



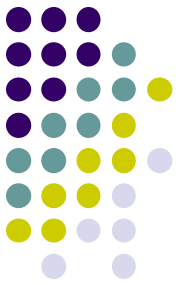
Тема урока:

«ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ»

задачи урока:



- 1. Изучить понятия «параллельное проектирование» и его свойства, продолжить формирование навыков работы с чертежными инструментами, в частности, построение изображений пересекающихся, параллельных и скрещивающихся прямых;**
- 2. Продолжить развития абстрактного мышления, пространственного воображения, познавательного интереса.**



В стереометрии изучаются пространственные фигуры, однако на чертеже они изображаются в виде плоских фигур. Каким же образом следует изображать пространственную фигуру на плоскости? Обычно для этого используется параллельное проектирование пространственной фигуры на плоскость.



Точка A' является параллельной проекцией точки A на плоскость π в направлении прямой ℓ . Если точка A принадлежит прямой ℓ , то параллельной проекцией A на плоскость π считается точка пересечения прямой ℓ с плоскостью π . Такое соответствие называется параллельным проектированием. (рис. 1)

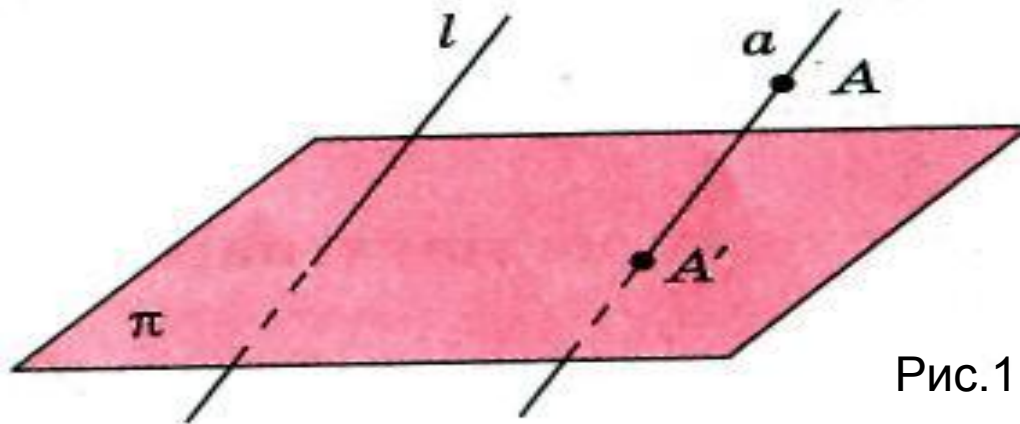


Рис.1



Пусть Φ – некоторая фигура в пространстве.
Проекция её точек на плоскость π образует фигуру Φ' , которая называется параллельной проекцией фигуры Φ на плоскость π в направлении прямой ℓ .
(рис. 2)

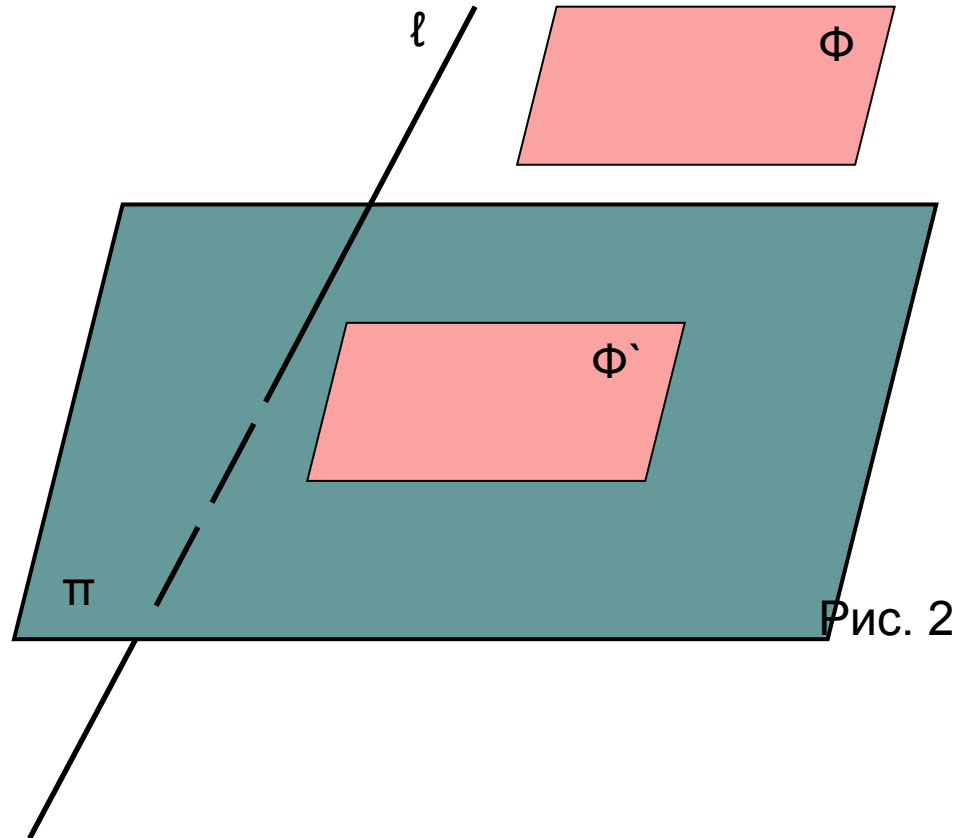


Рис. 2



Свойство №1. Если прямая параллельна или совпадает с прямой l , то её проекцией в направлении этой прямой является точка. Если прямая не параллельна и не совпадает с прямой l , то её проекцией является прямая. (рис. 3)

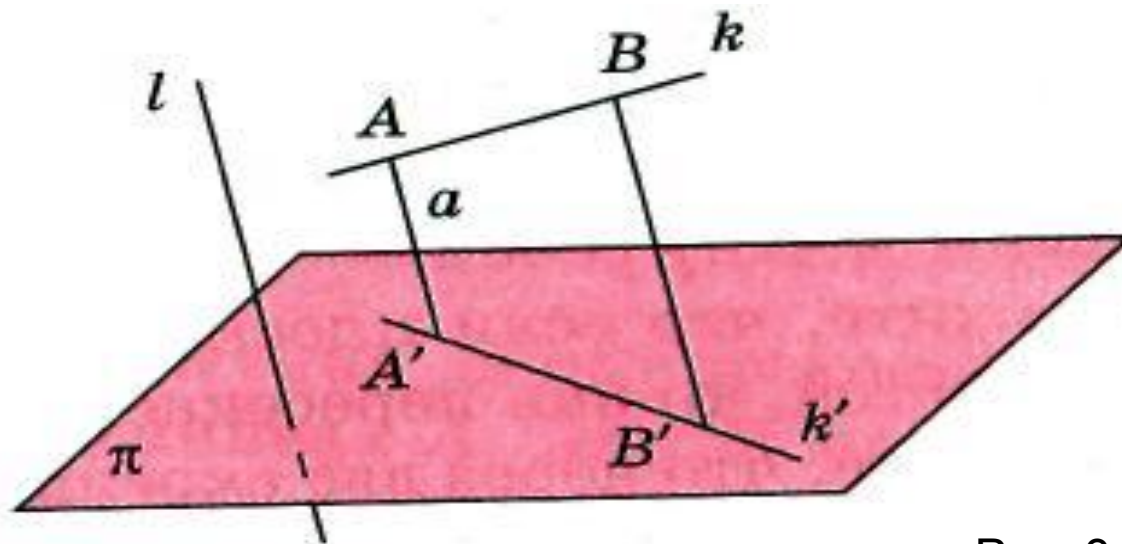


Рис. 3



Свойство №2. Проекция отрезка при параллельном проектировании есть точка или отрезок в зависимости от того, лежит он на прямой, параллельной или совпадающей с прямой l , или нет. Отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой, сохраняется. В частности, середина отрезка при параллельном проектировании переходит в середину соответствующего отрезка. (рис. 4)

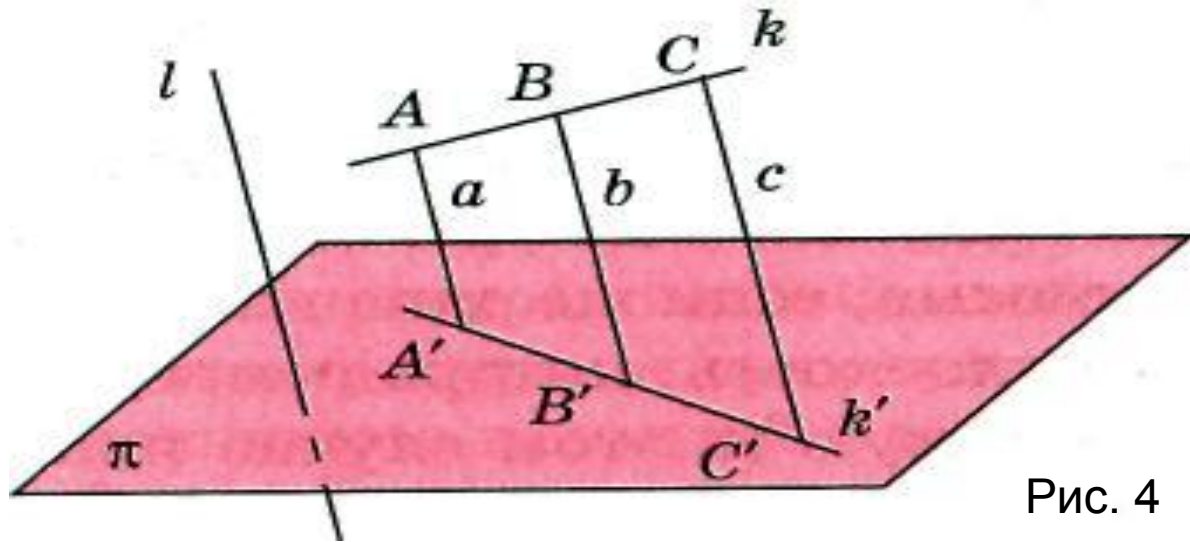
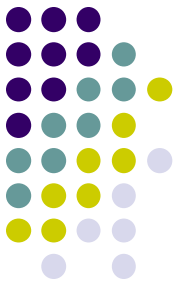


Рис. 4



Свойство №3. Если две параллельные прямые не параллельны прямой l , то их проекции в направлении l могут быть или параллельными прямыми, или одной прямой. (рис. 5)

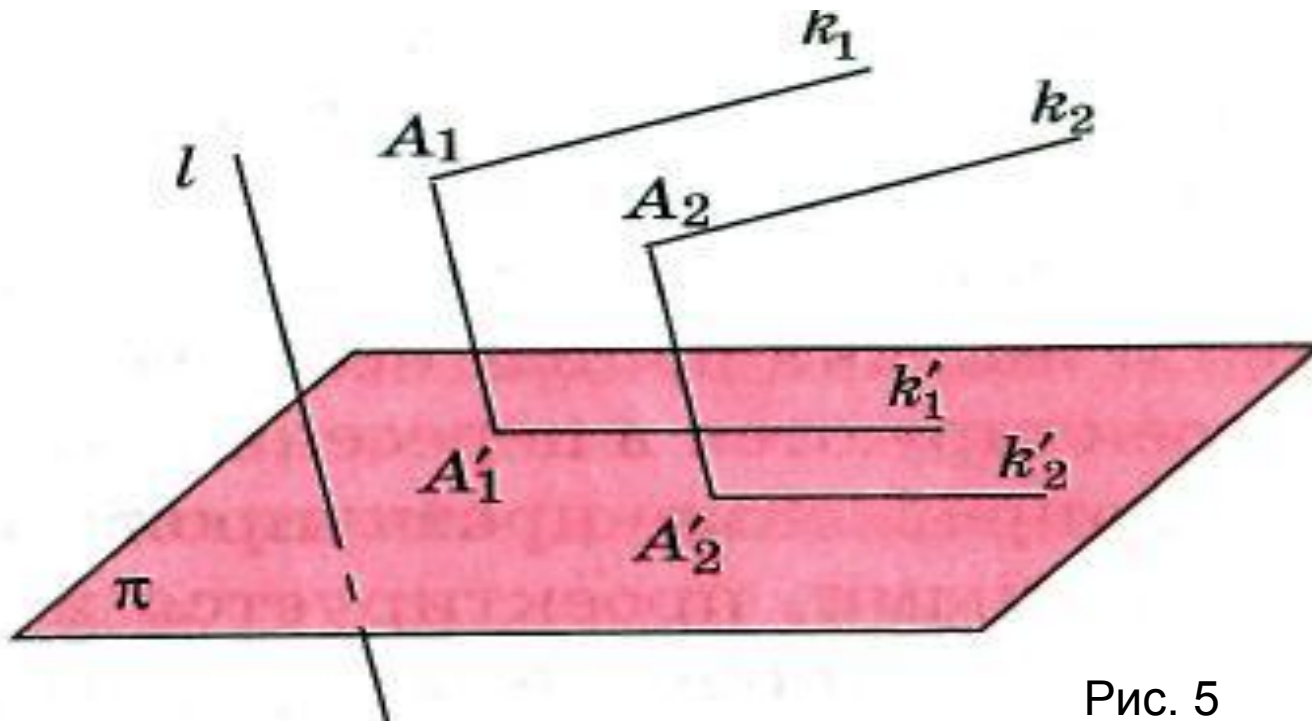


Рис. 5

Пример №1. Как должны быть расположены две прямые, чтобы они проектировались на плоскость в прямую и точку, не принадлежащую этой прямой?

Решение. Рассмотрим все возможные случаи. Если прямые пересекаются и ни одна из них не параллельна направлению проектирования, то они проектируются в пересекающиеся прямые (рис. 6); если же одна из них параллельна направлению проектирования, то плоскость, которая определяется этими прямыми, проектируется в одну прямую (в этом случае плоскость параллельна направлению проектирования). (рис. 7)

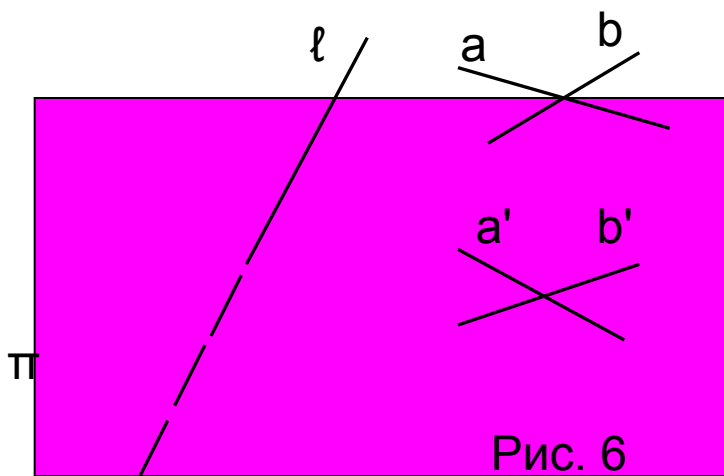
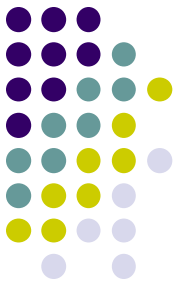


Рис. 6

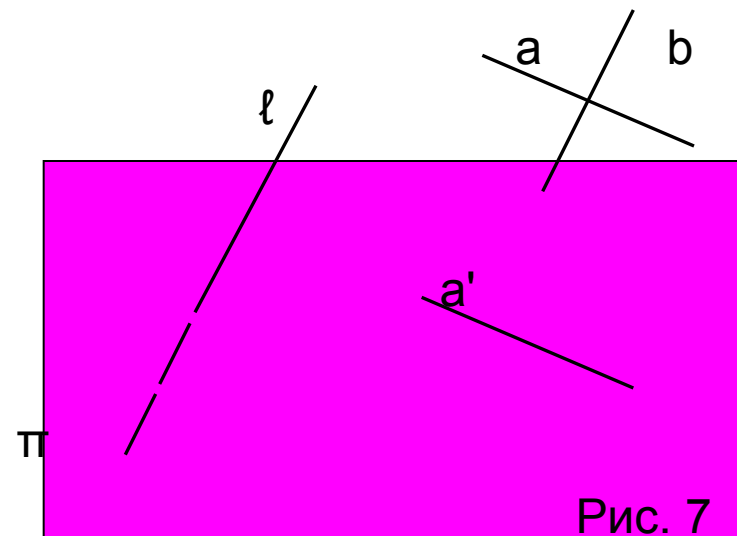


Рис. 7



Если прямые параллельны, то они проектируются или в две параллельные прямые (их плоскость не параллельна направлению проектирования) (рис. 8), или в одну прямую (их плоскость параллельна направлению проектирования, но сами они не параллельны направлению проектирования) (рис. 9), или в две точки (прямые параллельны направлению проектирования). (рис. 10)

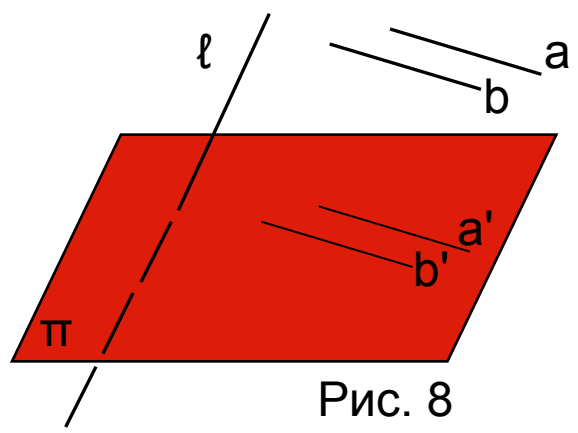


Рис. 8

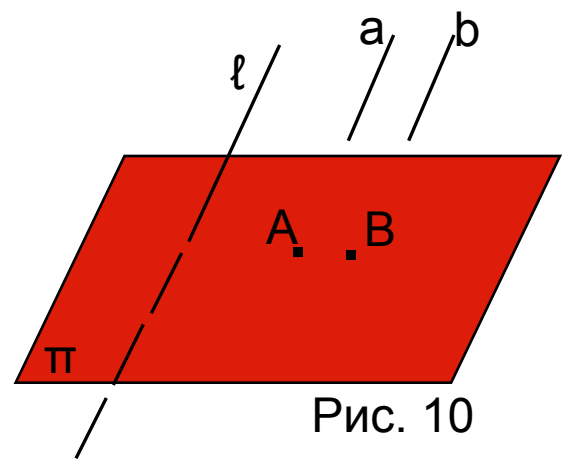


Рис. 10

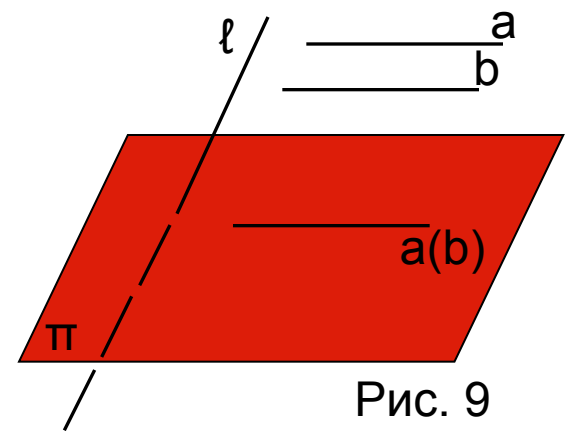
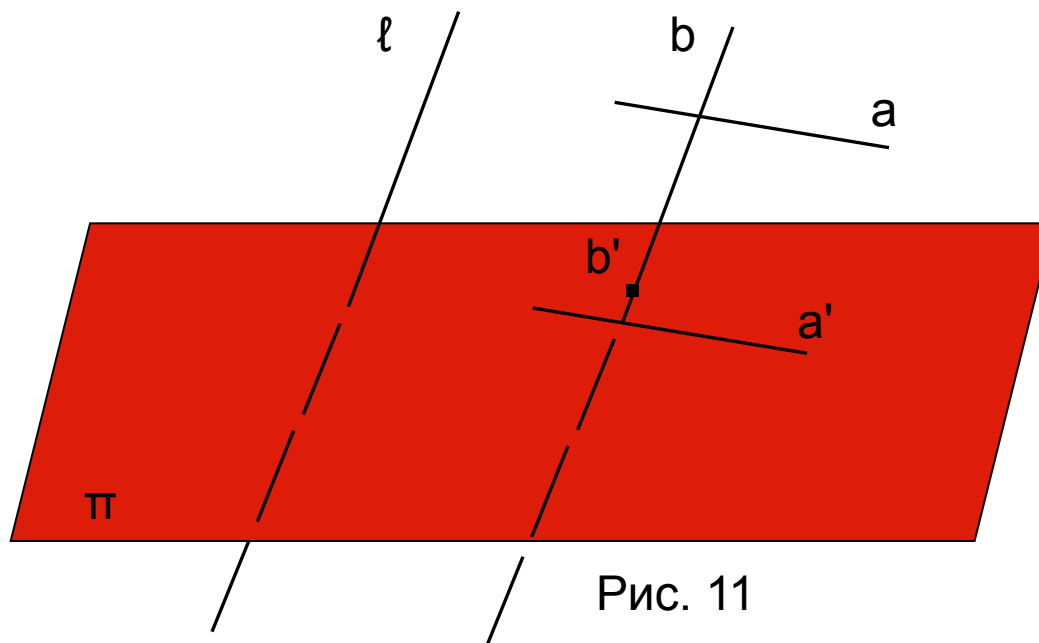


Рис. 9

Если прямые скрещиваются и одна из них параллельна направлению проектирования, то они проектируются соответственно в прямую и не принадлежащую ей точку. (рис.11)



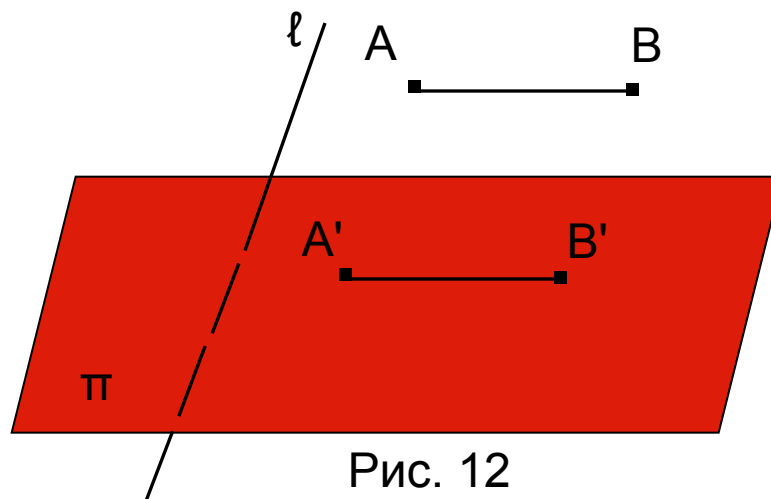


Пример № 2. Отрезок AB , равный a , параллелен плоскости проектирования. Найди длину его параллельной проекции.

Решение. Пусть параллельными проекциями точек A, B будут соответствовать точки A', B' . Тогда четырехугольник $ABB'A'$ будет параллелограммом (AA' параллельна BB' , AB параллельна $A'B'$).

Следовательно, $AB = A'B' = a$.

Таким образом, длина параллельной проекции отрезка, лежащего в плоскости, параллельной плоскости проектирования, равна длине отрезка. (рис. 12)

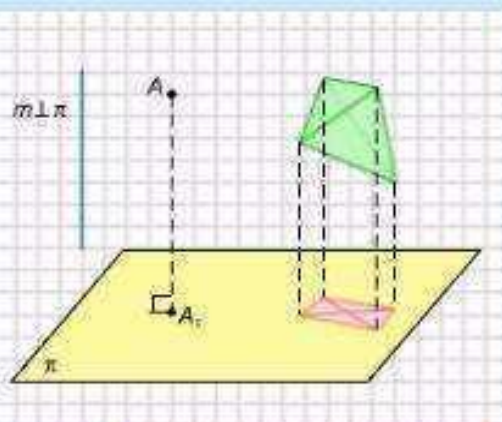


Ортогональное проектирование

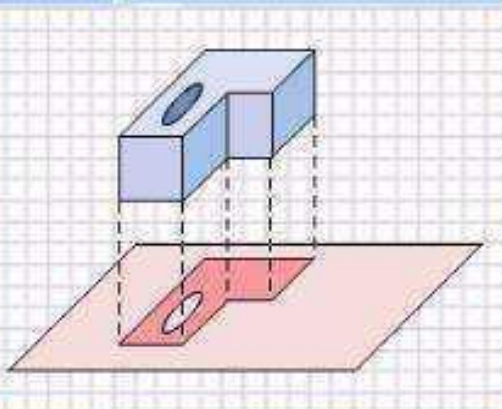


Ортогональное проектирование является частным случаем параллельного проектирования. Ортогональное проектирование - это такое параллельное проектирование, при котором прямая проектирования перпендикулярна плоскости проекции.

Ортогональная проекция



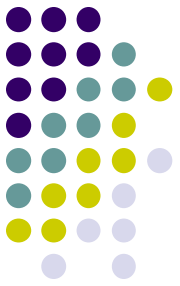
Ортогональная проекция точки и фигуры.



Ортогональная проекция детали.

Ортогональной проекцией точки A на данную плоскость называется проекция точки на эту плоскость параллельно прямой, перпендикулярной этой — плоскости. Ортогональная проекция фигуры на данную плоскость p состоит из ортогональных проекций на плоскость p всех точек этой фигуры. Ортогональная проекция часто используется для изображения пространственных тел на плоскости, особенно в технических чертежах. Она дает более реалистичное изображение, чем произвольная параллельная проекция, особенно круглых тел.

Теорема



Теорема: Площадь проекции плоского многоугольника на некоторую плоскость равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.

