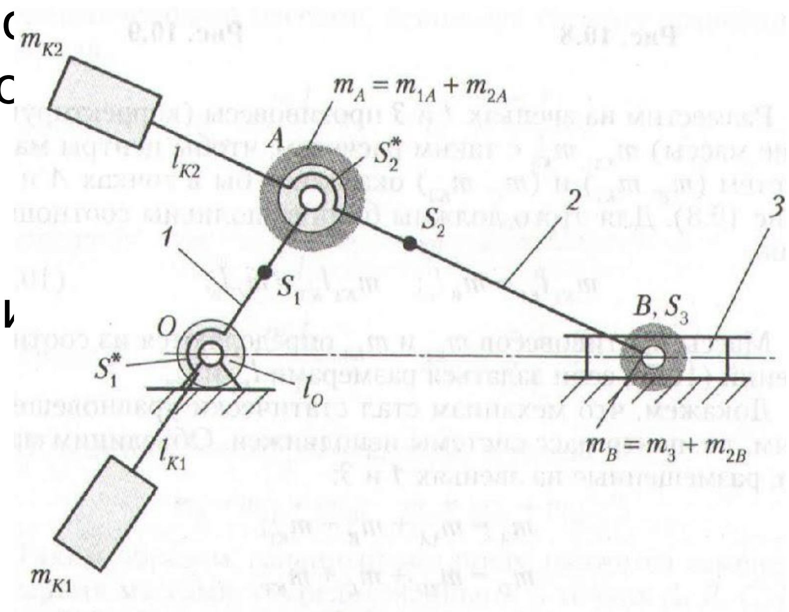
Тема 9

Очевидно, что выполнить три условия системой с двумя массами невозможно, поэтому при статическом уравновешивании ограничиваются выполнением двух первых условий. Чтобы обеспечить выполнение всех трех условий необходимо ввести третью (корректирующую) массу.

В качестве примера рассм

уравновешивание кривошипно-ползунного

Известны длины и массы звеньев и положения центров масс.



Заменяем каждое звено двумя массами

звено *1* –

$$m_{1O} = m_1 l_{AS1} / l_2; \quad m_{1A} = m_1 l_{OS1} / l_1.$$

звено *2* –

$$m_{2A} = m_2 l_{BS2} / l_2; \quad m_{2B} = m_2 l_{AS2} / l_2.$$

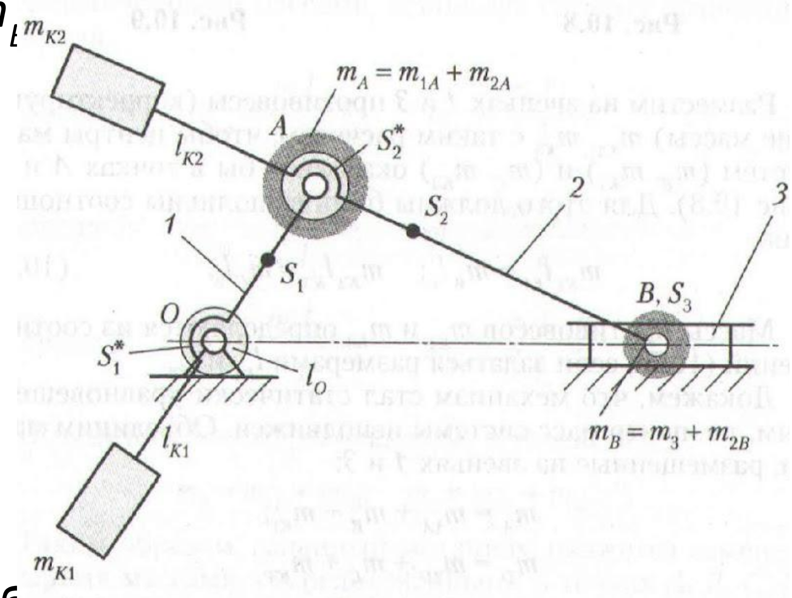
Объединим массы, размещенные в тт. *A* и *B*

$$m_A = m_{1A} + m_{2A}; \quad m_B = m_{1A} + m_3.$$

Тема 9

Массу звена *3* уравновесим корректирующей массой m_{K2}, определяемой из соотношения $m_{K2} l_{K2} = m$

$$m_{K2} = (m_3 + m_{2B}) l_2 / l_{K2}.$$



Точка *A* становится центром масс уравновешенного звена *2* с массой

$$m^*_A = m_A + m_B + m_{K2}.$$

Её уравновешиваем корректирующей массой m_{K1}

$$m_{K1} = (m_2 + m_3 + m_{A1} + m_{K2}) l_1 / l_{K1}.$$

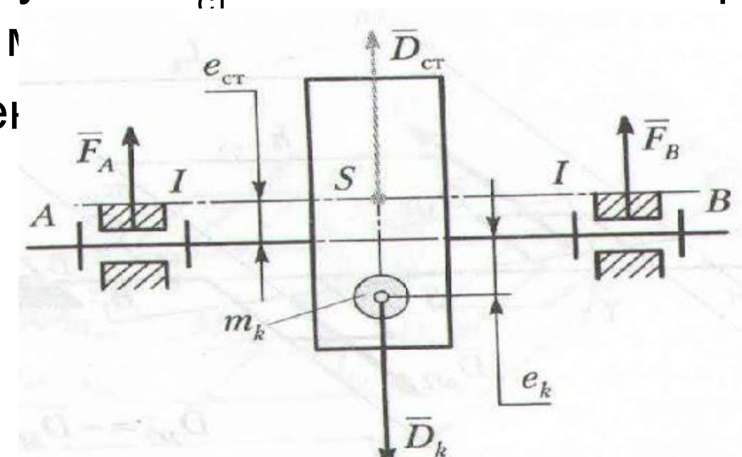
После установки этих масс общий центр масс становится неподвижным и будет находиться на оси вращения (в т. *O*). Эта точка будет являться центром масс всего механизма, т.е. $r_{SM} = 0$ и $m_M = m_1 + m_2 + m_3 + m_{K1} + m_{K2}$.

При полном статическом уравновешивании один из противовесов должен быть установлен на шатуне *2*, что увеличивает габариты и массу. Поэтому обычно применяют *частичное* уравновешивание, при котором центр масс будет двигаться по специальной (расчетной) траектории.

Тема 9

9.5. Балансировка роторов при статической неуравновешенности

Статическая неуравновешенность свойственна такому ротору, центр масс *S* которого не находится на оси вращения, но *ГЦОИ* которого параллельна оси вращения. В этом случае $\boldsymbol{e}_{ст}$ и главный вектор дисбалансов $\boldsymbol{D}_{ст}$ не равны нулю, а главный м $\overline{M}_D = 0$.



Главный вектор дисбалансов $\boldsymbol{e}_{ст}$ направлен радиально и вращается вместе с ротором.

Уравнение равновесия:

$$\boldsymbol{F}_A + \boldsymbol{F}_B = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{\Phi}_S;$$

$$\boldsymbol{\Phi}_S = \boldsymbol{D}_{ст}; \quad \boldsymbol{\Phi}_S = m\,\boldsymbol{e}_{ст}.$$

Величина $\boldsymbol{\Phi}_S$ может значительно превышать вес *G*, если будут значительными угловая скорость *w* и $e_{ст}$. Статическая неуравновешенность может быть устранена, если к ротору прикрепить добавочную массу m_K.

Её нужно разместить с таким расчетом, чтобы $\boldsymbol{D}_k = m_k \boldsymbol{e}_k = -\boldsymbol{D}_{ст}$.

Корректирующая масса определяется соотношением: $m_к = D_к/e_к$, где $e_к$ задается из удобства размещения противовесов. Центр корректирующей массы должен находиться на линии действия вектора дисбалансов $\boldsymbol{D}_{ст}$, а вектор $\boldsymbol{e}_к$ должен быть направлен в противоположную сторону.