

# МДК 02.03 Математическое моделирование

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

Студент: Фамилия Имя Отчество

(E-Mail: ...@...)

Код и наименование специальности: 09.02.07 Информационные системы и программирование

Наименование программы: Математическое моделирование

Модуль: МДК 02.03 Математическое моделирование

Авторы курса: Попов Александр Леонидович (pal\_300353@mail.ru)

**ГБПОУ ТПСК им. В. М. Максимчука**



# Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Руководства:



№	Наименование	Автор	Издательство и год
1.	Математическое моделирование в MS Excel. Методические указания.	Моисеев С.И.	Институт менеджмента, маркетинга и финансов, 2016. – 25 с.
2.	МДК 02.03 Математическое моделирование. Методические указания.	Е.С. Игнатенко	Нефтеюганск, 2019. -114 с.
3.	Калькуляторы по направлениям (Примеры решений)		<a href="https://math.semestr.ru/example.php">https://math.semestr.ru/example.php</a>

Видеокурсы:

№	Наименование	Автор	Издательство и год
1.	<a href="#">Курс «Математическое моделирование»</a>	ПостНаука / Skoltech	<a href="https://www.youtube.com/watch?v=t5p0v8MA_G8&amp;list=PLh6dVTO7f4Fb8yBUvhzZ6eJNHFPFyXm8f">https://www.youtube.com/watch?v=t5p0v8MA_G8&amp;list=PLh6dVTO7f4Fb8yBUvhzZ6eJNHFPFyXm8f</a>



## **Занятие 11. Составление систем уравнений Колмогорова. Нахождение финальных вероятностей. Нахождение характеристик простейших систем массового обслуживания. (2ч)**

- |   |             |
|---|-------------|
| <b>1. Составление систем уравнений Колмогорова</b>                | <b>- 4</b>  |
| <b>2. Системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия.</b> | <b>- 16</b> |
| <b>3. Одноканальные системы массового обслуживания.</b>           | <b>- 19</b> |
| <b>4. Многоканальные системы массового обслуживания.</b>          | <b>- 22</b> |

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



**Цель работы:** отработать и закрепить умения составлять системы уравнений Колмогорова, отработать и закрепить умения находить финальные вероятности, отработать и закрепить умения определить основные показатели СМО.

## Краткая теория

### Марковский случайный процесс

Построение математических моделей в условиях неопределенности - очень сложная или невыполнимая задача. Лишь для некоторых упрощенных случаев можно построить математическую модель.

Следует различать два вида неопределенности:

- вероятностные характеристики либо известны, либо могут быть получены в результате эксперимента. Такая неопределенность называется стохастической, и для большинства объектов, содержащих такую неопределенность, можно построить математическую модель, например выход из строя оборудования, приход нового клиента и т. д.
- вероятностные характеристики определить невозможно. В этом случае задачу можно попытаться решить с помощью экспертных оценок, но результат будет весьма приблизительным, например, каковы будут модели женской одежды через пять лет?

Строгую математическую модель с аналитическим вычислением всех интересующих величин можно построить только в том случае, если случайный процесс носит марковский характер.

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Случайный процесс будет марковским, если вероятностные характеристики процесса в момент времени  $t$  зависят только от текущего (настоящего) состояния процесса в этот момент времени  $t$  и не зависят от того, как (каким способом и когда) рассматриваемый процесс перешел в текущее состояние.

Из всего многообразия марковских процессов хорошо изучены и представляют большой практический интерес *марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем*.

Под дискретным состоянием будем понимать, что процесс переходит из одного состояния в другое скачкообразно за очень короткое время (практически мгновенно), и количество этих состояний известно (фиксировано).

Под непрерывным временем будем понимать такое, при котором переход из одного допустимого состояния в другое допустимое состояние происходит в произвольные моменты времени, т. е. заранее не определенные.

**Потоки событий.** Однородные события, следующие друг за другом в произвольные моменты времени (случайно), называются потоком событий (или входным потоком заявок). Примерами потоков событий могут быть: поток пассажиров в авиакассе, поток посетителей парикмахерской, поток отказов технического устройства и т.д. Здесь под событием понимается факт поступления заявок на обработку (приход покупателя, наличие отказа технического средства, поступление телефонного вызова и т.д.), а не результат его обработки (как это рассматривается в теории вероятностей). Поэтому в системах массового обслуживания вероятностными характеристиками будет обладать не отдельное событие, а интервал времени.

Интенсивностью  $\lambda$  потока событий называется среднее число событий за единицу времени. Интенсивность  $\lambda$  может быть как числом постоянным (константой), так и величиной, зависящей от времени  $t$ . Например, количество пассажиров в городском транспорте в «часы пик» резко увеличивается по сравнению с другим временем суток.

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



## Финальные вероятности состояний

Будем рассматривать марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.

*Пример 1* : Техническое устройство состоит из трёх узлов и в любой момент времени может находиться в одном из восьми состояний (рис. 1).

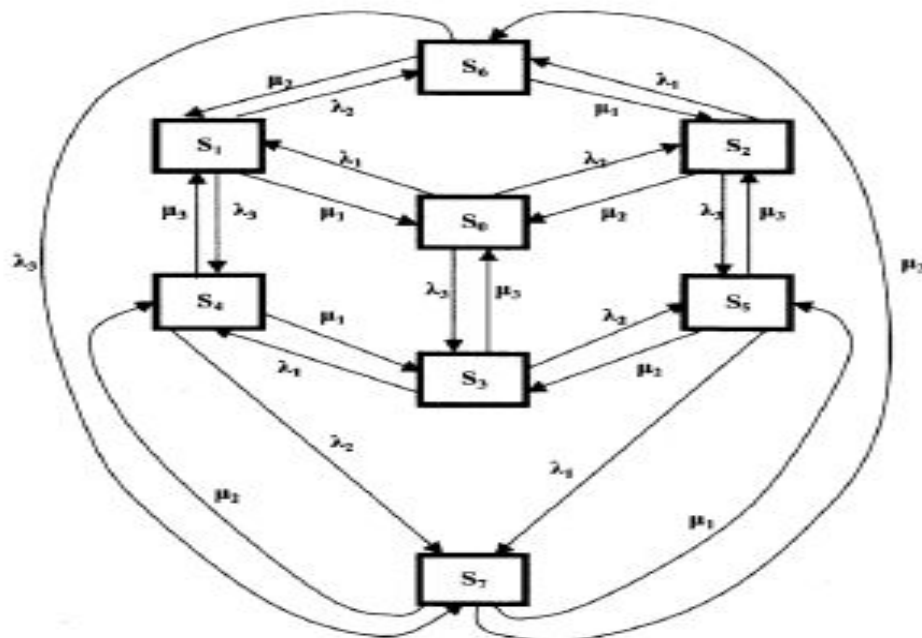


Рис. Состояния технического устройства

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Возможные состояния устройства таковы:

$S_0$  — все три узла исправны;

$S_1$  — первый узел неисправен, второй и третий исправны;

$S_2$  — второй узел неисправен, первый и третий исправны;

$S_3$  — третий узел неисправен, первый и второй исправны;

$S_4$  — первый и третий узлы неисправны, второй исправен;

$S_5$  — второй и третий узлы неисправны, первый исправен;

$S_6$  — первый и второй узлы неисправны, третий исправен;

$S_7$  — все три узла неисправны.

Размеченным графом будем считать такой граф, у которого стрелками указаны переходы из одного состояния в другое, а рядом со стрелкой указана интенсивность перехода. Будем различать две интенсивности — прямую  $\lambda$ , и обратную  $\mu$ .

Тогда  $\lambda_1, \lambda_2$  и  $\lambda_3$  — интенсивности потоков отказов соответственно первого, второго и третьего узлов, а  $\mu_1, \mu_2$  и  $\mu_3$  — соответственно интенсивности потоков возвратов (ремонтов) узлов.

Если для ремонта каждого узла имеется отдельный специалист, то среднее время ремонта каждого узла есть величина постоянная и не имеет значения, один или несколько узлов вышли из строя.

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



На основе построенного размеченного графа (см. рис. 1) создадим математическую модель.

Наше техническое устройство в соответствии с построенным графом в любой момент времени будет находиться в одном из восьми возможных состояний. Обозначим вероятность каждого  $i$ -го состояния как  $p_i(t)$ , тогда

$$\sum_{i=1}^8 p_i(t) = 1.$$

Для определения вероятности каждого состояния технического устройства составим соответствующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{cases} \frac{d p_1(t)}{dt} = \lambda_2 p_0 + \mu_3 p_4 + \mu_2 p_6 - (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_1 \\ \frac{d p_2(t)}{dt} = \lambda_2 p_0 + \mu_3 p_5 + \mu_1 p_6 - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) p_2 \\ \frac{d p_3(t)}{dt} = \lambda_3 p_0 + \mu_2 p_5 + \mu_1 p_4 - (\mu_3 + \lambda_2 + \lambda_2) p_3; \\ \frac{d p_4(t)}{dt} = \lambda_1 p_5 + \lambda_3 p_1 + \mu_2 p_7 - (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) p_4; \\ \frac{d p_5(t)}{dt} = \mu_1 p_7 + \lambda_2 p_3 + \lambda_3 p_2 - (\lambda_1 + \mu_2 + \mu_3) p_5; \\ \frac{d p_6(t)}{dt} = \lambda_1 p_2 + \lambda_2 p_1 + \mu_3 p_7 - (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_3) p_6; \\ \frac{d p_7(t)}{dt} = \lambda_1 p_5 + \lambda_2 p_4 + \lambda_3 p_6 - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) p_7; \\ \frac{d p_8(t)}{dt} = \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_8. \end{cases}$$



# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Эта система дифференциальных уравнений называется **системой уравнений Колмогорова**. Имеем систему из восьми линейных дифференциальных уравнений с восемью неизвестными. Известно, что сумма всех вероятностей равна единице, т. е.

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1$$

Таким образом, любое из уравнений, входящее в систему уравнений, можно записать, используя последнее уравнение, и найти значения вероятностей для каждого события.

Для облегчения процесса составления дифференциальных уравнений можно применить следующее правило:

*В левой части каждого уравнения следует записать производную вероятности  $i$ -го состояния устройства.*

*В правой части сумма произведений потока событий, входящих в текущее состояние, умноженная на вероятность состояния, из которого исходит поток, минус суммарная интенсивность исходящих потоков событий из текущего состояния, умноженная на вероятность текущего состояния.*

Если финальные вероятности существуют:  $\lim_{t \rightarrow \infty} p_i(t) = p_i$  при  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ,

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

то их сумма будет равна единице:

Финальные вероятности показывают, какое среднее время устройство будет находиться в каждом состоянии. Финальные вероятности находятся из системы дифференциальных уравнений, если их правые части приравнять нулю.

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Второй (отрицательный) член каждого выражения перенесем в левую часть

$$\begin{cases} 0 = \lambda_1 p_0 + \mu_3 p_4 + \mu_2 p_6 - (\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_1; \\ 0 = \lambda_2 p_0 + \mu_3 p_5 + \mu_1 p_6 - (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) p_2; \\ 0 = \lambda_3 p_0 + \mu_2 p_5 + \mu_1 p_4 - (\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) p_3; \\ 0 = \lambda_1 p_3 + \lambda_3 p_1 + \mu_2 p_7 - (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) p_4; \\ 0 = \mu_1 p_7 + \lambda_2 p_5 + \lambda_3 p_2 - (\lambda_1 + \mu_2 + \mu_3) p_5; \\ 0 = \lambda_1 p_2 + \lambda_2 p_1 + \mu_3 p_7 - (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_3) p_6; \\ 0 = \mu_1 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_5 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) p_0; \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_0 = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_1(\mu_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = \lambda_1 p_0 + \mu_3 p_4 + \mu_2 p_6; \\ p_2(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3) = \lambda_2 p_0 + \mu_3 p_5 + \mu_1 p_6; \\ p_3(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) = \lambda_3 p_0 + \mu_2 p_5 + \mu_1 p_4; \\ p_4(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = \lambda_1 p_3 + \lambda_3 p_1 + \mu_2 p_7; \\ p_5(\lambda_3 + \mu_2 + \mu_3) = \mu_1 p_7 + \lambda_2 p_3 + \lambda_3 p_2; \\ p_6(\mu_1 + \mu_2 + \lambda_3) = \lambda_1 p_2 + \lambda_2 p_1 + \mu_3 p_7; \\ p_0(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = \mu_3 p_1 + \mu_2 p_2 + \mu_3 p_3; \\ p_7 = 1 - p_0 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6. \end{cases}$$

Подставим конкретные значения (указанные выше) прямых и обратных интенсивностей

$$\begin{cases} p_1(2 + 2 + 1) = 1p_0 + 2p_4 + 4p_6; \\ p_2(4 + 1 + 1) = 2p_0 + 2p_5 + 2p_6; \\ p_3(2 + 1 + 2) = 1p_0 + 4p_5 + 2p_4; \\ p_4(2 + 2 + 2) = 1p_3 + 1p_4 + 4p_6; \\ p_5(1 + 2 + 4) = 2p_7 + 2p_3 + 1p_2; \\ p_6(2 + 4 + 1) = 1p_2 + 2p_1 + 2p_7; \\ p_0(1 + 2 + 1) = 2p_1 + 4p_2 + 2p_3; \\ p_7 = 1 - p_0 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6. \end{cases}$$

После выполнения арифметических действий получим:

$$\begin{cases} 5p_1 = p_0 + 2p_4 + 4p_6; \\ 6p_2 = 2p_0 + 2p_5 + 2p_6; \\ 5p_3 = p_0 + 4p_5 + 2p_4; \\ 6p_4 = p_3 + p_1 + 4p_6; \\ 7p_5 = 2p_7 + 2p_3 + p_2; \\ 7p_6 = p_2 + 2p_1 + 2p_7; \\ 4p_0 = 2p_1 + 4p_2 + 2p_3; \\ p_7 = 1 - p_0 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_5 - p_6. \end{cases}$$

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Из первого уравнения выразим  $p_1 = \frac{1}{5} p_0 + \frac{2}{5} p_4 + \frac{4}{5} p_6$  и подставим его в остальные уравнения:

$$\begin{cases} 6p_2 = 2p_0 + 2p_3 + 2p_5; \\ 5p_3 = p_0 + 4p_3 + 2p_4; \\ \frac{28}{5}p_4 = p_3 + 4p_7 + \frac{1}{5}p_0 + \frac{4}{5}p_6; \\ 7p_5 = p_2 + 2p_5 + 2p_7; \\ \frac{27}{2}p_6 = \frac{2}{5}p_0 + \frac{4}{5}p_4 + p_2 + 2p_7; \\ \frac{48}{5}p_0 = \frac{4}{5}p_4 + \frac{8}{5}p_6 + 4p_2 + 2p_3; \\ p_7 = 1 - \frac{6}{5}p_0 - p_2 - p_3 - \frac{7}{5}p_4 - p_5 - \frac{9}{5}p_6. \end{cases}$$

Аналогично выражаем  $p_2 = \frac{1}{3}p_0 + \frac{1}{3}p_3 + \frac{1}{3}p_5$  и подставляем в оставшиеся уравнения и получаем:

$$\begin{cases} 5p_3 = p_0 + 4p_3 + 2p_4; \\ \frac{28}{5}p_4 = p_3 + 4p_7 + \frac{1}{5}p_0 + \frac{4}{5}p_6; \\ \frac{20}{3}p_5 = \frac{1}{3}p_0 + \frac{1}{3}p_6 + 2p_3 + 2p_7; \\ \frac{79}{6}p_6 = \frac{11}{15}p_0 + \frac{4}{5}p_4 + \frac{1}{3}p_3 + 2p_7; \\ \frac{124}{15}p_0 = 2p_3 + \frac{4}{5}p_4 + \frac{4}{3}p_5 + \frac{44}{15}p_6; \\ p_7 = 1 - \frac{23}{15}p_0 - p_2 - p_3 - \frac{7}{5}p_4 - \frac{4}{3}p_5 - \frac{32}{15}p_6. \end{cases}$$

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Выражаем  $p_3 = \frac{1}{5} p_0 + \frac{4}{5} p_2 + \frac{2}{5} p_4$   
и подставляем в оставшиеся уравнения и получаем:

$$\begin{cases} \frac{26}{5} p_4 = \frac{2}{5} p_0 + \frac{4}{5} p_6 + 4p_7 + \frac{4}{5} p_5; \\ \frac{76}{15} p_5 = \frac{11}{15} p_0 + \frac{1}{3} p_6 + 2p_7 + \frac{4}{5} p_4; \\ \frac{79}{6} p_6 = \frac{11}{15} p_0 + \frac{4}{5} p_4 + \frac{1}{3} p_5 + 2p_7; \\ \frac{20}{30} p_0 = \frac{8}{5} p_4 + \frac{44}{15} p_5 + \frac{44}{15} p_6; \\ p_7 = 1 - \frac{26}{15} p_0 - \frac{9}{5} p_4 - \frac{32}{15} p_5 - \frac{32}{15} p_6. \end{cases}$$

Из первого выражения выразим

$$p_4 = \frac{1}{13} p_0 + \frac{2}{13} p_2 + \frac{2}{13} p_6 + \frac{10}{13} p_7;$$

и подставим в оставшиеся уравнения.

После выполнения преобразований получим:

$$\begin{cases} \frac{964}{13 \cdot 15} p_5 = \frac{31}{3 \cdot 13} p_0 + \frac{891}{1 \cdot 153} p_6 + \frac{18}{13} p_7; \\ p_6 = \frac{310}{5087} p_0 + \frac{178}{5087} p_5 + \frac{828}{5087} p_7; \\ p_0 = \frac{155}{319} p_5 + \frac{155}{319} p_6 + \frac{60}{319} p_7; \\ p_7 = \frac{13}{11} - \frac{73}{93} p_0 - \frac{94}{93} p_5 - \frac{94}{93} p_6. \end{cases}$$

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Из первого уравнения выразим  $p_5 = \frac{155}{964} p_0 + \frac{89}{964} p_6 + \frac{135}{482} p_7$ ,  
и подставим в оставшиеся уравнения:

$$p_6 = \frac{54405}{814671} p_0 + \frac{1414042}{814671} p_7;$$

$$p_0 = \frac{54405}{94497} p_6 + \frac{33230}{94497} p_7;$$

$$p_7 = \frac{6266}{19172} - \frac{42471}{57516} p_0 - \frac{49491}{57516} p_6.$$

Из первого уравнения  $p_6$  в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} p_0 = \frac{17372453670}{37012030731} p_7; \\ p_7 = 0,2845 - 0,6927 p_0. \end{cases}$$

Из первого уравнения  $p_0$  подставим в оставшиеся уравнения:

$$p_7 = 0,2845 + 0,6927 * 0,4697 p_7 \quad p_7 = \frac{0,2845}{1,3254} = 0,2146.$$

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова



Определим остальные вероятности, подставляя полученные результаты в обратном порядке

$$P_0 = 0,46940 * 0,21146 = 0,1007;$$

$$P_6 = 0,06678 * 0,107 + 0,1731 * 0,2146 = 0,04387;$$

$$P_5 = 0,1608 * 0,1007 + 0,09232 * 0,04387 + 0,2801 * 0,2146 = 0,08035;$$

$$P_4 = 0,07692 * 0,1007 + 0,1538 * 0,08035 + 0,1538 * 0,04387 + 0,7692 * 0,2146 = 0,08035;$$

$$P_3 = 0,2 * 0,1007 + 0,8 * 0,080035 + 0,4 * 0,1853 = 0,1585;$$

$$P_2 = 0,3333 * 0,1007 + 0,3333 * 0,08035 + 0,3333 * 0,04387 = 0,07498;$$

$$P_1 = 0,2 * 0,1007 + 0,4 * 0,1853 + 0,8 * 0,04387 = 0,1294.$$

Выполним проверку. Сумма вероятностей всех событий должна быть равна единице.

$$p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 = 1$$

$$0,1294 + 0,07498 + 0,1585 + 0,1853 + 0,08035 + 0,04387 + 0,04387 + 0,1007 + 0,2146 = 0,9877$$

Полученный результат меньше единицы, так как значение каждой вероятности было округленно.

# 1. Составление систем уравнений Колмогорова

- Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности состояний (<https://math.semestr.ru/cmo/kolmogorov.php> )
- **Результаты (PrtScn):**



## 2. Системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия.



Системы массового обслуживания (<https://math.semestr.ru/cmo/example1.php> )

За последние десятилетия в самых разных областях народного хозяйства возникла необходимость решения вероятностных задач, связанных с работой систем массового обслуживания.

Примерами таких систем служат телефонные станции, ремонтные мастерские, торговые предприятия, билетные кассы и т.д. работа любой системы массового обслуживания состоит в обслуживании поступающего в нее потока требований (вызовы абонентов, приход покупателей в магазин, требования на выполнение работы в мастерской и т. д.).

**Математическая дисциплина, изучающая модели реальных систем массового обслуживания, получила название теории массового обслуживания.** Задача теории массового обслуживания - установить зависимость результирующих показателей работы системы массового обслуживания (вероятности того, что требование будет обслужено; математического ожидания числа обслуженных требований и т. д.) от входных показателей (количество приборов в системе, параметров входящего потока требований и т. д.) установить такие зависимости в формульном виде можно только для простых систем массового обслуживания. Изучение же реальных систем проводится путем имитации, или моделирования их работы на ЭВМ с привлечением метода статистических испытаний.



## 2. Системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия.



### Классификация систем массового обслуживания

СМО могут быть двух видов:

- ♦ СМО с отказами;
- ♦ СМО с ожиданием (т. е. с очередью).

Обслуживание в системах с очередью может иметь различный характер:

- ∅ обслуживание может быть упорядоченным;
- ∅ обслуживание в случайном порядке;
- ∅ обслуживание с приоритетом, при этом приоритет может быть с прерыванием и без прерывания.

Системы с очередью делятся на: системы *с неограниченным ожиданием*, при этом поступившая в СМО задача становится в очередь и ждет обслуживания. Рано или поздно она будет обслужена; системы *с ограниченным ожиданием*, при этом на заявку в очереди накладываются ограничения, например ограниченное время пребывания в очереди, длина очереди, общее время пребывания в СМО. В зависимости от типа СМО для оценки эффективности могут быть применены разные показатели.

## 2. Системы массового обслуживания (СМО). Основные понятия.



Для СМО с отказами используются следующие показатели эффективности: *абсолютная пропускная способность*  $A$  – среднее число заявок, которое может быть обслужено в единицу времени; *относительная пропускная способность*  $Q$  – относительное среднее число заявок. При этом относительную пропускную способность можно найти по формуле:  $Q = \frac{A}{\lambda}$ , где  $\lambda$  – это интенсивность поступления заявок в СМО.

Для СМО с ожиданием абсолютная пропускная способность  $A$  и относительная пропускная способность  $Q$  теряют смысл, но важными становятся другие характеристики:

Ø единица времени ожидания в очереди;

Ø среднее число заявок в очереди;

Ø среднее время пребывания в системе.

Для СМО с ограниченной очередью интересны обе группы характеристик.

### 3. Одноканальные системы массового обслуживания.



Одноканальные системы массового обслуживания  
(<https://math.semestr.ru/cmo/cmo.php> )

**НАЗНАЧЕНИЕ СЕРВИСА СМО.** Онлайн-калькулятор предназначен для расчета следующих показателей одноканальных СМО:

- вероятность отказа канала, вероятность свободного канала, абсолютная пропускная способность;
- относительная пропускная способность, среднее время обслуживания, среднее время простоя канала.

### 3. Одноканальные системы массового обслуживания.



**ПРИМЕР №1.** Авто заправочная станция имеет одну бензоколонку.

Предполагается что простейший поток автомашин поступает на станцию с интенсивностью  $\lambda=11$  автомашин/ч. Время обслуживания заявки случайная величина которая подчиняется экспоненциальному закону с параметром  $\mu=14$  автомашин/ч. Определить среднее число автомашин на станции.

**ПРИМЕР №2.** Имеется пункт проведения профилактического осмотра машин с одной группой проведения осмотра. На осмотр и выявление дефектов каждой машины затрачивается в среднем 0,4 часа. На осмотр поступает в среднем 328 машин в сутки. Потоки заявок и обслуживаний - простейшие. Если машина, прибывшая в пункт осмотра не застает ни одного канала свободным, она покидает пункт осмотра необслуженной. Определить предельные вероятности состояний и характеристики обслуживания пункта профилактического осмотра.

Решение. Здесь  $\alpha = 328/24 \approx 13.67$ ,  $t = 0.4$ . Эти данные необходимо ввести в калькулятор.

### 3. Одноканальные системы массового обслуживания.

- Одноканальные системы массового обслуживания (<https://math.semestr.ru/cmo/cmo.php> )
- **Результаты (PrtScn):**



## 4. Многоканальные системы массового обслуживания.



Многоканальные системы массового обслуживания  
(<https://math.semestr.ru/cmo/mcmo.php> )

- НАЗНАЧЕНИЕ СЕРВИСА СМО.** Сервис предназначен для расчета в онлайн режиме следующих показателей многоканальных СМО:
- вероятность отказа канала, вероятность свободного канала, абсолютная пропускная способность;
  - относительная пропускная способность, среднее время обслуживания, среднее время простоя канала.

## 4. Многоканальные системы массового обслуживания.



**ПРИМЕР №1.** В типографию с тремя множительными аппаратами поступают заказы от соседних предприятий на размножение рабочей документации. Если все аппараты заняты, то вновь поступающий заказ не принимается. Среднее время работы с одним заказом составляет 2 часа. Интенсивность потока – 0,5 заявки в час. Найти предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы типографии. Здесь:  $n = 3$ , **Модель СМО:** Многоканальная СМО с отказами в обслуживании,  $\lambda = 0,5$  заявки в час,  $t_{обс} = 2$  час.

**ПРИМЕР №2.** Сколько автомобилей следует иметь на станции скорой помощи, если:

- .в среднем в час поступает 10 заявок (вызовов);
- .среднее продолжительность обслуживания одной заявки 1 час 20 минут;
- .среднее время ожидания (время от момента вызова до момента выезда бригады) не должно превышать 5 минут.

## 4. Многоканальные системы массового обслуживания.

- Многоканальные системы массового обслуживания

(<https://math.semestr.ru/cmo/mcmo.php> )

- **Результаты (PrtScn):**





Благодарю за внимание

