

РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СПЛОШНОГО СЕЧЕНИЯ

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. НОРМАТИВНОЕ И РАСЧЕТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ
2. РАСЧЕТЫ КДИП ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ
3. КОЭФФИЦИЕНТЫ УСЛОВИЙ РАБОТЫ
4. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ СПЛОШНОГО СЕЧЕНИЯ
 - 4.1. Центральное растяжение
 - 4.2. Центральное сжатие
 - 4.3. Поперечный изгиб
 - 4.4. Косой изгиб
 - 4.5. Внецентренное растяжение и растяжение с изгибом
 - 4.6. Внецентренное сжатие и сжатие с изгибом

ЗАДАНИЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ ПОДГОТОВКУ:

1. История развития методов расчета строительных конструкций
2. Статистическая обработка экспериментальных данных. Кривая нормального распределения Гаусса-Лапласа
3. Особенности расчета металлических конструкций на различные виды напряженно-деформированного состояния
4. Принцип независимости действия сил, области его применения

1. НОРМАТИВНОЕ И РАСЧЕТНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Переход от показателей прочности малых стандартных образцов чистой (без пороков) древесины ($R_{вр.ч.}$) к прочности натуральных пиломатериалов ($R_{вр.}$) осуществляется

$$R_{вр.ч.} = R_{вр.ч.} \times k_p \times k_r,$$

где $k_p = 0,2 \dots 0,7$ – коэф., учитывает влияние пороков, $k_r = 0,6 \dots 0,95$ – коэф., учитывает влияние размеров. Определяются экспериментальным путем.

В главе СНиП II-25-80 применены показатели прочности реальных образцов древесины.

Нормативное сопротивление – контролируемый уровень минимального временного сопротивления с доверительной вероятностью 0,99

$$R^H = R_{вр.} \times (1 - 1,64\vartheta),$$

где вариационный коэффициент $\vartheta = 0,15 \dots 0,20$ для 1-3 сортов древесины.

Расчетное сопротивление древесины связано с нормативным следующей зависимостью

$$R = R^H \times m_{дл} / (k_{\vartheta} \times k_{\sigma}),$$

$m_{дл} = 0,5...1,0$ - коэффициент, учитывающий изменение прочности древесины при переходе от кратковременных стандартных испытаний к эксплуатационному режиму; $k_g = (1-1,64 \vartheta)/(1-2,33 \vartheta)$ – коэффициент безопасности, учитывающий степень обеспеченности; k_o – коэффициент, учитывающий степень ответственности строительного объекта и входящих в него конструкций.

Расчетные сопротивления древесины сосны, ели (основных пород) приведены в **табл. 3 СТО 36554501-002-2006 «ДЕРЕВЯННЫЕ КЛЕЕННЫЕ И ЦЕЛЬНОДЕРЕВЯННЫЕ КОНСТРУКЦИИ. Методы проектирования и расчета»**

Напряженное состояние и характеристика элементов	Расчетные сопротивления, МПа/кгс/см ² , для сортов (классов) древесины			
	обозначение	1/К26	2/К24	3/К16
1. Изгиб, сжатие и смятие вдоль волокон:				
а) элементы прямоугольного сечения (за исключением указанных в подпунктах «б», «в») высотой до 50 см. При высоте сечения более 50 см см. п. 3.2.д текста	$R_{и}, R_{с}, R_{см}$	14/140	13/130	8,5/85
б) элементы прямоугольного сечения шириной свыше 11 до 13 см при высоте сечения свыше 11 до 50 см	$R_{и}, R_{с}, R_{см}$	15/150	14/140	10/100

Нормативные сопротивления древесины приведены в табл. Б2 Приложения Б

Вид напряженного состояния	$\frac{R^H}{R^{вр}}$, МПа (кгс/см ²), элементов классов/сортов			$\frac{R^H_{ч}}{R^{вр}_{ч}}$, МПа (кгс/см ²), чистой древесины
	К26/1	К24/2	К16/3	
1. Изгиб:				
а) при нагружении кромки	$\frac{26}{36} \left(\frac{260}{360} \right)$	$\frac{24}{33} \left(\frac{240}{330} \right)$	$\frac{16}{22} \left(\frac{160}{220} \right)$	-
б) при нагружении пласти	$\frac{30}{42} \left(\frac{300}{420} \right)$	$\frac{27}{37,5} \left(\frac{270}{375} \right)$	$\frac{20}{28} \left(\frac{200}{280} \right)$	$\frac{57}{80} \left(\frac{570}{800} \right)$
2. Сжатие вдоль волокон	$\frac{25}{33} \left(\frac{250}{330} \right)$	$\frac{23}{31} \left(\frac{230}{310} \right)$	$\frac{15}{20} \left(\frac{150}{200} \right)$	$\frac{33}{44} \left(\frac{330}{440} \right)$

2. РАСЧЕТЫ КД ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

Первая группа определяется непригодностью элемента (конструкции, здания) к эксплуатации, вызванной разрушением или потерей устойчивости элемента.

$$\sigma, \tau \leq R \quad \text{или} \quad \sigma \leq \sigma_{cr} = \varphi \times R,$$

от расчетных нагрузок.

Вторая группа определяется непригодностью элемента (конструкции, здания) к нормальной эксплуатации, вызванной прогибами недопустимой величины

$$f/l \leq [f/l],$$

от нормативных нагрузок.

Модуль упругости древесины при расчете по предельным состояниям второй группы следует принимать равным: вдоль волокон $E=10\ 000$ МПа ($100\ 000$ кгс/см²); поперек волокон $E_{90} = 400$ МПа (4000 кгс/см²). Модуль сдвига древесины относительно осей, направленных вдоль и поперек волокон, следует принимать равным $G_{90} = 500$ МПа (5000 кгс/см²). Коэффициент Пуассона древесины поперек волокон при напряжениях, направленных вдоль волокон, следует принимать равным $\nu_{90.0} = 0,5$, а вдоль волокон при напряжениях, направленных поперек волокон, $\nu_{0.90} = 0,02$.

3. КОЭФФИЦИЕНТЫ УСЛОВИИ РАБОТЫ

Расчетные сопротивления древесины сосны (кроме веймутовой), ели, лиственницы европейской и японской приведены в таблице 3. Расчетные сопротивления **для других пород** древесины устанавливают путем умножения величин, приведенных в таблице 3, на переходные коэффициенты m_p и коэффициенты условий работы:

m_B – учитывающий условия эксплуатации;

m_T – учитывающий влияние повышенной температуры ($t^{\circ}C \geq 35$);

m_D – учитывающий влияние длительных нагрузок (если напряжения, вызванные ими, превышают **80%** от суммарных. Половина снеговой нагрузки – длительно действующая);

m_H – учитывает повышение расчетного сопротивления при кратковременной нагрузке (монтажной, ветровой, гололедной, сейсмической);

m_b – учитывает отставание несущей способности от увеличения высоты балок (при $h > 500$ мм);

m_o – учитывает концентрацию напряжений в ослабленных сечениях растянутых элементов из круглых лесоматериалов;

m_a – учитывает снижение прочности при глубокой пропитке антипиренами;

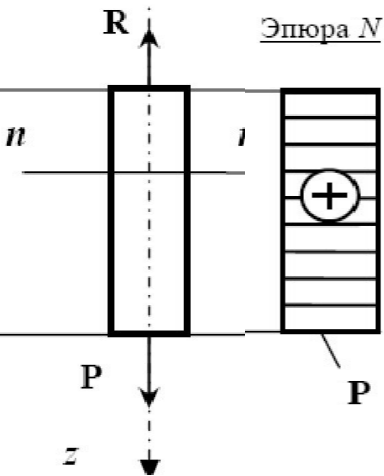
m_{cl} – учитывает повышающий прочность эффект пропиткой клеем древесины в клеодощатых элементах;

$m_{гн}$ – учитывает предварительные напряжения при гнутье элементов;

Расчетные сопротивления, приведенные в [таблице 3](#), следует разделить на коэффициенты надежности $\gamma_{H/O}$ для конструкций, отнесенных к классам ответственности I, II, III.

Расчетные сопротивления ослабленных нарезкой тяжей из арматурных сталей следует умножать на коэффициент $m_a = 0,8$, а из других сталей - принимать по [СНиП СНиП IIСНиП II-23-81*](#) как для болтов нормальной точности. Расчетные сопротивления двойных тяжей следует снижать умножением на коэффициент $m = 0,85$.

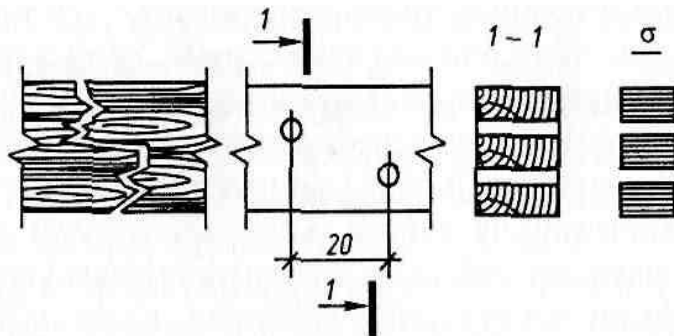
4.1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ



Прочность проверяют по формуле

$$\frac{N}{F_{HT}} \leq R_p$$

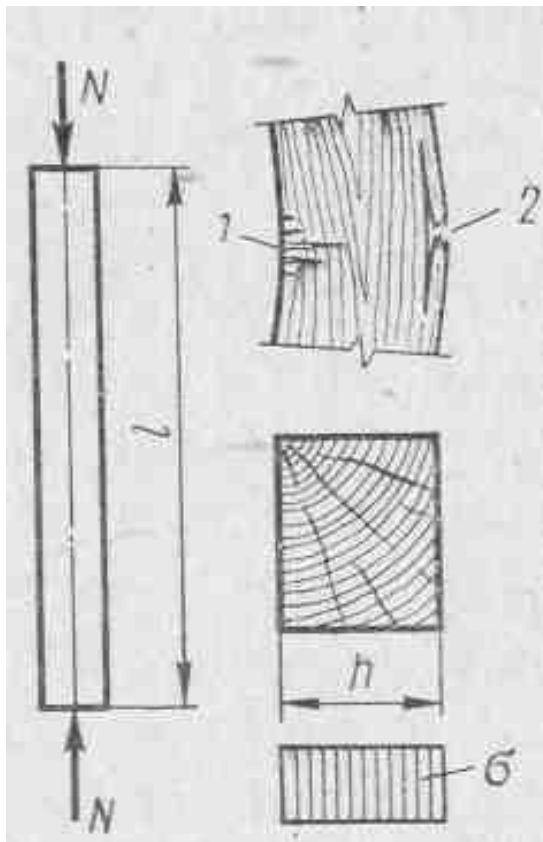
где N - расчетная продольная сила;
 R_p - расчетное сопротивление древесины растяжению вдоль волокон;
 F_{HT} - площадь поперечного сечения элемента нетто.



При определении F_{HT} ослабления, расположенные на участке длиной до 200 мм, следует принимать совмещенными в одном сечении.

На центральное растяжение работают нижние пояса ферм, раскосы ферм, затяжки арок. Качество материала должно соответствовать 1 сорту.

4.2 ЦЕНТРАЛЬНОЕ СЖАТИЕ



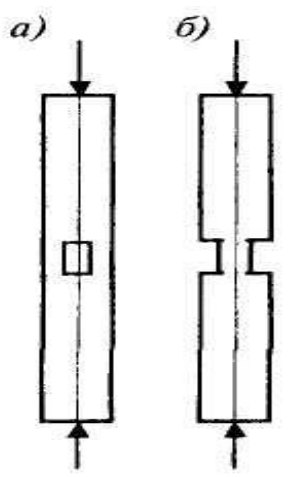
Проверка прочности:

$$\frac{N}{F_{\text{нт}}} \leq R_c$$

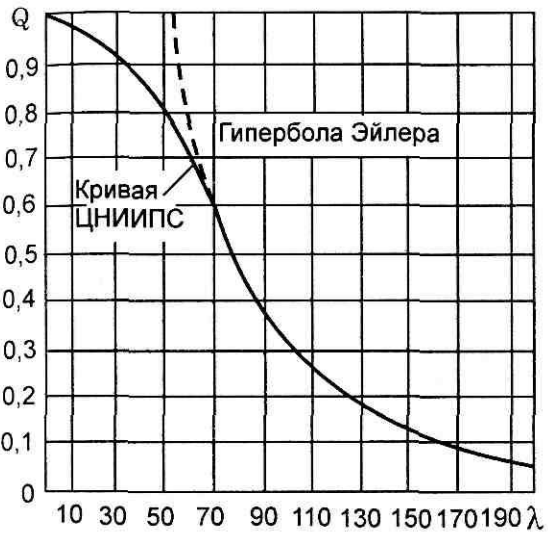
Проверка устойчивости:

$$\frac{N}{\varphi F_{\text{рас}}} \leq R_c$$

где R_c - расчетное сопротивление древесины сжатию вдоль волокон;
 φ - коэффициент продольного изгиба;
 $F_{\text{нт}}$ - площадь нетто поперечного сечения элемента;
 $F_{\text{рас}}$ - расчетная площадь поперечного сечения элемента.



$F_{рас}$ принимается равной:
 при отсутствии ослаблений или ослаблениях в опасных сечениях, не выходящих на кромки (а),
 если площадь ослаблений не превышает 25 % $F_{бр}$,
 $F_{расч} = F_{бр}$,
 если площадь ослабления превышает 25 % $F_{бр}$,
 $F_{рас} = 4/3 F_{нт}$;
 где $F_{бр}$ - площадь сечения брутто;
 - при симметричных ослаблениях, выходящих на кромки (б), $F_{рас} = F_{нт}$.



Коэффициент продольного изгиба φ

при гибкости элемента $\lambda \leq 70$

$$\varphi = 1 - a \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2$$

при гибкости элемента $\lambda > 70$

$$\varphi = \frac{A}{\lambda^2}$$

где коэффициент $a = 0,8$ для древесины и $a = 1$ для фанеры;
 коэффициент $A = 3000$ для древесины и $A = 2500$ для фанеры и древесины из однонаправленного шпона.

Гибкость элементов цельного сечения

$$\lambda = \frac{l_0}{r}$$

где l_0 - расчетная длина элемента;
 r - радиус инерции сечения элемента с максимальными размерами брутто соответственно относительно осей X и Y.

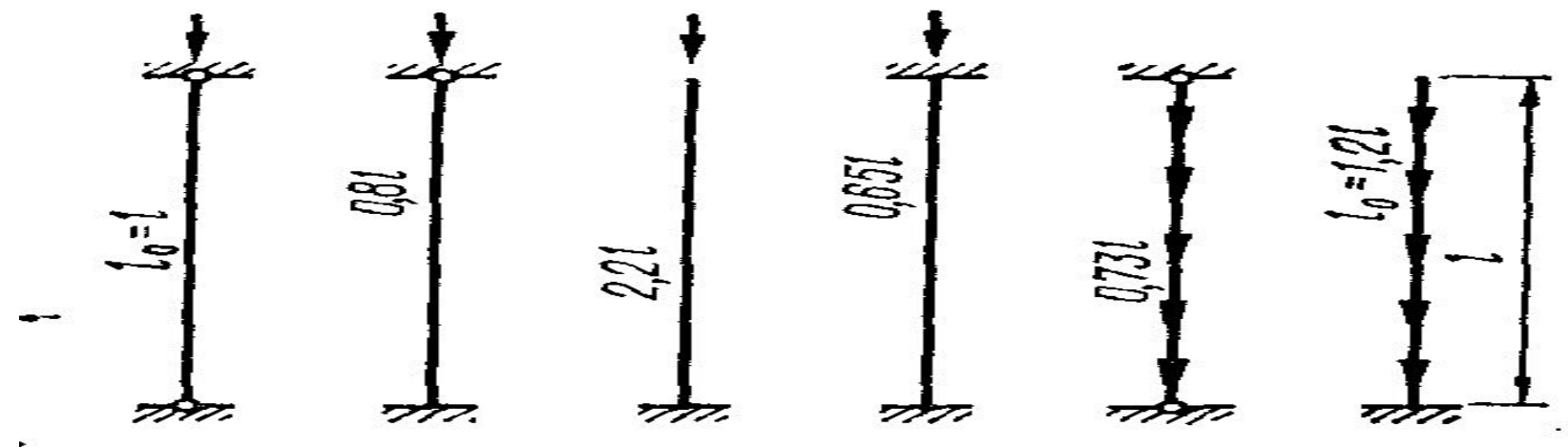
$$r = \sqrt{\frac{I_{br}}{F_{br}}}$$

Расчетная длина элемента

$$l_0 = l\mu_0$$

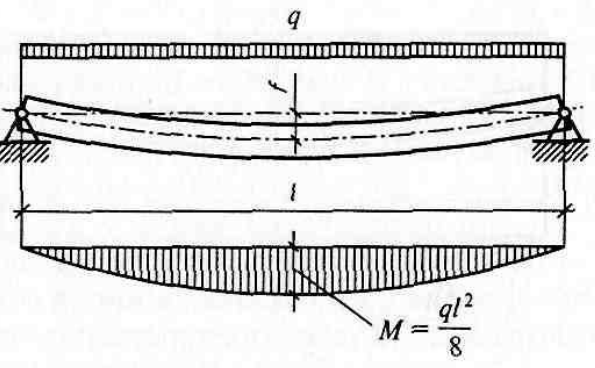
$\mu_0 =$

1,0	0,8	2,2	0,65	0,73	1,2
-----	-----	-----	------	------	-----



На центральное сжатие работают стойки ферм, раскосы, стойки некоторых рам. Качество материала должно соответствовать 2 сорту.

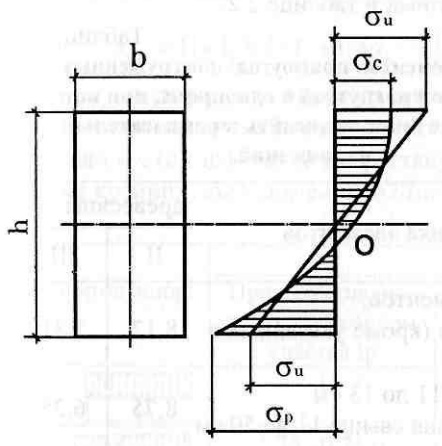
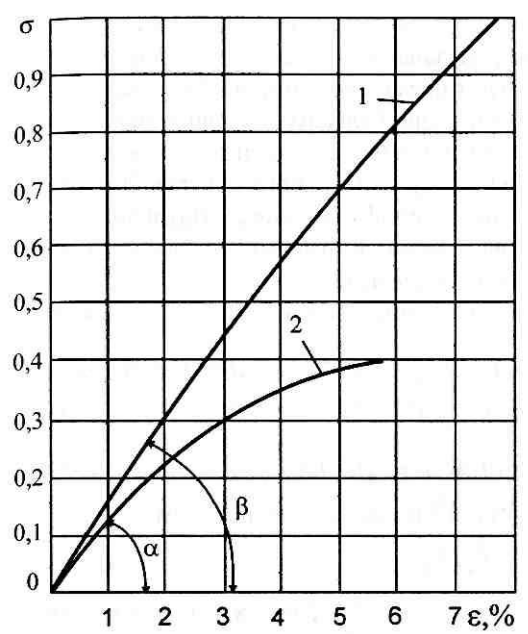
4.3. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ



Проверка прочности по нормальным напряжениям

$$\frac{M}{W_{расч}} \leq R_{и}$$

где M - расчетный изгибающий момент;
 $R_{и}$ - расчетное сопротивление изгибу.
 Для цельных элементов $W_{расч} = W_{нт}$



Проверка прочности по скалыванию

$$\frac{QS'_{бр}}{I_{бр} b_{рас}} \leq R_{ск}$$

где Q - расчетная поперечная сила;
 $S'_{бр}$ - статический момент брутто сдвигаемой части поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси;

$I_{бр}$ - момент инерции брутто поперечного сечения элемента относительно нейтральной оси;

$b_{рас}$ - расчетная ширина сечения элемента;

$R_{ск}$ - расчетное сопротивление древесины скалыванию при изгибе.

Проверка устойчивости плоской формы деформирования изгибаемых элементов прямоугольного постоянного сечения

$$\frac{M}{\varphi_M W_{бр}} \leq R_{и}$$

где M - максимальный изгибающий момент на рассматриваемом участке l_p ;
 $W_{бр}$ - максимальный момент сопротивления брутто на рассматриваемом участке l_p .

Коэффициент φ_M для изгибаемых элементов прямоугольного постоянного поперечного сечения, шарнирно-закрепленных от смещения из плоскости изгиба и закрепленных от поворота вокруг продольной оси в опорных сечениях:

$$\varphi_M = 140 \frac{b^2}{l_p h} k_\phi$$

где l_p - расстояние между опорными сечениями элемента, а при закреплении сжатой кромки элемента в промежуточных точках от смещения из плоскости изгиба - расстояние между этими точками; b - ширина поперечного сечения;

h - высота поперечного сечения на участке l_p ; k_ϕ - коэффициент, зависящий от

формы эпюры изгибающих моментов на участке l_p ,
определяемый по [таблице Г.2](#) приложения Г

Проверка прогиба
изгибаемого элемента

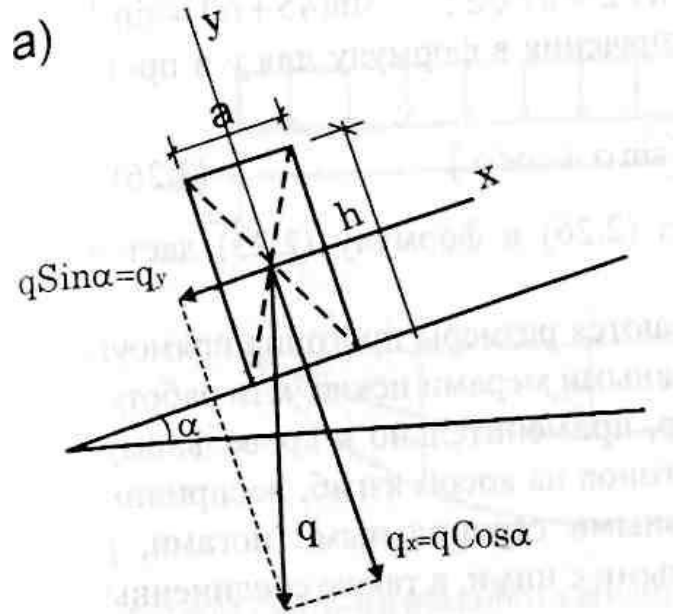
$$\frac{f}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right] \quad \text{где} \quad f = f_0 \left[1 + c \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

где f_0 - прогиб балки постоянного сечения высотой h без учета деформаций сдвига; h - высота сечения; l - пролет балки; c - коэффициент, учитывающий влияние деформаций сдвига от поперечной силы.

Значения коэффициента c для основных расчетных схем балок приведены в [таблице Г.3](#) приложения Г. Предельный прогиб $[f/l]$ регламентирует [табл. 16](#).

На поперечный изгиб работают прогоны, балки, ригели двух шарнирных рам и т.п. Качество материала должно соответствовать **2 сорту**.

4.4. КОСОЙ ИЗГИБ



Проверка прочности по нормальным напряжениям при косом изгибе

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_{\text{н}}$$

где M_x и M_y - составляющие расчетного изгибающего момента для главных осей сечения x и y ;
 W_x и W_y - моменты сопротивлений поперечного сечения нетто относительно главных осей сечения x и y .

Наименьшее значение площади поперечного сечения из условия прочности при

$$\frac{h}{b} = \text{ctg} \alpha$$

, а из условия прогиба при

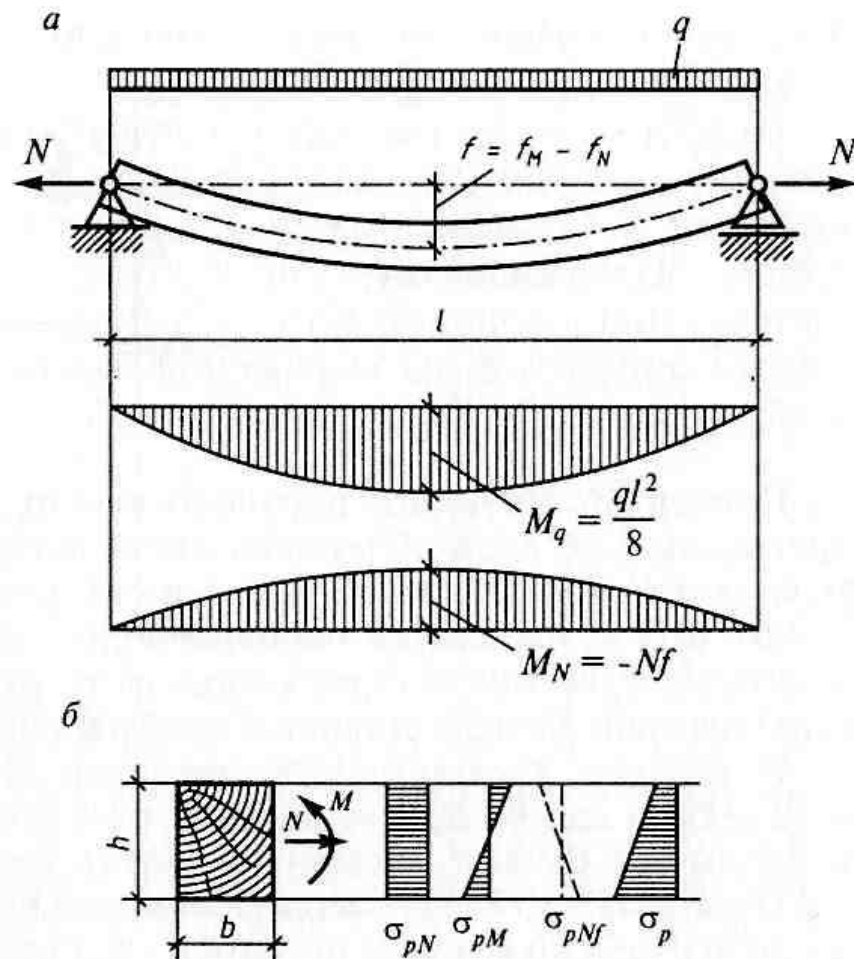
Проверка прогибов при косом изгибе

$$\frac{f_x}{l} + \frac{f_y}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

$$\frac{h}{b} = \sqrt{\text{ctg} \alpha}$$

4.5. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И РАСТЯЖЕНИЕ С ИЗГИБОМ

Проверка прочности по нормальным напряжениям

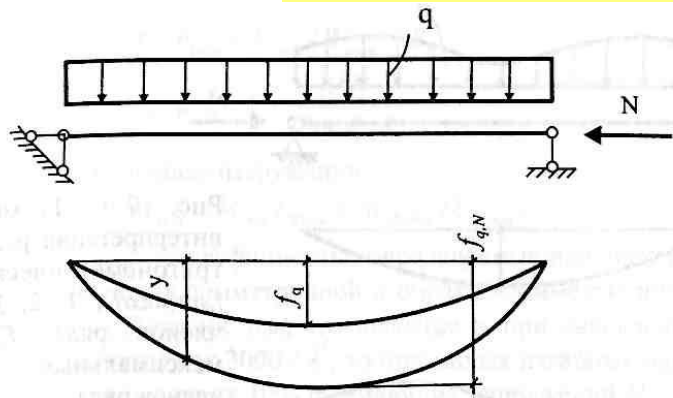


$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{MR_p}{W_{\text{расч}} R_{\text{и}}} \leq R_p$$

где $W_{\text{расч}}$ - расчетный момент сопротивления поперечного сечения ;
 $F_{\text{расч}}$ - площадь расчетного сечения нетто.

На внецентренное растяжение работают нижние пояса ферм и арок, раскосы ферм в случае расцентровки узлов, подкосы рам и др. Качество материала должно соответствовать **1 сорту**.

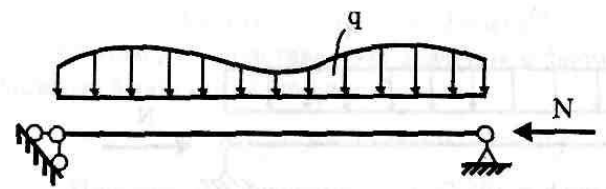
4.6. ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ И СЖАТИЕ С ИЗГИБОМ



$$\sigma_c = \frac{N}{F} + \frac{M_q + N \cdot y}{W}$$

$$M_x = M_q + N \cdot y \quad (1)$$

Уравнение изогнутой оси в виде тригонометрического ряда

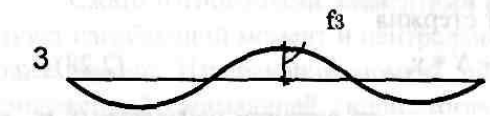
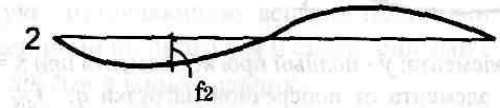
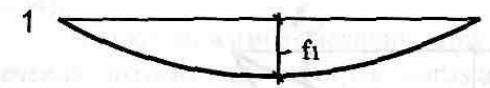


$$y = f_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right) + f_2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{l}\right) + f_3 \cdot \sin\left(\frac{3\pi \cdot x}{l}\right) + \dots$$

95-97%

Тогда можно

$$y \approx f_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{l}\right) \quad (2)$$



Из строительной механики

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M_x}{EI}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 [f_1 \cdot \sin(\frac{\pi \cdot x}{l})]}{dx^2} = -f_1 \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{l}$$

$$\frac{M_x}{EI} = f_1 \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{l} \quad (3)$$

(2) и (3) подставим в (1)

$$f_1 \cdot \pi^2 \frac{E \cdot I}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{l} = M_q + N \cdot f_1 \cdot \sin(\frac{\pi \cdot x}{l})$$

ВСПОМНИМ, ЧТО

$$N_{\text{Э}} = \pi^2 \frac{E \cdot I}{l^2}$$

тогда

$$N_{\text{Э}} \cdot f_1 \cdot \sin(\frac{\pi \cdot x}{l}) = M_q + N \cdot f_1 \cdot \sin(\frac{\pi \cdot x}{l}) \quad \text{при} \quad x = \frac{l}{2}$$

$$N_{\text{Э}} \cdot f_{\Gamma} = M_q + N \cdot f_1$$

отсюда

$$f_{\Gamma} = \frac{M_q}{N_{\text{Э}} - N_1} \quad \text{или} \quad f_{\Gamma} = \frac{M_q}{1 - \frac{N}{N_{\text{Э}}}} \quad (4)$$

Преобразуем Эйлерову силу

$$N_{\text{Э}} = \pi^2 \frac{E \cdot I}{l^2} \cdot \frac{F_{\text{бр}}}{F_{\text{бр}}} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot F_{\text{бр}}}{l^2} \cdot \frac{I}{F_{\text{бр}}} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot F_{\text{бр}}}{l^2} \cdot r^2 = \pi^2 \cdot E \cdot F_{\text{бр}} \cdot \frac{r^2}{l^2} =$$

$$\pi^2 \cdot E \cdot F_{\text{бр}} \cdot \lambda^2 = \pi^2 \cdot E \cdot F_{\text{бр}} \cdot \lambda^2 \cdot \frac{R_c}{R_c} = \pi^2 \cdot F_{\text{бр}} \cdot \lambda^2 \cdot R_c \cdot \frac{E}{R_c}$$

Для материалов $\frac{E}{R_c} = \text{const}$ для древесины $\frac{E}{R_c} = 300$

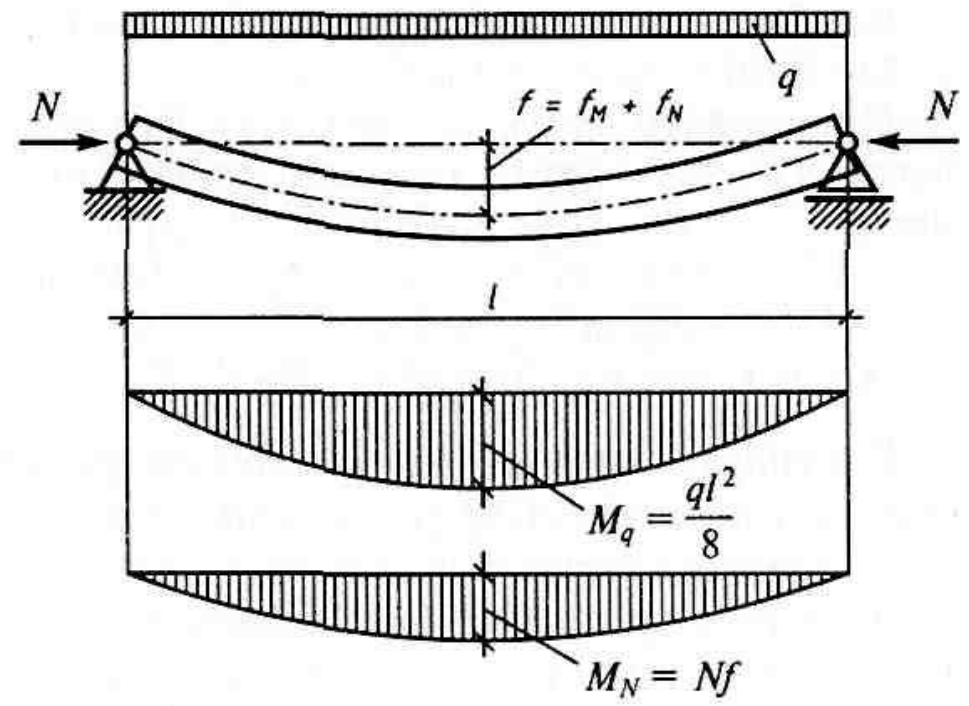
следовательно $N_{\text{Э}} = \frac{3000}{\lambda^2} \cdot R_c \cdot F_{\text{бр}}$ (5) Подставим (5) в (4)

$$1 - \frac{N}{N_{\text{Э}}} = 1 - \frac{N}{F_{\text{бр}} \cdot R_c \cdot \frac{3000}{\lambda^2}} = 1 - \frac{N}{\varphi \cdot F_{\text{бр}} \cdot R_c} = \xi$$

проверка прочности по нормальным напряжениям:

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_{\text{д}}}{W_{\text{расч}}} \leq R_c$$

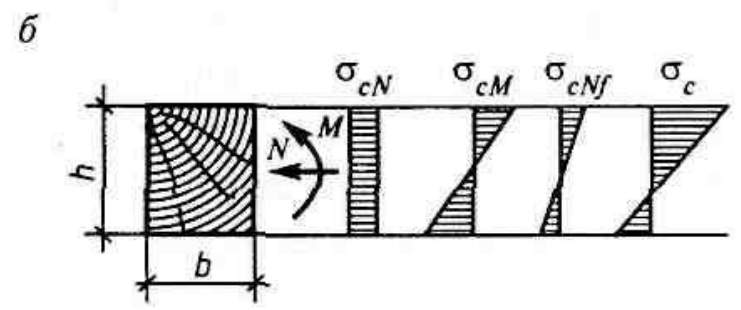
где $M_{\text{д}}$ - изгибающий момент от действия поперечных и продольных нагрузок, определяемый из расчета по деформированной схеме.



$$M_{\text{д}} = \frac{M}{\xi}$$

В случаях когда в шарнирно-опертых элементах эпюры изгибающих моментов имеют треугольное или прямоугольное очертание, коэффициент ξ следует умножать на поправочный коэффициент k_H

$$k_H = \alpha_H + \xi(1 - \alpha_H)$$



где α_n - коэффициент, который следует принимать равным **1,22** при эпюрах изгибающих моментов **треугольного** очертания (от сосредоточенной силы) и **0,81** - при эпюрах **прямоугольного** очертания (от постоянного изгибающего момента).

Проверка устойчивости плоской формы деформирования

$$\frac{N}{\varphi R_c F_{\text{бр}}} + \left(\frac{M_{\text{д}}}{\varphi_M R_{\text{и}} W_{\text{бр}}} \right)^n \leq 1$$

$n = 2$ - для элементов без закрепления растянутой зоны из плоскости деформирования и $n = 1$ для элементов, имеющих такие закрепления.

При наличии в элементе на участке l_p закреплений из плоскости деформирования со стороны растянутой от момента M^p кромки коэффициент φ_M следует умножать на коэффициент $k_{\text{пМ}}$, а коэффициент φ - на коэффициент $k_{\text{пН}}$

$$k_{\text{пМ}} = 1 + \left[0,142 \frac{l_p}{h} + 1,76 \frac{h}{l_p} + 1,4\alpha_p - 1 \right] \frac{m^2}{m^2 + 1}$$

где α_p - центральный угол в радианах, определяющий участок l_p элемента кругового очертания (для прямолинейных элементов $\alpha_p = 0$);

m - число подкрепленных (с одинаковым шагом) точек растянутой кромки на участке l_p . (при $m \geq 4$ величину

$\frac{m^2}{m^2 + 1}$ следует принимать равной 1).

$$k_{\text{пН}} = 1 + \left[0,75 + 0,06 \left(\frac{l_p}{h} \right)^2 + 0,6\alpha_p \frac{l_p}{h} - 1 \right] \frac{m^2}{m^2 + 1}$$

Проверка прочности по скалывающим напряжениям

$$\frac{Q \cdot S'_{\text{бр}}}{\xi \cdot I_{\text{бр}} \cdot b_{\text{рас}}} \leq R_{\text{ск}}$$

Прогиб сжато-изгибаемых шарнирно-опертых симметрично нагруженных элементов и консольных элементов следует определять по формуле

$$f_N = \frac{f}{\xi} \quad \text{где} \quad f = f_0 \left[1 + c \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right]$$

на внецентренное сжатие и сжатие с изгибом работают верхние пояса ферм при межузловой нагрузке, арки, колонны и стойки трехшарнирных рам и т.п. Качество материала должно соответствовать **2 сорту**.