

Решение неравенств второй степени

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

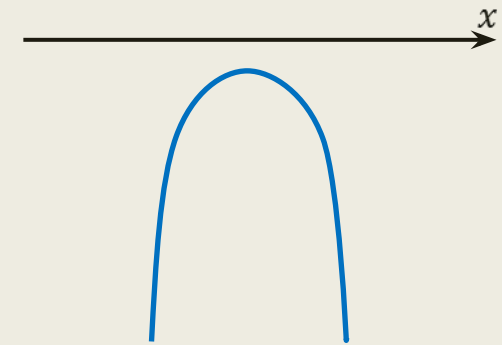
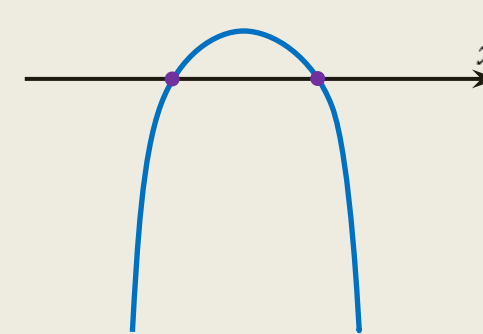
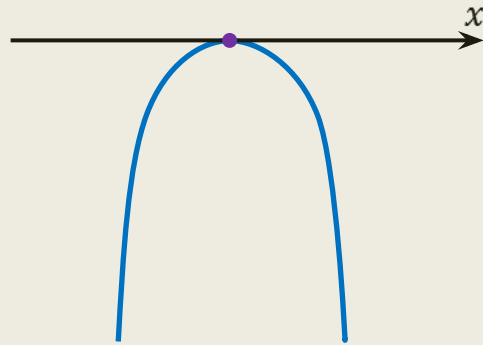
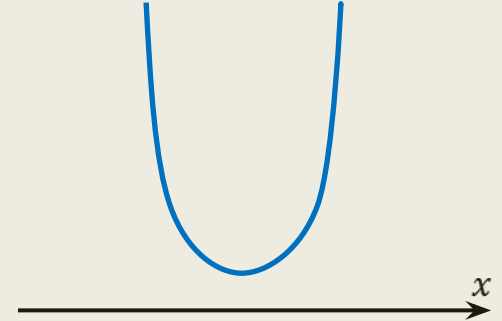
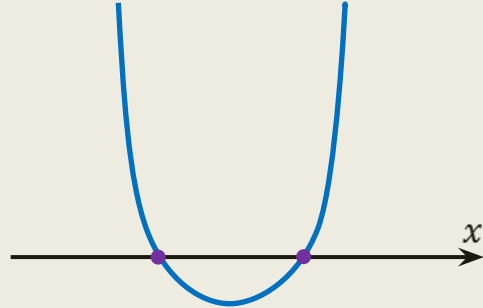
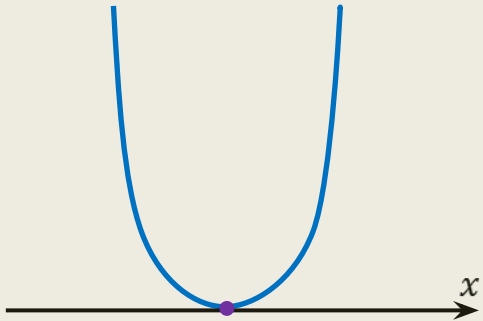
$ax^2 + bx + c$ – квадратный трёхчлен

$y = ax^2 + bx + c$ – квадратичная функция

1 корень

$$ax^2 + bx + c = 0$$

нет корней



Алгоритм решения неравенств второй степени:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

1. Определить направление ветвей параболы $y = ax^2 + bx + c$.
2. Найти корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.
Если они есть, отметить на числовой прямой.
3. Изобразить схематический график.
4. Выбрать множество значений x , соответствующих знаку неравенства.
5. Записать ответ.

Решить неравенство $x^2 + x - 6 > 0$.

1) $y = x^2 + x - 6$

$a = 1 > 0$ – ветви \uparrow

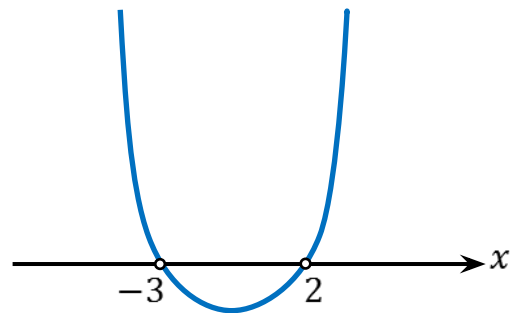
2) $x^2 + x - 6 = 0$

$D = 25 > 0$

По теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

3)



4) $x^2 + x - 6 > 0$

при $x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

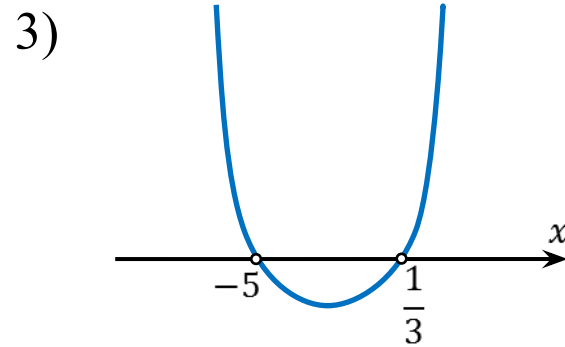
Решить неравенство $3x^2 + 14x - 5 < 0$.

1) $y = 3x^2 + 14x - 5$
 $a = 3 > 0$ – ветви \uparrow

2) $3x^2 + 14x - 5 = 0$
 $D = 256 > 0$ – 2 корня
$$x_{1,2} = \frac{-14 \pm 16}{6}$$

 $x_1 = -5 \quad x_2 = \frac{1}{3}$

Ответ: $\left(-5; \frac{1}{3}\right)$.



4) $3x^2 + 14x - 5 < 0$
при $x \in \left(-5; \frac{1}{3}\right)$

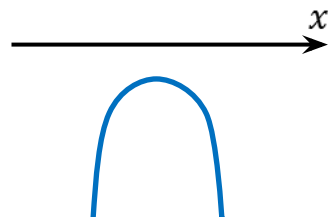
Решить неравенство $-7x^2 + x - 8 > 0$.

1) $y = -7x^2 + x - 8$

$a = -7 < 0$ – ветви ↓

2) $-7x^2 + x - 8 = 0$

$D = -223 < 0$ – корней нет

3)  x

4) $-7x^2 + x - 8 > 0$

решений нет

Ответ: решений нет.

При каком b уравнение
 $2x^2 + bx + 2 = 0$ имеет корни?

$2x^2 + bx + 2 = 0$ имеет корни при $D \geq 0$ 3)

$$D = b^2 - 16$$

$$b^2 - 16 \geq 0$$

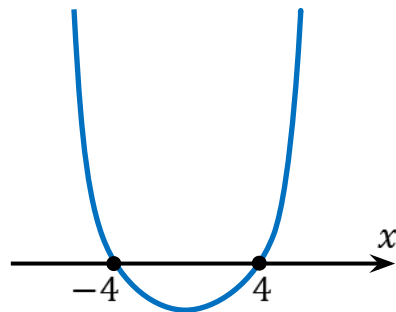
$$1) y = \frac{1}{b^2} - 16$$

$a = \frac{1}{b^2} > 0$ – ветви \uparrow

$$2) b^2 - 16 = 0$$

$$(b - 4)(b + 4) = 0$$

$$b = 4 \quad b = -4$$



$$4) b^2 - 16 \geq 0$$

при $b \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

Ответ: $b \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

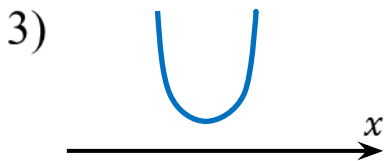
Решить систему неравенств

$$2x^2 - \frac{1}{5}x + 9 > 0$$

1) ветви \uparrow

$$2) 2x^2 - \frac{1}{5}x + 9 = 0$$

$D < 0$ – корней нет



$$4) x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\begin{cases} 2x^2 - \frac{1}{5}x + 9 > 0 \\ x^2 - 6x - 16 > 0 \end{cases}$$

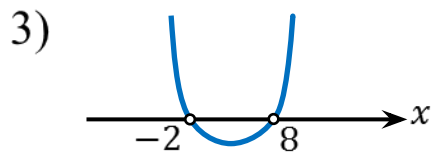
$$x^2 - 6x - 16 > 0$$

1) ветви \uparrow

$$2) x^2 - 6x - 16 = 0$$

$D = 100 > 0$ – 2 корня

$$x_1 = 8 \quad x_2 = -2$$



$$4) x \in (-\infty; -2) \cup (8; +\infty)$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) \\ x \in (-\infty; -2) \cup (8; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (8; +\infty)$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (8; +\infty)$.

Решение неравенств второй степени

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Алгоритм решения

1. Определить направление ветвей параболы.
2. Найти корни квадратного уравнения, отметить на числовой прямой.
3. Изобразить схематический график.
4. Выбрать множество значений x , соответствующих знаку неравенства.
5. Записать ответ.