

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.



Практическое занятие.

Способы решения:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y = b_1 \\ a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y = b_2 \end{cases}$$

Решить систему уравнений, значит найти пару чисел (X, Y) , являющихся решением каждого из уравнений входящих в систему.

1) Графический способ.

Алгоритм решения:

- 1) построить в одной системе координат графики функций, образующих систему;
- 2) определить точку их пересечения.
- 3) записать в ответ $x =$ $y =$.



Решить системы:

$$1. \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$



Решение:

$$1. \quad \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 1 = y \\ y = 3 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

<i>x</i>	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>y</i>	<i>2</i>	<i>5</i>

<i>x</i>	<i>0</i>	<i>3</i>
<i>y</i>	<i>3</i>	<i>0</i>

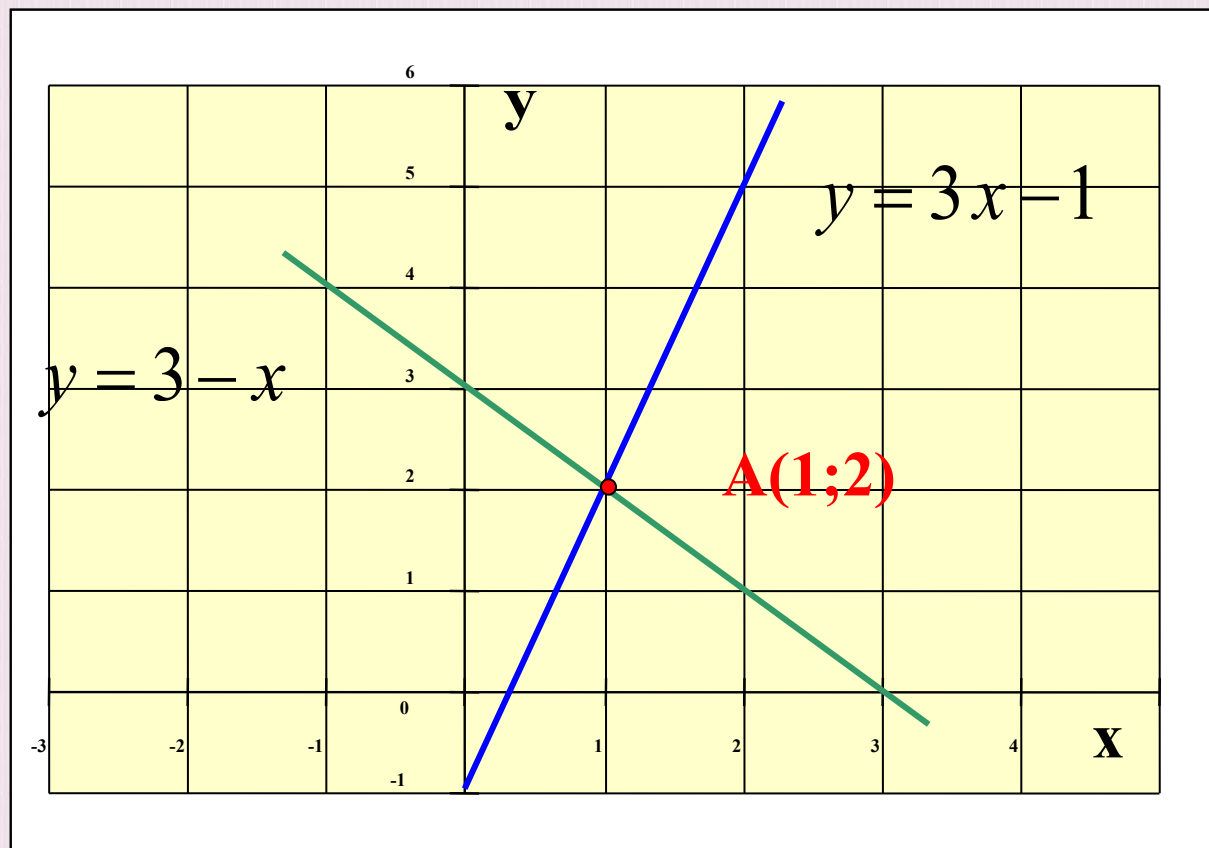


Решение:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = 3 - x \end{cases}$$

x	1	2
y	2	5

x	0	3
y	3	0



Ответ: $x = 1, y = 2$.



Решение:

$$2. \quad \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ y = 1 - 2x \end{cases}$$

<i>x</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>y</i>	<i>6</i>	<i>4</i>

<i>x</i>	<i>0</i>	<i>-1</i>
<i>y</i>	<i>1</i>	<i>3</i>

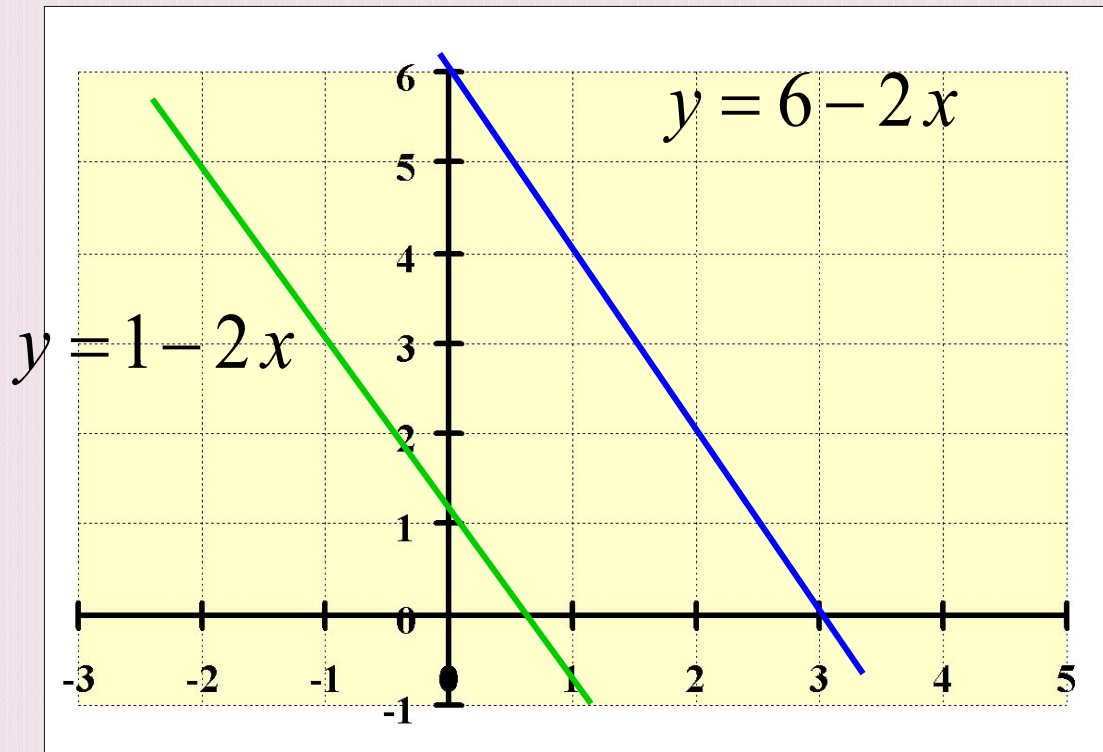


Решение:

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ y = 1 - 2x \end{cases}$$

x	0	1
y	6	4

x	0	-1
y	1	3



Ответ: система не имеет решений.



Способы решения:

2) Способ подстановки.

Алгоритм решения:

- 1) выразить **X (или Y)** из одного уравнения системы;
- 2) подставить найденное выражение в другое уравнение системы.

$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 5x - 2 \cdot (1 - 2x) = 7 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2 + 4x = 7 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 9x = 7 + 2 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 : 9 \\ y = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ответ: $x = 1, y = -1$.

Определитель:

Определителем (детерминантом) второго порядка называется число, определяемое равенством:

$$\det = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

где a_{ij} – элемент определителя,

i – номер строки, j – номер столбца .

Пример. Вычислить определитель:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 12 \end{vmatrix}$$

$$3) \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix},$$

$$4) \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ 20 & -3 \end{vmatrix}$$



Определитель:

$$\det = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Пример. Вычислить определитель:

$$1) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 3 \cdot 12 - (-4) \cdot 2 = 36 + 8 = 44,$$

$$2) \begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 10 \cdot 8 - 3 \cdot 2 = 80 - 6 = 74,$$

$$3) \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 0 \cdot 1 - 5 \cdot 7 = 0 - 35 = -35,$$

$$4) \begin{vmatrix} -1 & -6 \\ 20 & -3 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-3) - (-6) \cdot 20 = 3 + 120 = 123.$$

Способы решения:

4) Способ определителей.

Алгоритм решения:

1) вычислить три определителя:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y = b_1 \\ a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y = b_2 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

2) найти **X** и **Y** по **формулам Крамера:**

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

а) если $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение,

б) если $\Delta = 0$, $\Delta_x = 0$ и $\Delta_y = 0$, то система имеет бесконечное множество решений,

в) если $\Delta = 0$ и хотя бы один из $\Delta_x \neq 0$ или $\Delta_y \neq 0$, то система не имеет решений.



Способ определителей:

Пример. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x - 8y = -1 \end{cases}$$



Решение:

Пример. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x - 8y = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} =$$



Решение:

Пример. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x - 8y = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-8) - 1 \cdot 4 = -16 - 4 = -20$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -8 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-8) - 1 \cdot (-1) = -24 + 1 = -23,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -2 - 12 = -14,$$



Решение:

Пример. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x - 8y = -1 \end{cases}$$

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -8 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-8) - 1 \cdot 4 = -16 - 4 = -20 \neq 0$, значит система имеет единственное решение.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -8 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-8) - 1 \cdot (-1) = -24 + 1 = -23,$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 4 = -2 - 12 = -14,$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-23}{-20} = 1 \frac{3}{20} = 1,15; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-14}{-20} = \frac{7}{10} = 0,7.$$

Ответ: $x = 1,15$; $y = 0,7$.



Задание:

Решить системы уравнений:

$$1). \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 10x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } x = \frac{11}{30}; \quad y = \frac{8}{15}$$

$$2). \begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ x - y = 40 \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } x = 126; \quad y = 86$$

$$3). \begin{cases} 9x + 2y = 3 \\ 7y - x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } x = \frac{11}{65}; \quad y = \frac{48}{65}$$



**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ**

