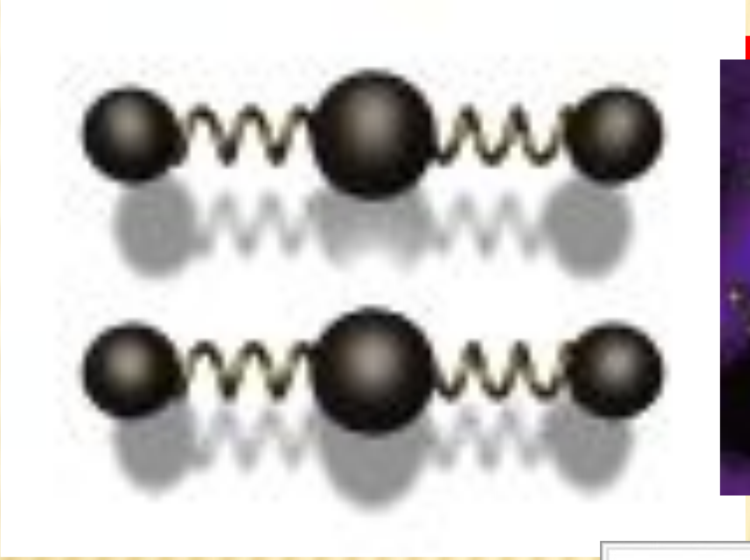
МЕХАНИЧЕСКИ
Е
КОЛЕБАНИЯ



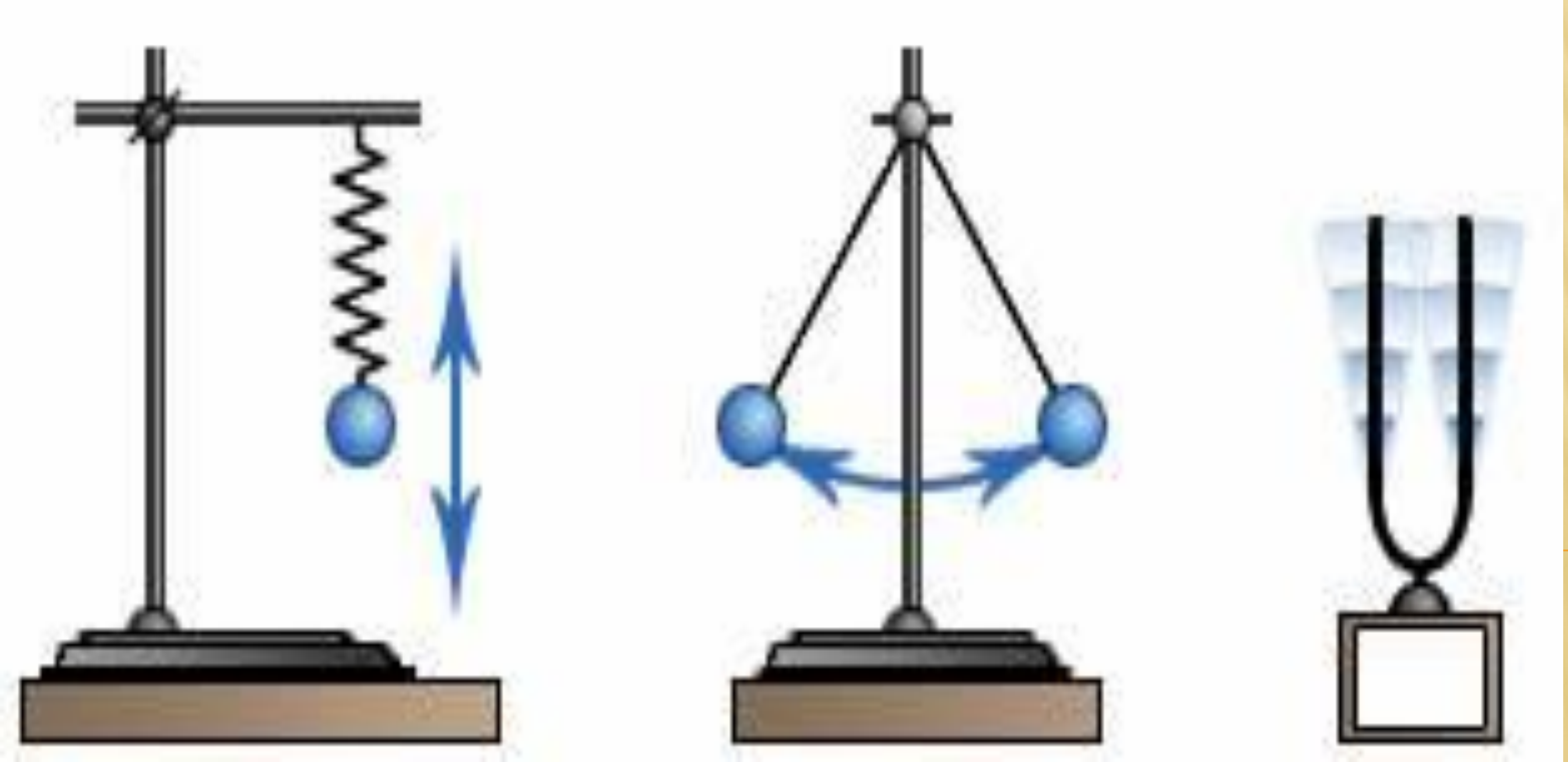
<u>Механические колебания</u> –

это повторяющееся движение,

при котором тело

многократно проходит одно и то же положение в пространстве.

Примерами механических колебаний могут служить движение шара на пружине, на нити, движение ножек звучащего камертона или молекул воздуха вблизи него



КОЛЕБАНИЯ МОЖНО КЛАССИФИЦИРОВАТЬ ПО УСЛОВИЯМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ

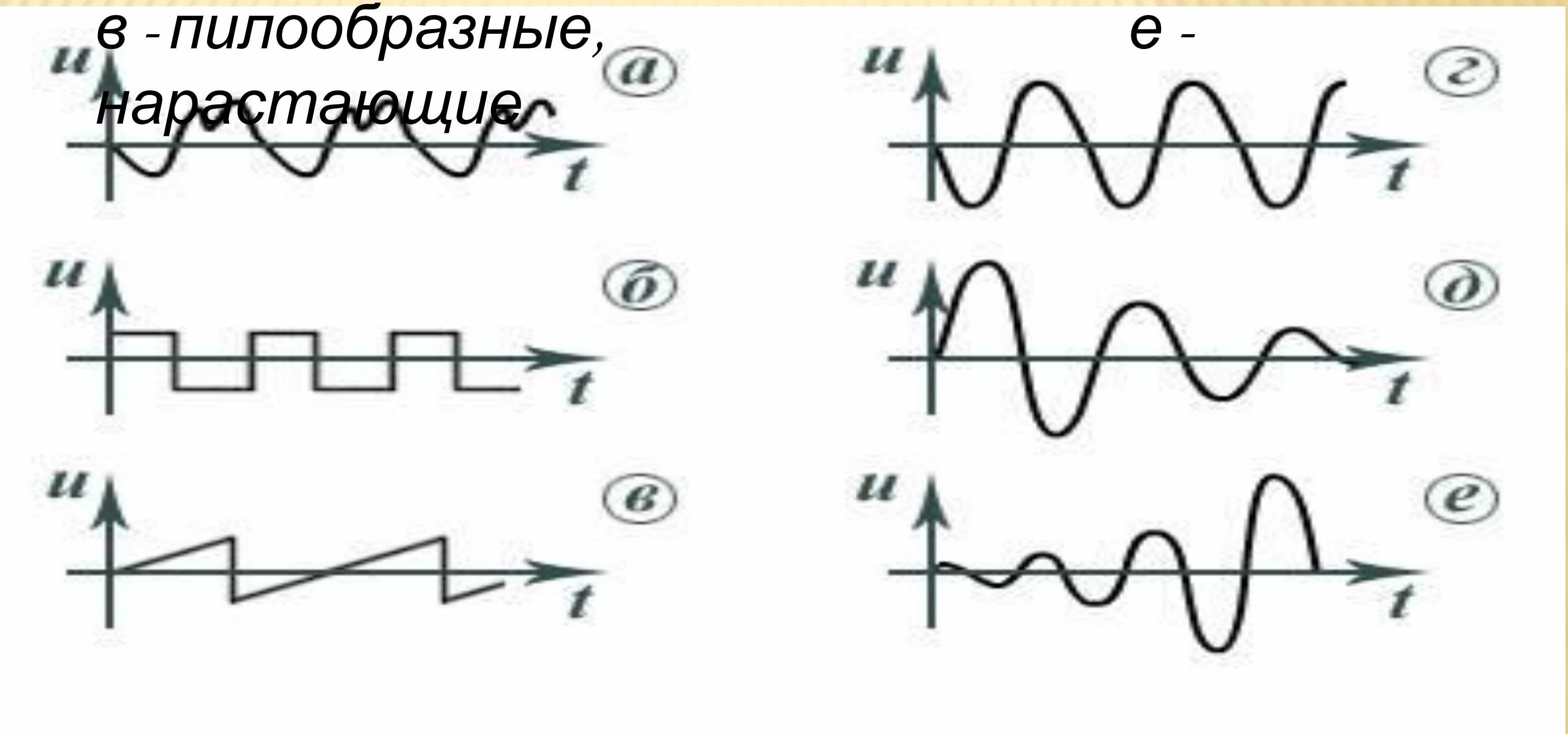
Тип колебаний	Каковы условия возникновения колебаний	Чем определяется период колебаний	Чем определяется амплитуда колебаний
Свободные	Колебательная система (КС) при наличии первоначального запаса энергии	Собственными параметрами КС. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $T = 2\pi\sqrt{LC}$	Начальными условиями
Вынужденные	Любая система при наличии внешнего, периодически изменяющегося воздействия	Частотой внешнего, периодически изменяющегося воздействия	Амплитудой внешнего воздействия, соотношением частот $\nu_{внешн}=\nu_{собств}$, диссипативными потерями энергии в КС
Автоколебания	Автоколебательная система (АКС) при наличии внешнего источника энергии	Собственными параметрами КС	Параметрами АКС (ее нелинейностью)
Параметрические	Колебательная система (КС) при периодически изменяющихся параметрах КС	Собственными параметрами КС	Соотношением частоты изменения параметров КС с ее собственной частотой

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК

а - сложной формы, *г - гармонические,*

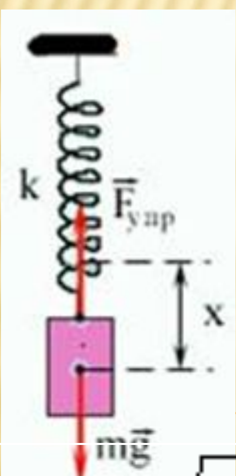
б - прямоугольные, *д - затухающие,*

в - пилообразные, *е - нарастающие*

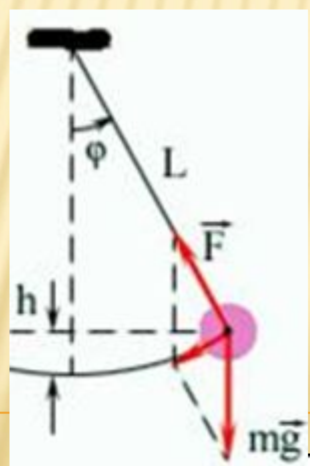


Рассмотрим физические величины, описывающие колебания

АМПЛИТУДА, ПЕРИОД, ЧАСТОТА КОЛЕБАНИЙ



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

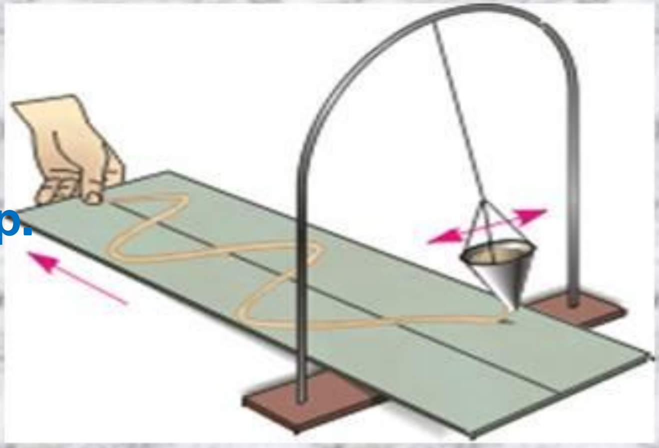


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- **A - амплитуда** механических гармонических колебаний - ***модуль наибольшего смещения*** колеблющегося тела (материальной точки) от положения равновесия. Единица измерения амплитуды – 1 метр.
- **ω**(*c^{-1} - в обратных секундах)* **-** круговая (циклическая) частота
- **T**(с-секунды**)** - **период колебаний** – время, за которое колеблющееся тело совершит одно полное колебание
- ***ν*** *(Гц -герцах),* - **частота** (величина, обратная периоду) показывает, сколько колебаний совершается за единицу времени

Амплитудой колебаний x_m (м) называют модуль наибольшего смещения колеблющегося тела (материальной точки) от положения равновесия

. Единица измерения амплитуды – 1 метр.



Период колебаний T(c) – время, за которое колеблющееся тело совершит одно полное колебание.

$T = t/N$

t - время всех колебаний

N - число колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Величина, обратная периоду, называется частотой υ (Гц). $\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$

υ = 1/т

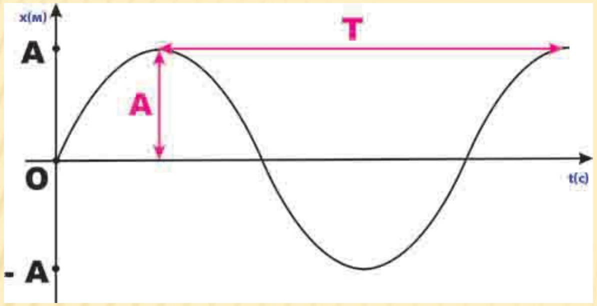
Циклическая или круговая частота ω (рад/с) показывает
число колебаний за 2п секунд.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

ВИДЫ КОЛЕБАНИЙ:

- **Свободные** *(происходят без воздействия внешних сил).*

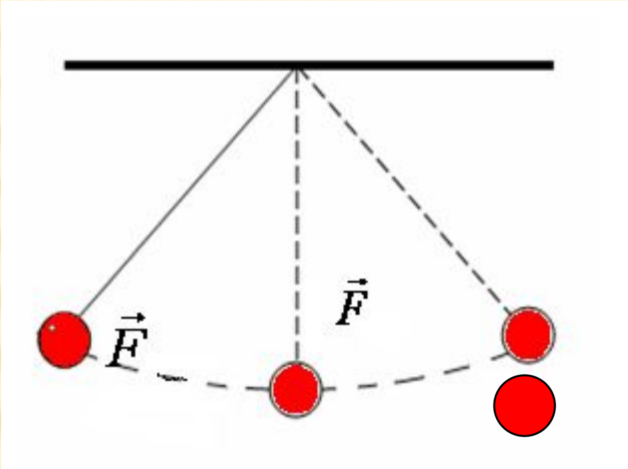


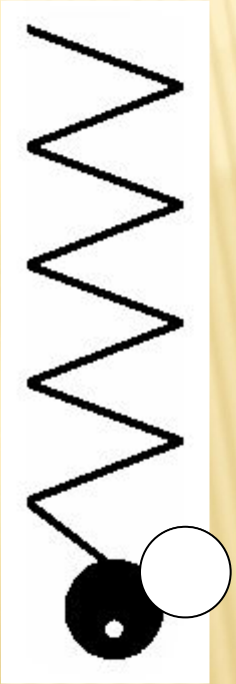
- *Точное описание свободных колебаний затруднительно, однако легко видеть, что* ***они обладают*** *следующими* ***свойствами:***
  1*. Развитие движения во времени зависит от того, как оно началось.*
  2*. Движение постепенно затухает.*
  3*. При своем движении цепь не имеет какой-либо определенной формы; с течением времени форма цепи изменяется (однако в конце движения колебания часто характеризуются более или менее отчетливой формой).*
  4*. Совершенно невозможно указать "частоту" колебаний (с течением времени, однако, движение может принять определенную частоту).*

- **Вынужденные** *(происходят под воздействием внешних периодически изменяющихся сил).*
- *колебания, происходящие под действием внешней переменной силы. Во многих случаях эта сила оказывается периодически изменяющейся.*
- *Если внешняя сила, действующая на систему, изменяется с течением времени по закону косинуса или синуса, то возникающие в системе вынужденные колебания будут гармоническими. При этом частота вынужденных колебаний будет совпадать с частотой изменения внешней силы.*
- *Амплитуда вынужденных колебаний определяется амплитудой внешней силы, а также соотношением между частотой изменения этой силы и собственной частотой колебательной системы. При равенстве этих частот наблюдается явление резонанса.*
- *В отличие от свободных колебаний, когда система получает энергию лишь один раз (при выведении системы из состояния равновесия), в случае вынужденных колебаний система поглощает эту энергию от источника внешней периодической силы непрерывно. Эта энергия восполняет потери, расходуемые на преодоление трения, и вынужденные колебания оказываются незатухающими.*

Незатухающие колебания возможны лишь при отсутствии трения

Свободные колебания. Математический и пружинный маятники



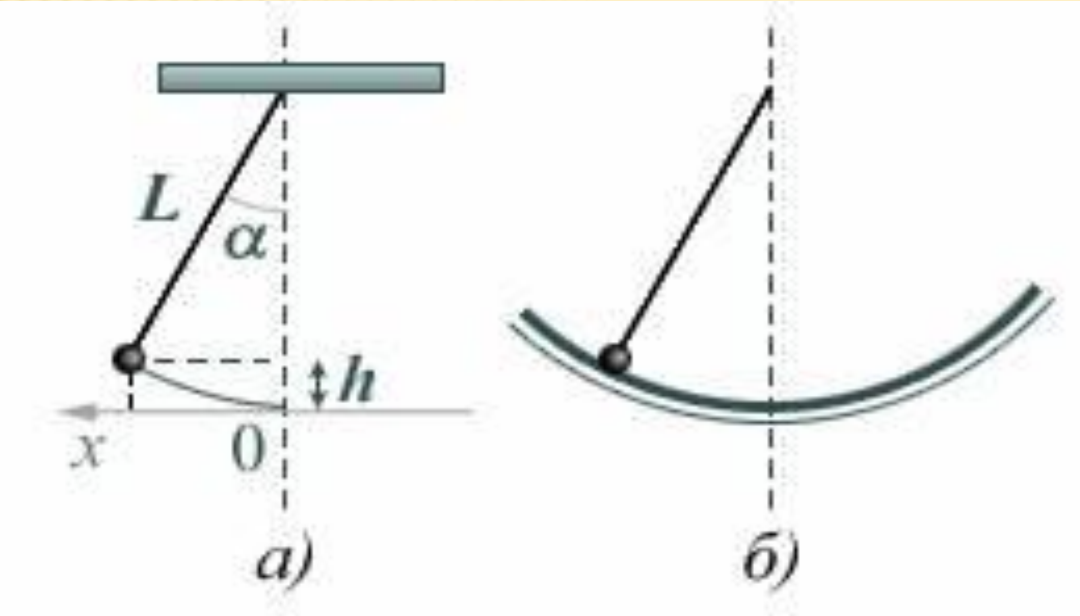


Математический маятник

Пружинный маятник

Математический маятник –

подвешенный на тонкой невесомой нити груз, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами нити.



$$h = L - L\cos\alpha = L(1-\cos\alpha) = 2L\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{L\alpha^2}{2} \approx \frac{L\sin^2\alpha}{2} = \frac{Lx^2}{2L^2} = \frac{x^2}{2L}$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mgx^2}{2L} = E_0$$

$$v^2 + \frac{g}{L}x^2 = const$$

$x = A$ sin (wt + j_0)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

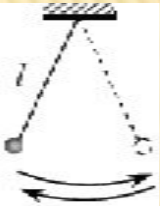
Математический маятник

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Период свободных колебаний

Длина нити

Ускорение свободного падения — ускорение, создаваемое силой тяжести.

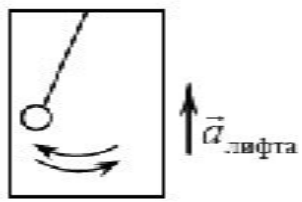


Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо g в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{акт} = \frac{\sum \vec{F}_{акт}}{m}$$ (активными называются силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника)

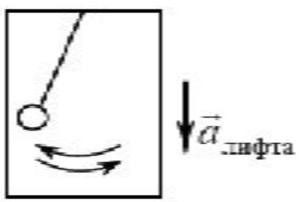
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_{акт}}}$$

Маятник в лифте:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_{лиф}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вверх

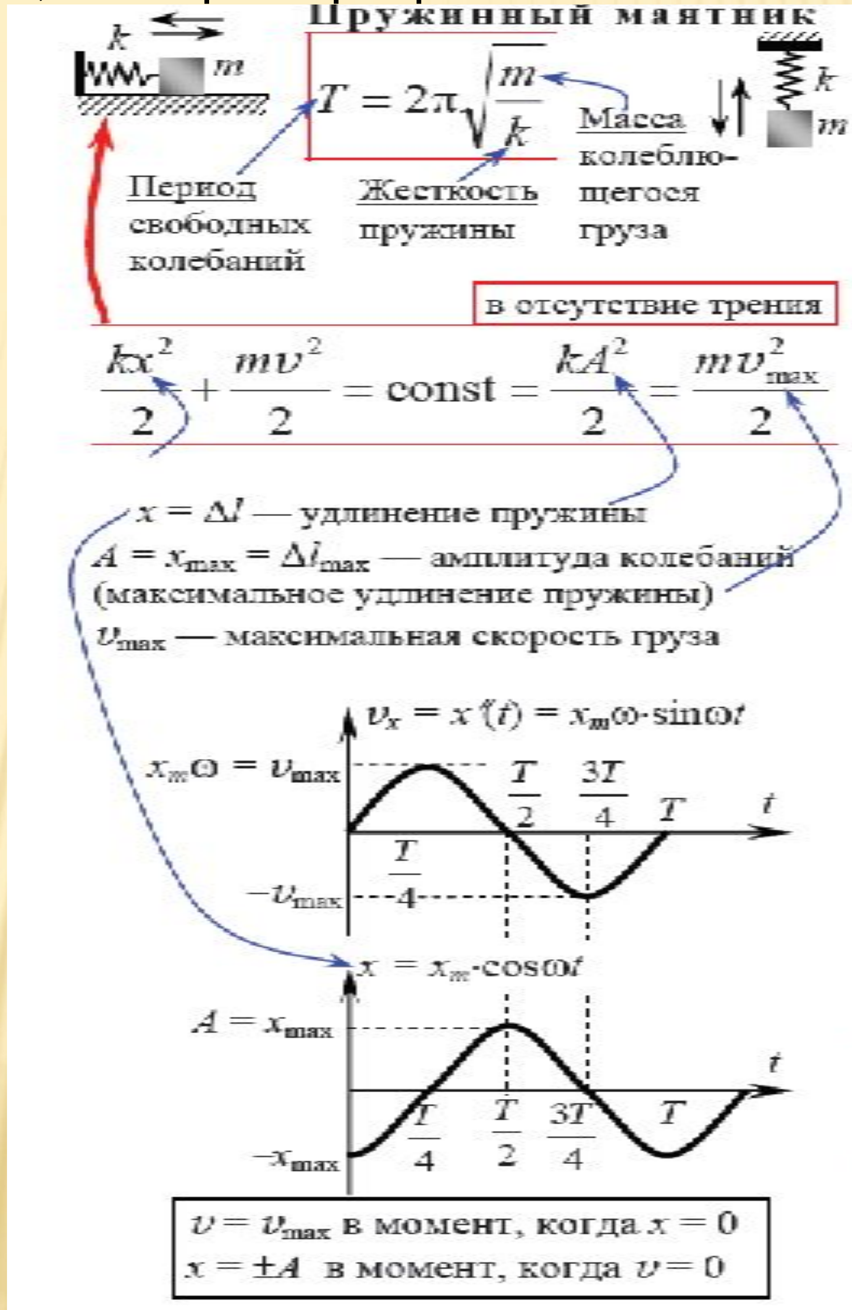


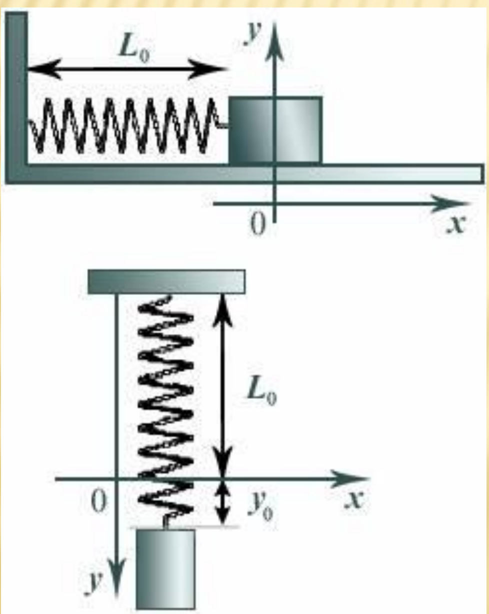
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_{лиф}}}}$$

если $\vec{a}_{лифта}$ - вниз

Пружинный маятник -

невесомая пружина, к которой прикреплено тело массой m.





ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Так называют колебания, происходящие по закону синуса или косинуса.

Уравнение гармонических колебаний

$$x = x_M \cos(\omega t + \varphi_0),$$

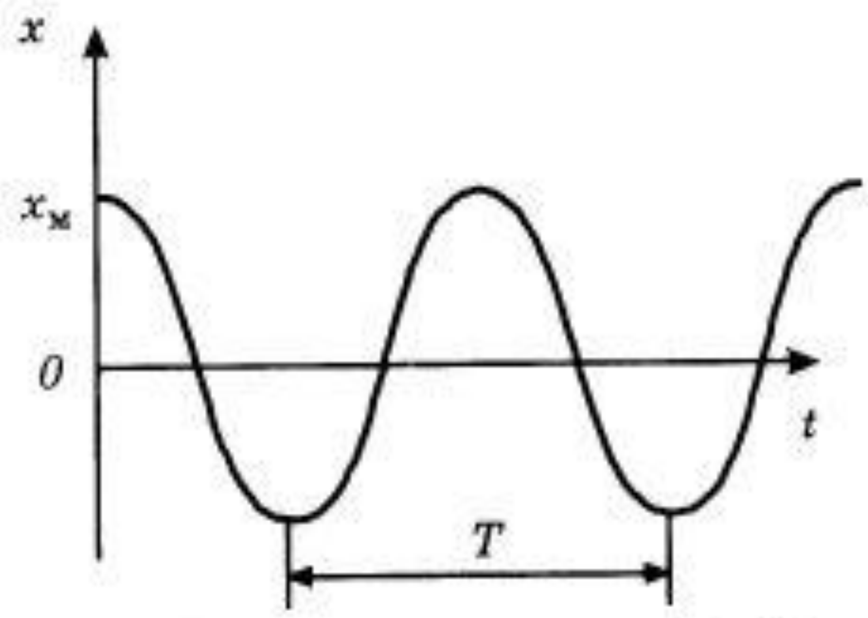


График гармонических колебаний

где

x — величина смещения от положения равновесия,

x_M — амплитуда,

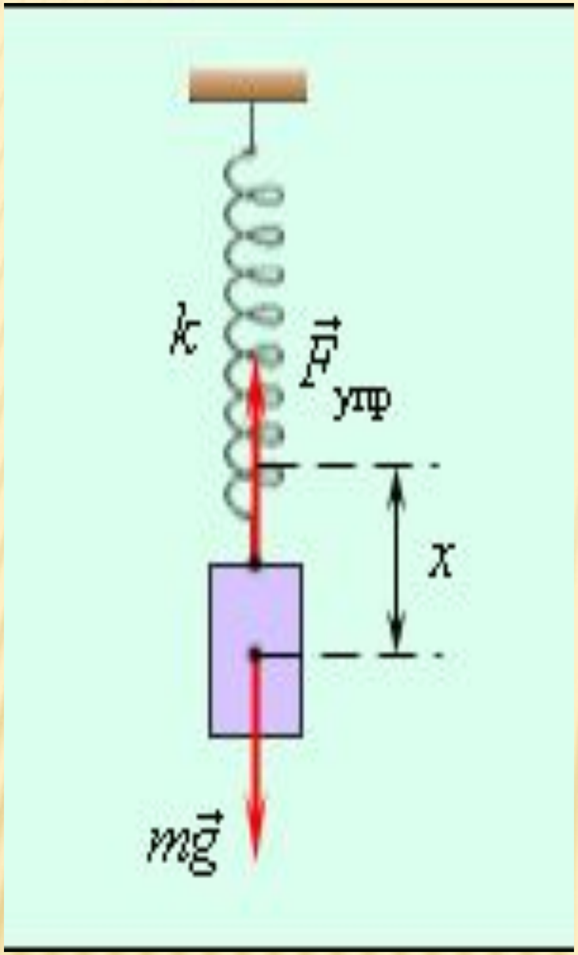
ω — циклическая частота, связанная с частотой ν соотношением $\omega = 2\pi\nu$,

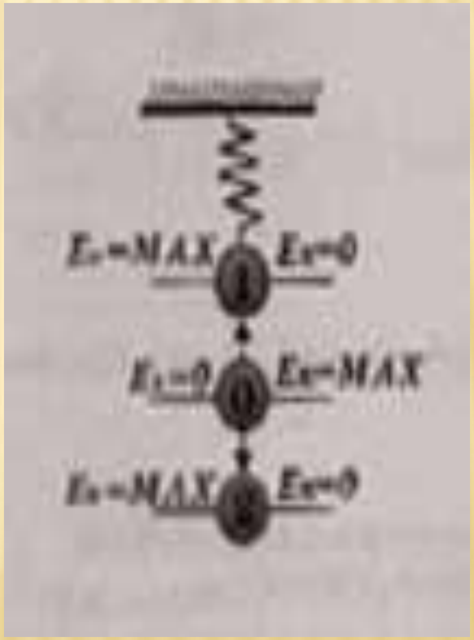
$\varphi = \omega t + \varphi_0$ — фаза колебания,

φ_0 — начальная фаза колебания,

t — время.

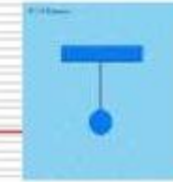
Если процесс описывается уравнением $x'' = -\omega^2 x$, то он представляет собой гармоническое колебание с циклической частотой ω.


k
$\vec{F}_{упр}$
x
$m\vec{g}$



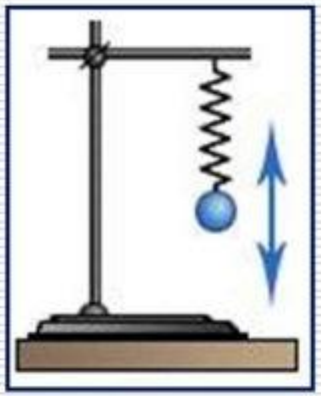
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Маятники



Маятник – это тело массой **m**, , подвешенная на нити или пружине и совершающее гармонические колебания.

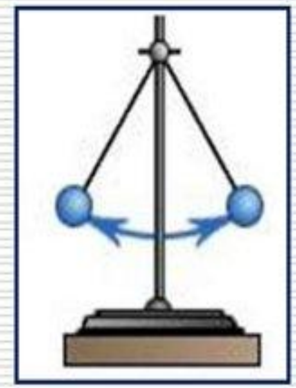
Пружинный маятник



Пружинный маятник – это материальная точка массой **m**, подвешенная на абсолютно упругой пружине жесткостью **k** и совершающая гармонические колебания под действием упругой силы.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Математический маятник

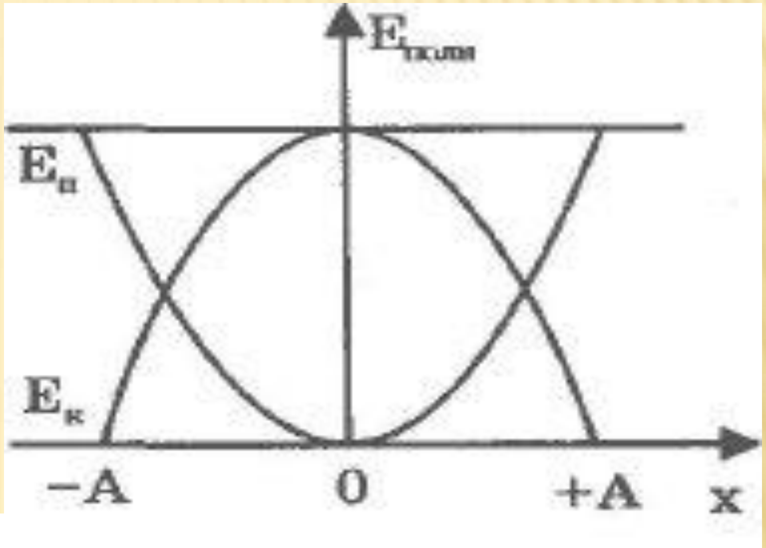


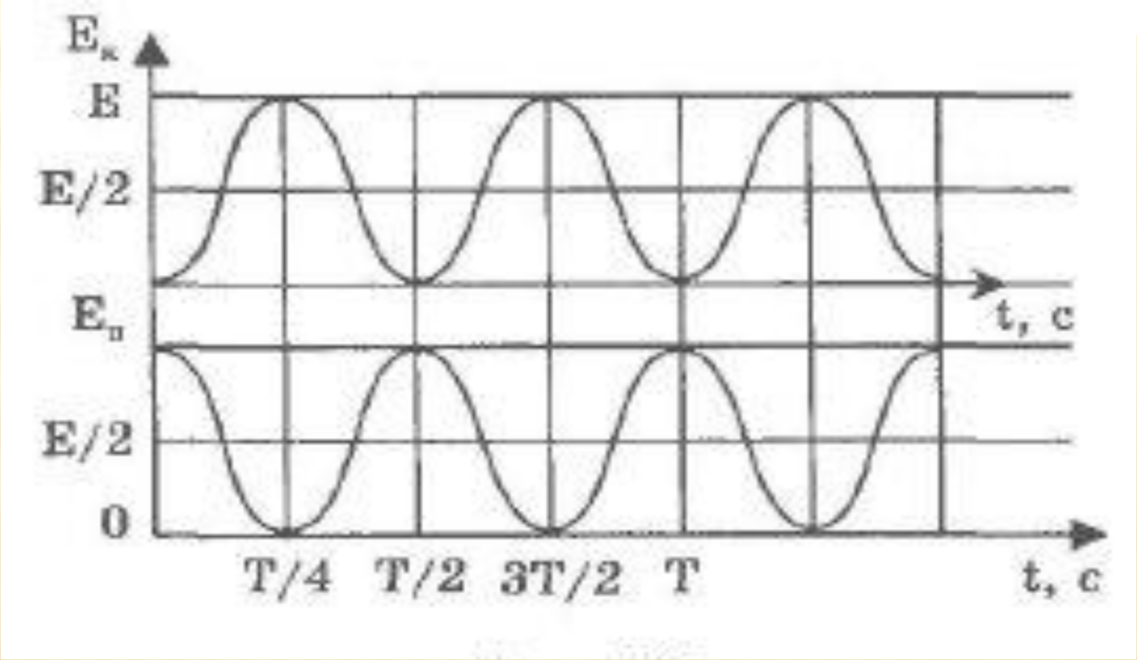
Математический маятник – это идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити длиной **l**, на которой подвешена материальная точка массой **m**.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭНЕРГИИ

- график зависимости потенциальной и кинетической энергии пружинного маятника от координаты x.





ЭНЕРГИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

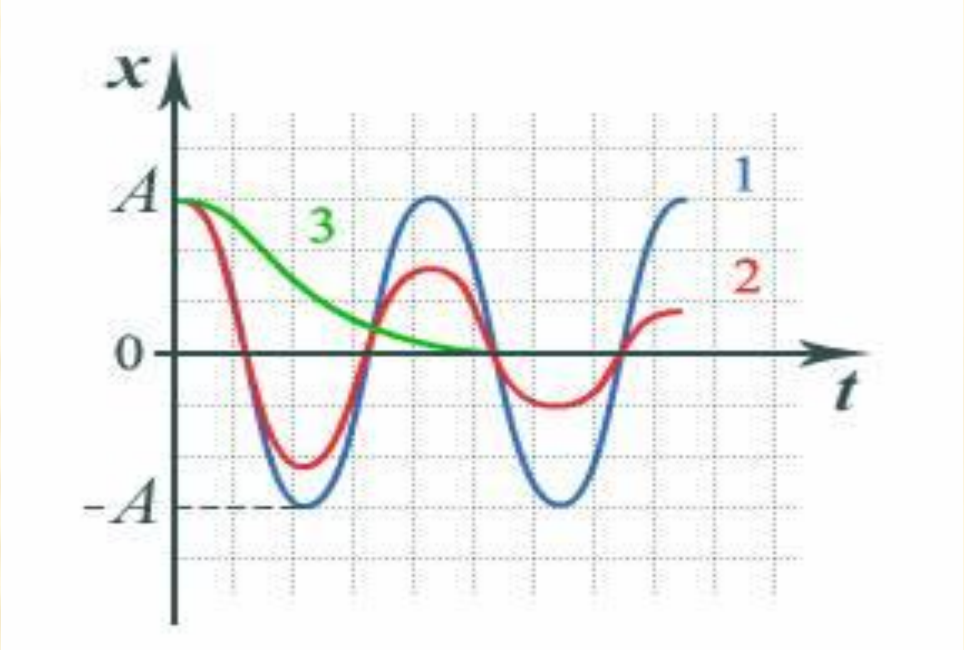
Прямо пропорциональна квадрату амплитуды.

Например, энергия колебаний пружинного маятника $W = \frac{kx_M^2}{2}$.

При колебаниях происходят превращения кинетической энергии W_k в потенциальную W_p и обратно.

В отсутствие сил трения $W_k + W_p$ = const. Следовательно, $\frac{kx_M^2}{2} = \frac{mv_M^2}{2}$.

ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ

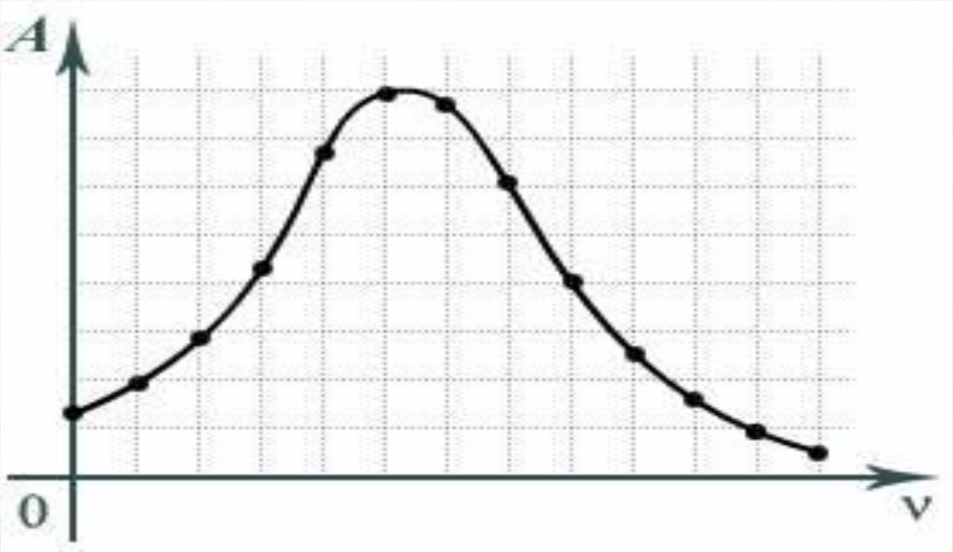


$E_к + E_п = E_{мех} = const.$

Затухающие колебания

Одна характерная особенность свободных колебаний: такие колебания затухают. Этот эффект объясняется наличием трения; иногда его называют ***демпфированием***.

РЕЗОНАНС



Резонанс - резкое возрастание амплитуды колебаний, в результате совпадения собственной частоты с частотой вынуждающей силы.

Существует при вынужденных колебаниях.

АВТОКОЛЕБАНИЯ.

- **Автоколебания** - процесс незатухающих колебаний в системах, в которых незатухающие колебания возникают не за счет периодического внешнего воздействия, а в результате имеющейся у таких систем способности **самой регулировать поступление энергии** от постоянного источника

АВТОКОЛЕБАНИЯ

Так называются колебания, поддерживаемые за счет **внутренних источников энергии** системы при отсутствии внешней переменной силы.
Пример автоколебательной системы — механические часы.

Автоколебательная система состоит из следующих основных элементов: