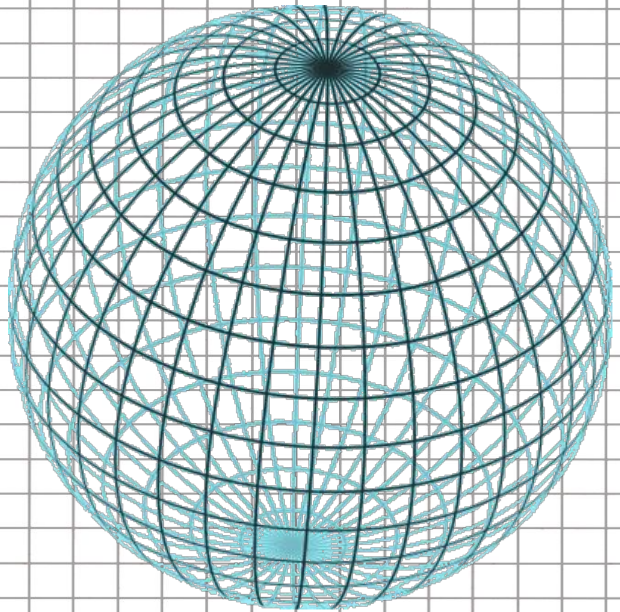
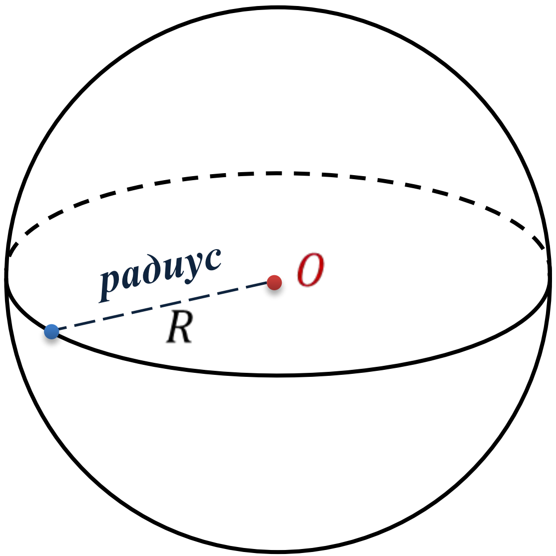
Площадь сферы

Сегодня на уроке:



- ✔ поговорим о формуле для вычисления площади поверхности сферы
- ✔ узнаем, какой многогранник называется описанным около сферы
- ✔ решим несколько задач на применение формулы для вычисления площади сферы

Определение. ***Сферой*** называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.



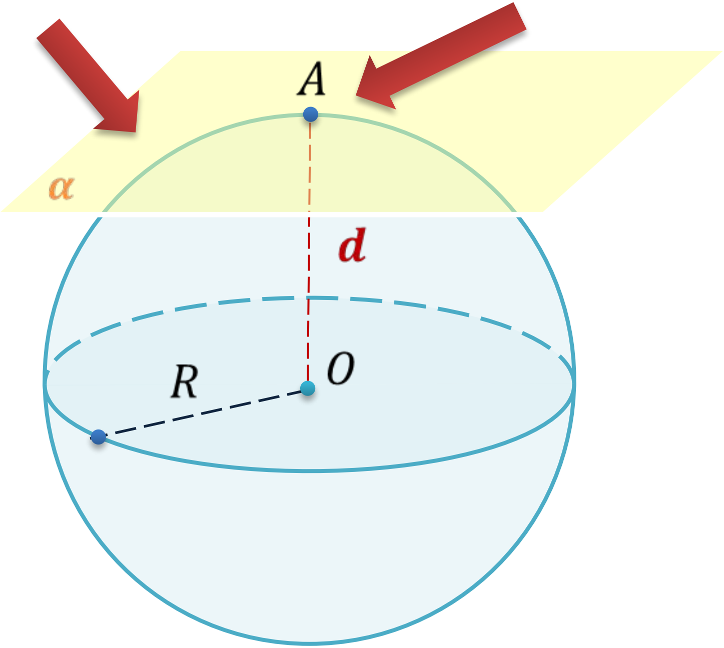
Данная точка называется ***центром*** сферы.

Данное расстояние – ***радиусом*** сферы.

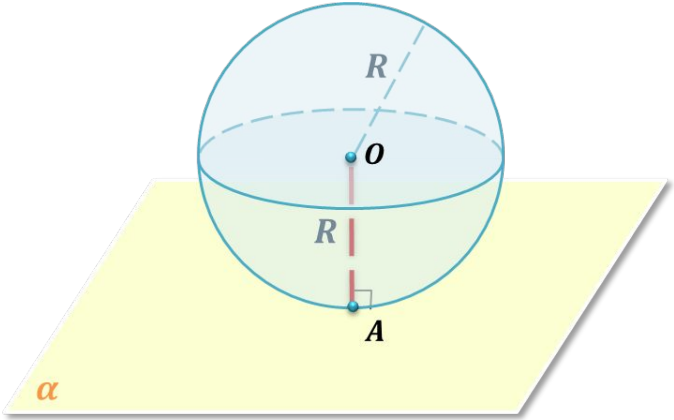
Определение. Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется ***касательной плоскостью*** к сфере, а их общая точка называется ***точкой касания*** плоскости и сферы.

касательная плоскость к сфере

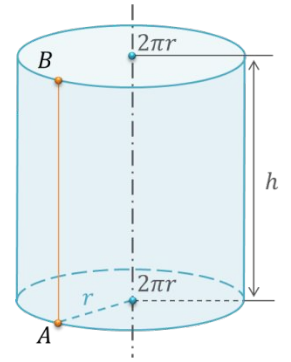
точка касания

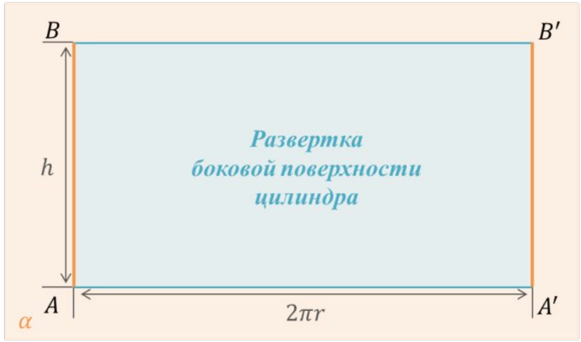


Свойство касательной плоскости к сфере.
Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

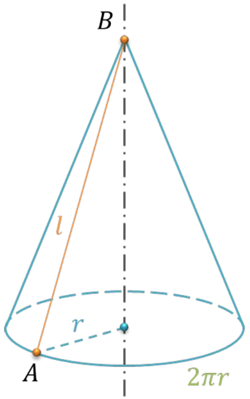


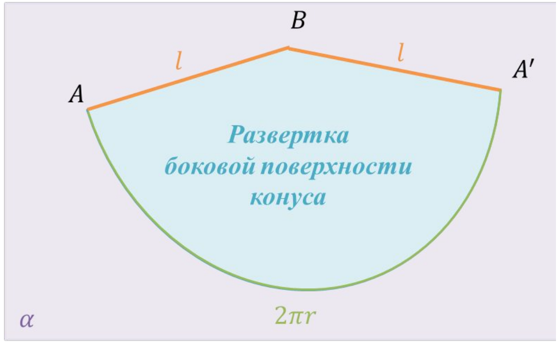
Признак касательной плоскости к сфере.
Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

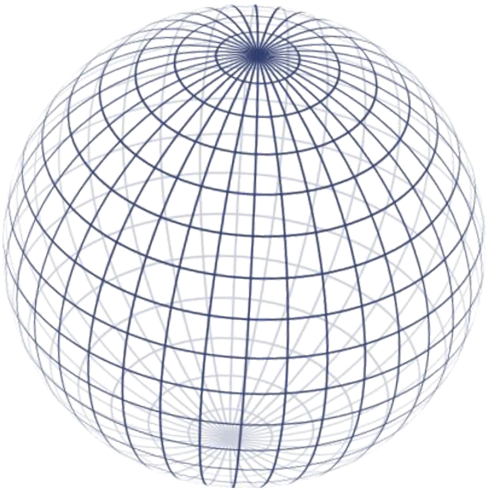




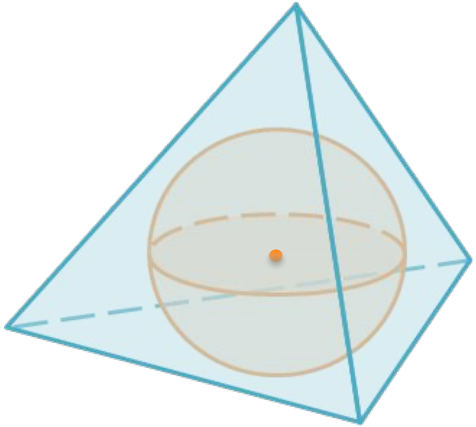
Сферу нельзя развернуть
так, чтобы получилась
плоская фигура!!!

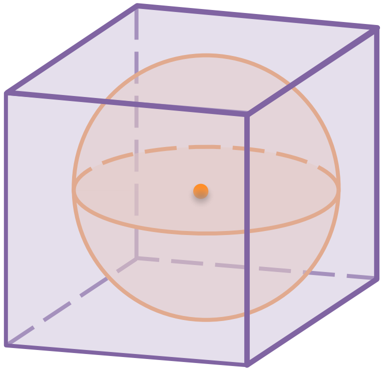


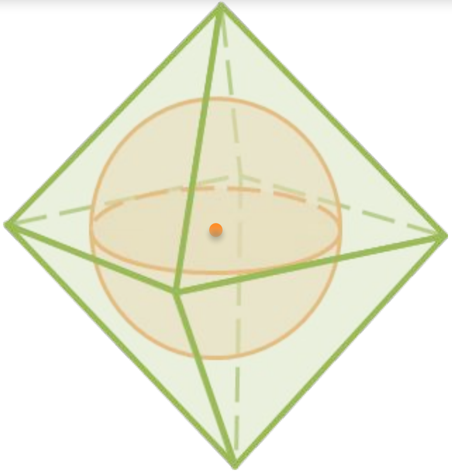




Определение. Многогранник называется ***описанным около сферы (шара)***, если сфера касается всех его граней.







Говорят, что сфера касается грани многогранника, если плоскость грани является касательной к сфере и точка касания принадлежит грани.

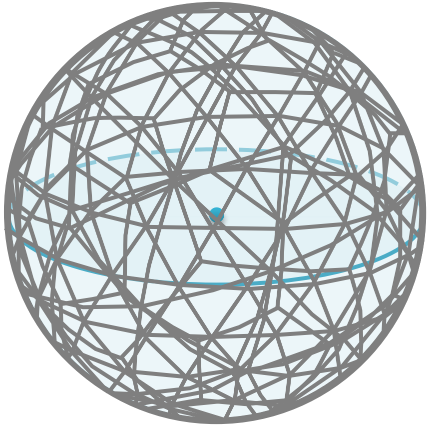
Центр O сферы с радиусом R, вписанной в многогранник, находится на расстоянии, равном радиусу R сферы, от каждой из плоскостей, содержащих грани многогранника.

Рассмотрим последовательность описанных около данной сферы многогранников.

Пусть около сферы описан многогранник, который имеет n граней.

Будем неограниченно увеличивать число n граней так, чтобы при этом наибольший размер каждой грани многогранника стремился к нулю.

Наибольшим размером грани мы будем называть наибольшее расстояние между двумя точками грани.



Представим себе, что количество граней многогранника стало бесконечно много.

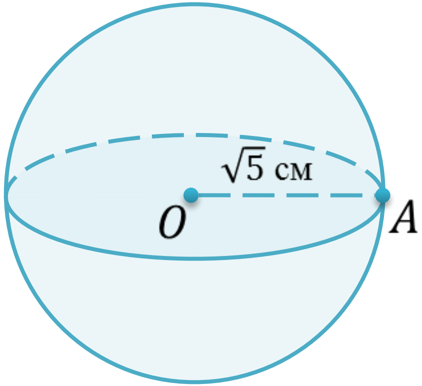
Тогда площадь поверхности многогранника будет приближаться к площади сферы.

За площадь сферы можно принять предел последовательности площадей поверхностей этих многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани.

$$\boldsymbol{S_{\text{сф}} = 4\pi R^2}$$

Задача. Найдите площадь сферы, радиус которой равен $\sqrt{5}$ см.

Решение.



$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$

$S_{\text{сф}} = 4\pi\left(\sqrt{5}\right)^2 = 20\pi$ (см^2)

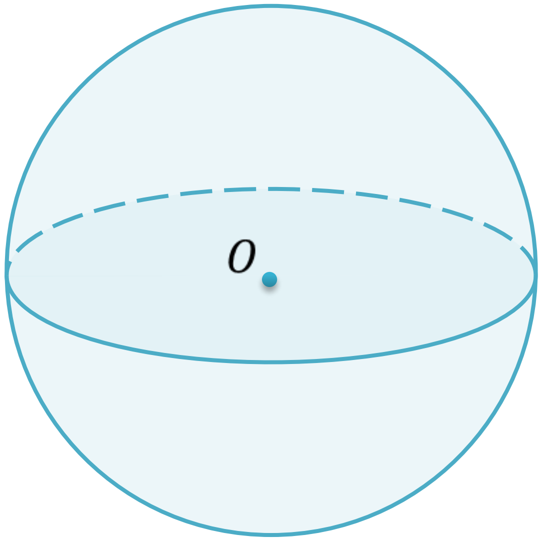
Ответ: 20π см^2.

Задача. Площадь сферы равна 484π см². Найдите радиус сферы.

Решение.

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{S_{\text{сф}}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{484\pi}{4\pi}} = 11\ (\text{см})$$



Ответ: 11 см.

Задача. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 64π см^2. Найдите площадь сферы.

Решение.

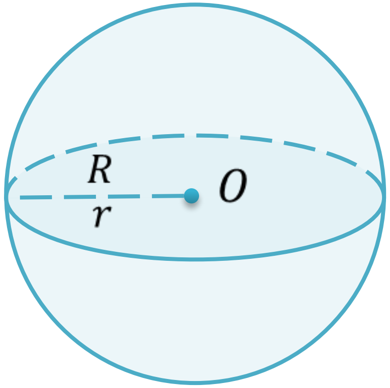
$$S_{сф} = 4\pi R^2$$

$$R = r$$

$$S_{сеч} = \pi r^2$$

$$R = r = \sqrt{\frac{S_{сеч}}{\pi}} = \sqrt{\frac{64\pi}{\pi}} = 8 \text{ (см)}$$

$$S_{сф} = 4\pi \cdot 8^2 = 256\pi \text{ (см}^2\text{)}$$



Ответ: 256π см^2.

Задача. Около сферы описан куб с ребром, равным 6 см. Вычислите площадь сферы.

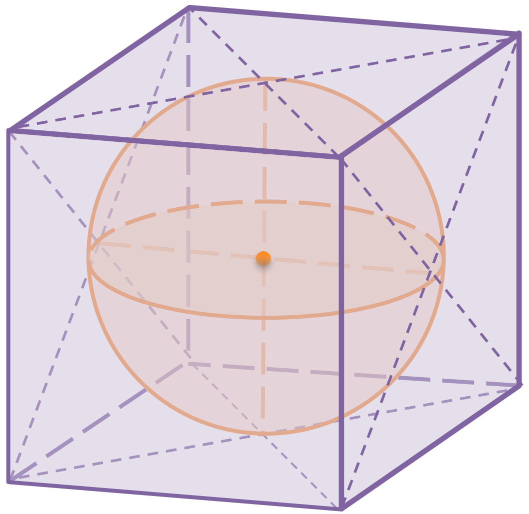
Решение.

$S_{сф} = 4\pi R^2$

$D = a = 6$ (см)

$R = \frac{1}{2}D = 3$ (см)

$S_{сф} = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$ (см^2)

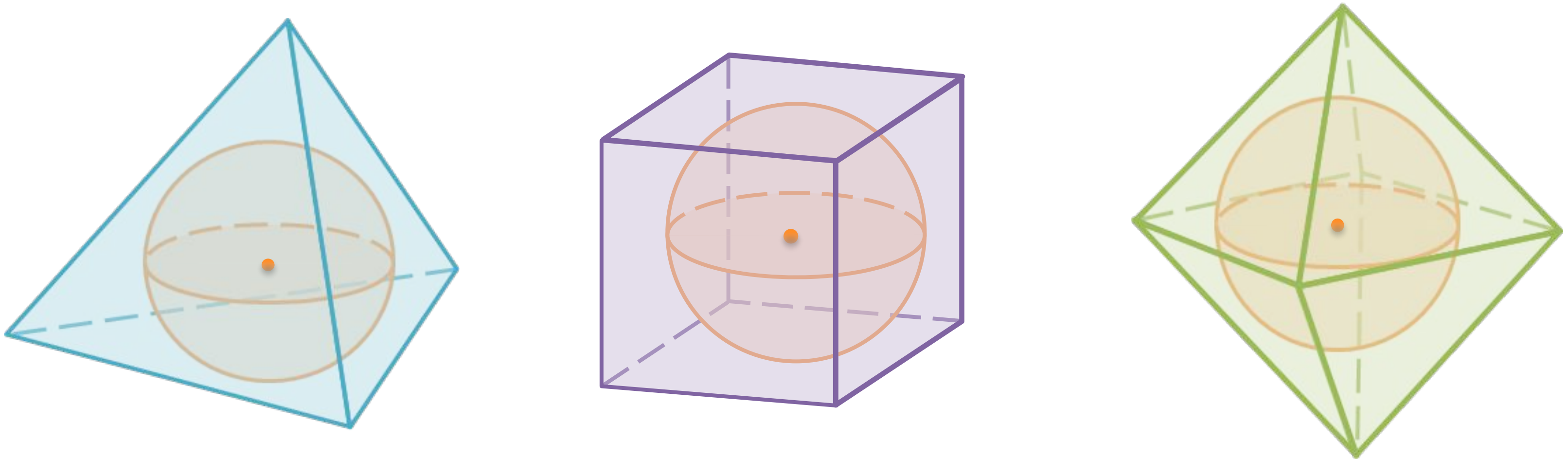


Ответ: 36π см^2.

Площадь сферы

$$\boxed{S_{\text{сф}} = 4\pi R^2}$$

Многогранник называется ***описанным около сферы (шара)***, если сфера касается всех его граней.



При этом сфера называется ***вписанной в многогранник***.