

План урока (просмотр видеоурока - в группе).

1. Повторение – за 9 класс (1 презентация + видеоурок).

Самостоятельная работа в тетради, выписать формулы и определения: правило суммы и произведения, факториала, перестановки, размещения, сочетания.

2. Работа с презентацией 2.

В тетради: решения задач.

3. Домашнее задание: файл: решить задачи: с №20 по №40.

4. Домашнее задание (на 26.02) на нахождение наименьшего и наибольшего значения, максимума и минимума функции сдать после каникул. Грязные и неаккуратные работы оцениваться не будут.

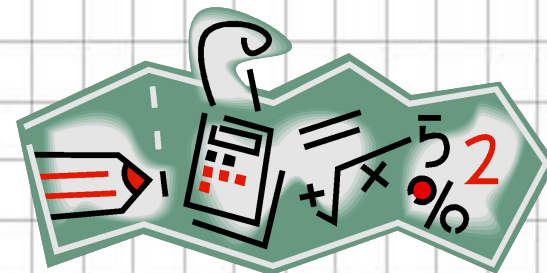
Комбинаторика

**раздел математики,
в котором изучаются
вопросы о том сколько
различных комбинаций
подчиненных тем или
иным условиям можно
составить из заданных
объектов.**

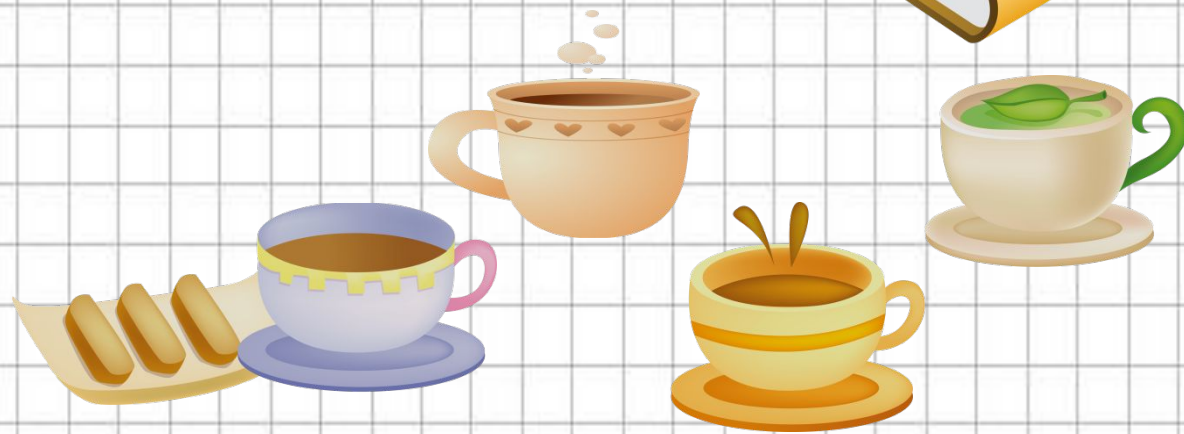


Правило произведения

Если элемент **A** можно выбрать **m** различными способами и независимо от этого элемент **B** можно выбрать **n** различными способами, то всего возможностей выбрать комбинацию элементов **A** и **B** можно выбрать **m · n** различными способами.



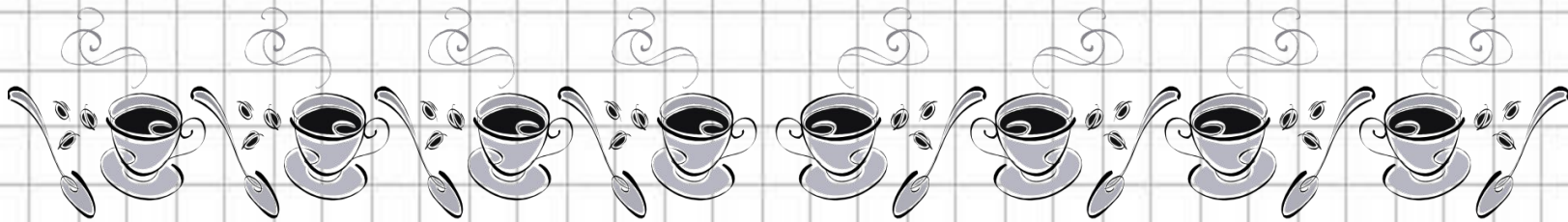
Задача №1 : В магазине «Всё для чая» есть пять разных чашек и три разных блюдца. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?



Решение:

Чашку (**A**) можно выбрать 5-ю (**m**) способами, а блюдце (**B**) - 3 -мя (**n**).
Значит, чашку с блюдцем можно выбрать: $5 \times 3 = 15$ способами.

Задача №2 : Пусть в этом же магазине продается ещё четыре разные чайные ложки. Каково количество способов купить комплект из чашки, блюдца и ложки?



Решение:

Чашку можно выбрать 5-ю способами, а блюдце - 3-мя, чайную ложку 4-мя.

Значит, чашку с блюдцем и ложку можно выбрать: $5 \times 3 \times 4 = 60$ способами.

Задача №3: Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?

2 4 5 1 4 2 3 5 8 6 4 8 1 9 2 3

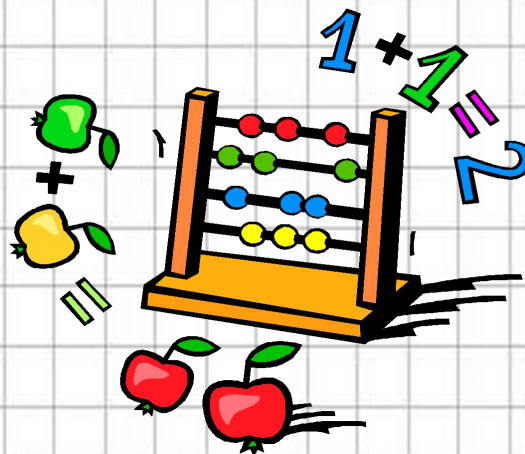
Решение: В таких числах последняя цифра будет такая же, как и первая, а предпоследняя - как и вторая. Третья цифра будет любой. Это число можно представить в виде $YZXZY$, где X и Z - любые цифры, а Y - не ноль, т.е. $X=Z=10$; $Y=9$. Значит по правилу произведения количество чисел одинаково читающихся как слева направо, так и справа налево равно $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ вариантов.

Правило

2 6 8 4 1 5 8 4 6 2 5 1 5 3 9 6 8 2

Правило суммы

Если элемент **A** можно выбрать **t** различными способами, а независимый элемент **B** можно выбрать **n** различными способами, то выбрать **A** или **B** можно **$t+n$** способами.



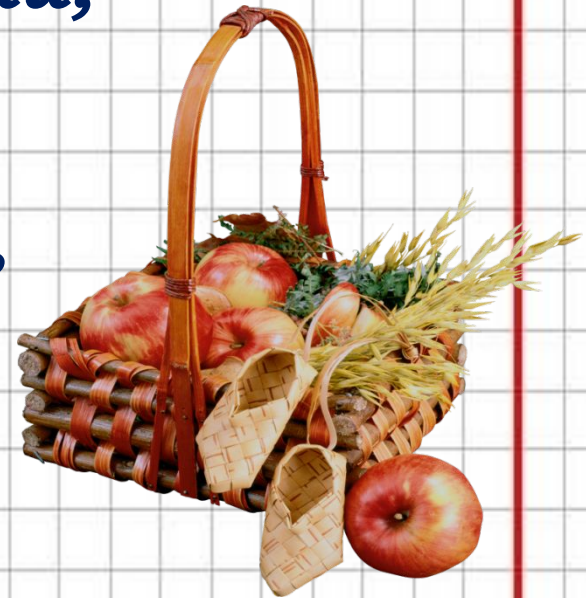
Задача №4:

На блюде лежат 7 яблок и 8 груш.
Каким количеством способов
можно выбрать один плод.

Решение:

Одно яблоко (А) можно
выбрать 7-ю (m) способами,
а одну грушу (В)
8-ю (n) способами.

Один плод можно выбрать
 $7+8=15$ способами.



Задача №5: Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили на выбор 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

Решение:

Тему по алгебре (А) можно выбрать 17-ю (m) способами, а тему по геометрии (В) 13-ю (n) способами. Одну тему для практической работы ученик может выбрать $17+13=30$ способами.

510784.36
2.719372
9 ÷ 1

Факториал

Произведение натуральных чисел от 1 до n в математике называют **факториалом** числа n и обозначают $n!$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots n$$

Например : $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

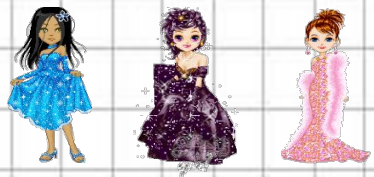
В таблице представлены несколько значений факториала для возрастающих значений n

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

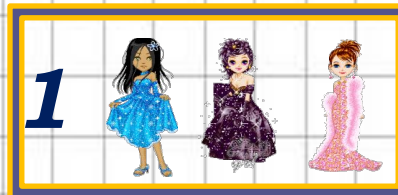
Перестановки

Перестановкой из n элементов называется комбинация, в которой все эти n элементов расположены в определенном порядке.

Перестановки отличаются друг от друга только порядком расположения элементов.



$$n = 3$$



$$P_n = n!$$

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

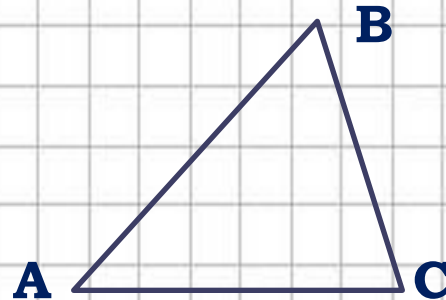
Задача №6 : назовите треугольник **ABC** всеми возможными способами:

Ответ:

$\triangle ABC$; $\triangle ACB$;

$\triangle BAC$; $\triangle BCA$;

$\triangle CAB$; $\triangle CBA$;



$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

Задача №7 : сколькими способами можно расставить на книжной полке собрание сочинений Диккенса, включающее 30 томов.

$$P_{30} = 30! = 265252859812191058636308480000000$$

Размещения

Размещением из n элементов по k называется комбинация, в которой какие-то k из этих n элементов расположены в определенном порядке.

Размещения отличаются друг от друга не только порядком расположения элементов, но и тем, какие именно k элементов выбраны в комбинацию.



$$n = 3$$

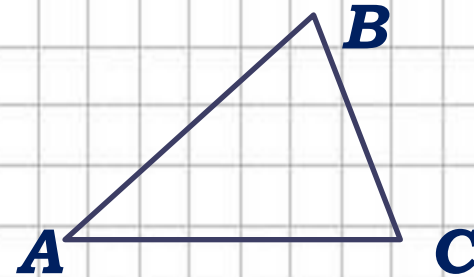
$$k = 2$$



$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6$$

Задача №8 : назовите стороны
треугольника **ABC** всеми
возможными способами:



Ответ : **AB; BA;**
AC; CA; BC; CB

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{6}{1} = 6$$

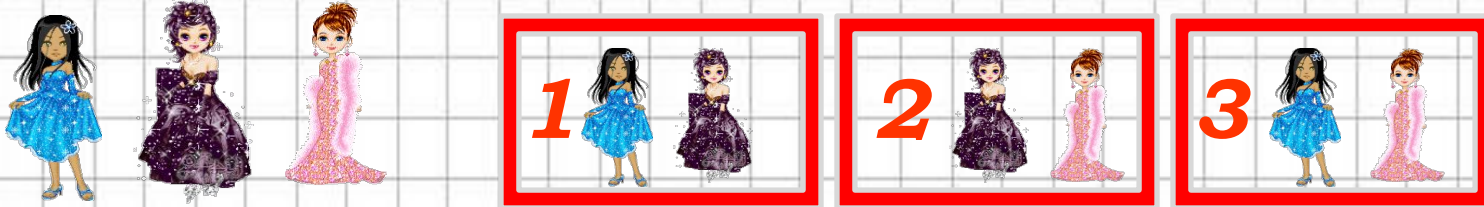
Задача №9 : на книжную полку влезает
только 8 любых томов из 30-ти томного
собрания Диккенса. Сколькими
способами можно заполнить этими
томами такую полку?

$$A_{30}^8 = \frac{30!}{(30-8)!} = \frac{30!}{22!} = 235989936000$$

Сочетания

Сочетанием из n элементов по k называется комбинация, в которой из этих n элементов выбраны любые k без учета их порядка в комбинации.

Таким образом, для сочетания имеет значение только состав выбранных элементов, а не их порядок.



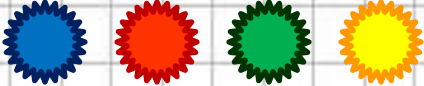
$$n = 3 \quad k = 2$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)! 2!} = \frac{6}{2} = 3$$

Задача №10 : сколькими способами можно выбрать два шара из четырех шаров: синего, красного, зеленого и желтого?

$$C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)! 2!} = \frac{24}{4} = 6$$



$$n = 4 \quad k = 2$$

1 способ:  

4 способ:  

2 способ:  

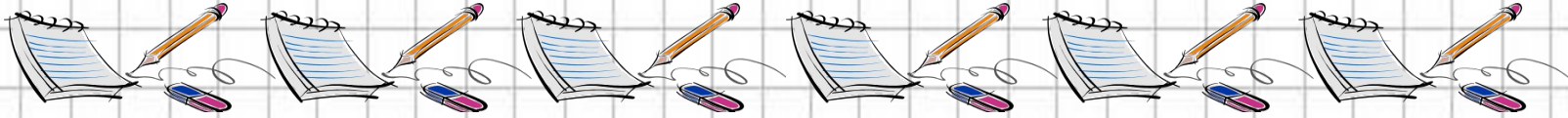
5 способ:  

3 способ:  

6 способ:  



Различие между перестановками, размещениями, сочетаниями



- В случае перестановок берутся **все** элементы и изменяется только их местоположение.
- В случае размещений берётся только часть элементов и важно расположение элементов друг относительно друга.
- В случае сочетаний берётся только часть элементов и не имеет значения расположение элементов друг относительно друга.



Теория вероятностей

раздел **математики**
изучающий
закономерности случайных
явлений: **случайные**
события, случайные
величины, их свойства
и операции над ними.

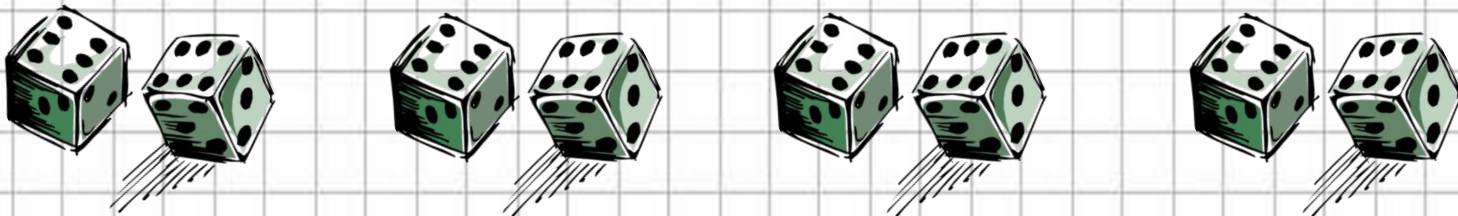


Событие называется **случайным**,
если при одних и тех же условиях оно
может как произойти, так и не
произойти.

- В теории вероятностей случайные события могут быть, в том числе :
 - **невозможные**, которые никогда не смогут произойти;
 - **достоверные**, которые происходят при любом случае.

Например:

- **невозможное** : на игральном кубике выпадет семь очков;
- **достоверное**: на игральном кубике выпадет меньше семи очков.



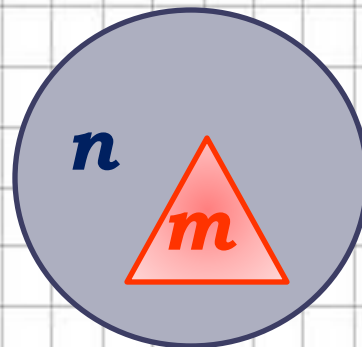
Вычисление вероятностей

Обозначим вероятность $P(A)$,
где A это какое - то событие.



Тогда:
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m – число благоприятных исходов,
 n – число всех возможных исходов.



$$P(A) = \frac{\text{triangle } m}{\text{circle } n}$$

Задача №11 : В коробке находятся 12 белых и 8 синих шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым?

Решение:

n - число всех возможных (случаев) исходов;
 m - число случаев, что будет вынут белый шар.

$$n = 12 + 8 = 20 ; m = 12$$

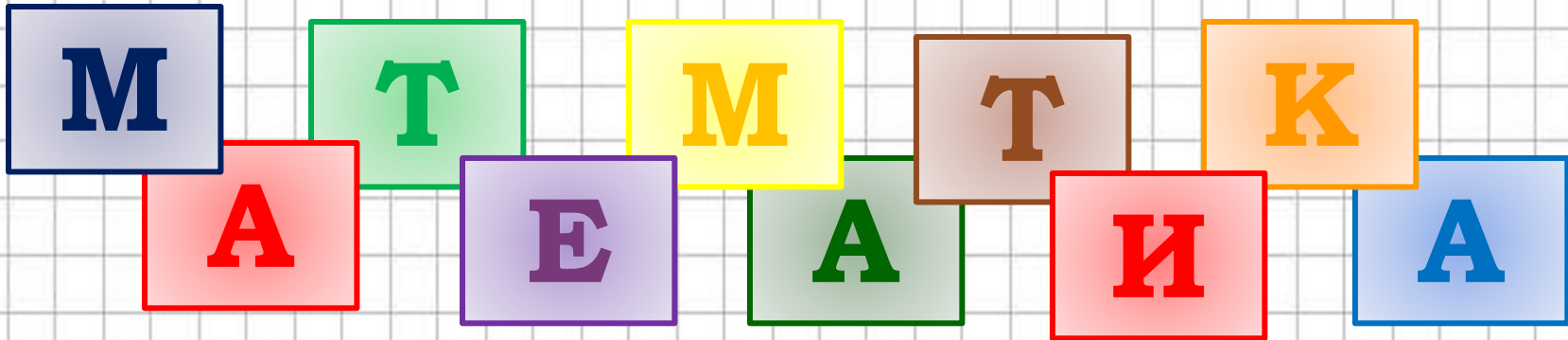
Тогда по формуле найдем вероятность вынуть белый шар :

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым будет равна :

$$P(A) = \frac{12}{20} = 0,6$$

Задача №12 : Из карточек составили слово «математика». Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить? Какие события равновероятны?



Решение: Всего 10 букв.

Буква «м» встречается 2 раза : $P(m) = 2/10$;

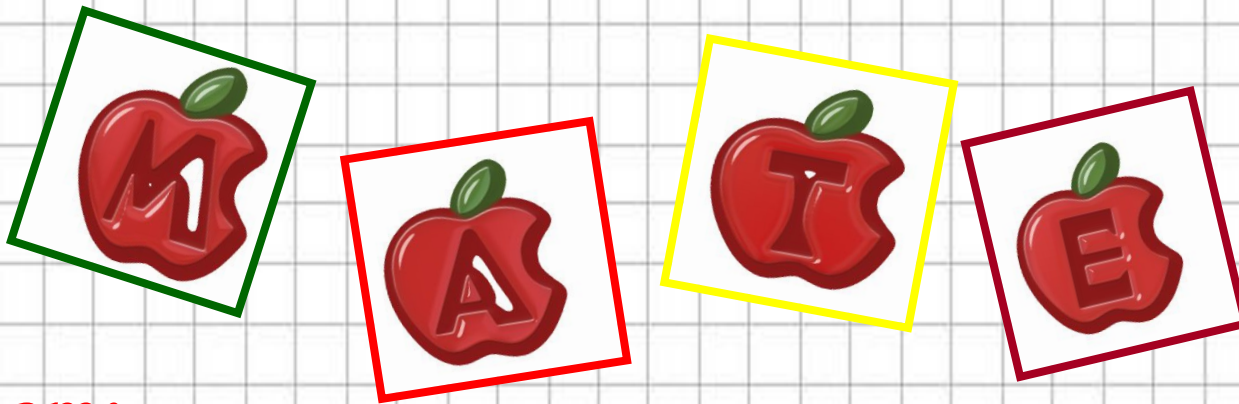
буква «а» встречается 3 раза : $P(a) = 3/10$;

буква «т» встречается 2 раза : $P(t) = 2/10$;

буква «е» встречается 1 раз : $P(e) = 1/10$;

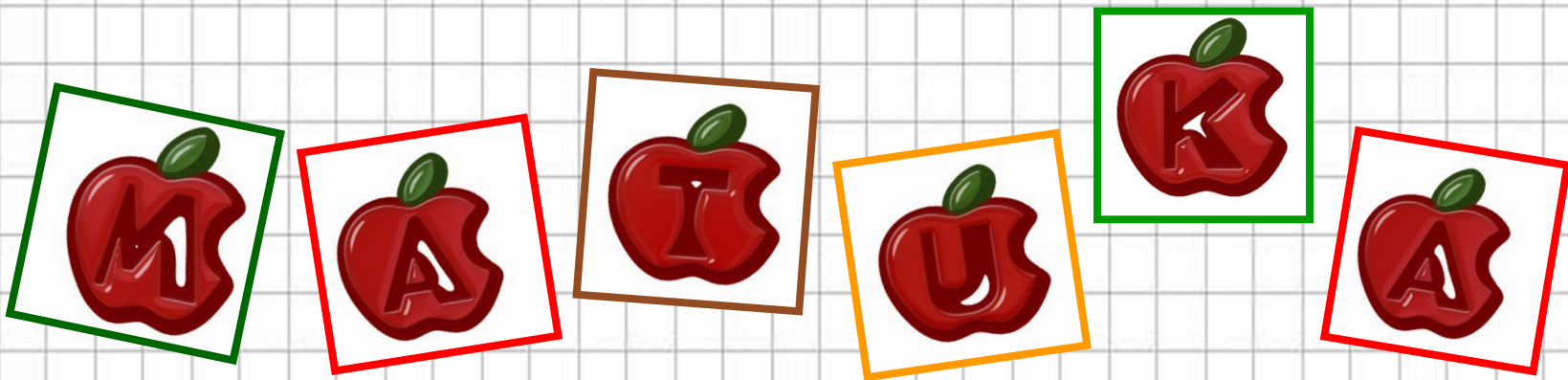
буква «и» встречается 1 раз : $P(i) = 1/10$;

буква «к» встречается 1 раз : $P(k) = 1/10$.



Ответ:

1. Вероятнее всего вытащить карточку с буквой «а»: $P(a) = 3/10$
2. Вероятность одинакова у букв «м», «т», :
 $P(m/t) = 2/10$.
3. Вероятность одинакова у букв «е», «к», «и»:
 $P(e/k/и) = 1/10$.



Заключение

Комбинаторика и теория вероятностей неразрывно связаны с нашей повседневной жизнью. Эти разделы изучения математики готовят нас :

- к выбору наилучшего из возможных вариантов;**
- оценке степени риска; шансу на успех;**
- позволяет судить о разумности ожидания наступления одних событий по сравнению с другими.**

Теория вероятностей широко используется в теоретических и прикладных науках: физике, геодезии, теории автоматического управления и т. д. В частности, она служит теоретической базой математической и прикладной статистики, на основе которых осуществляется планирование и организация производства.

Список используемой литературы:

- 1) **Е.А.Бунимович, В.А.Булычёв**
«Вероятность и статистика в
курсе математики
общеобразовательной школы»,
«Педагогический университет
«Первое сентября» М. 2006.
- 2) **Д.Т.Писемский, «Конспект**
лекций по теории
вероятностей,
математической статистике
и случайным процессам»,
«Айрис Пресс» М. 2008.
- 3) **В.С. Лютикас, «Школьнику о**
теории вероятностей »
«Просвещение» М. 1983.

