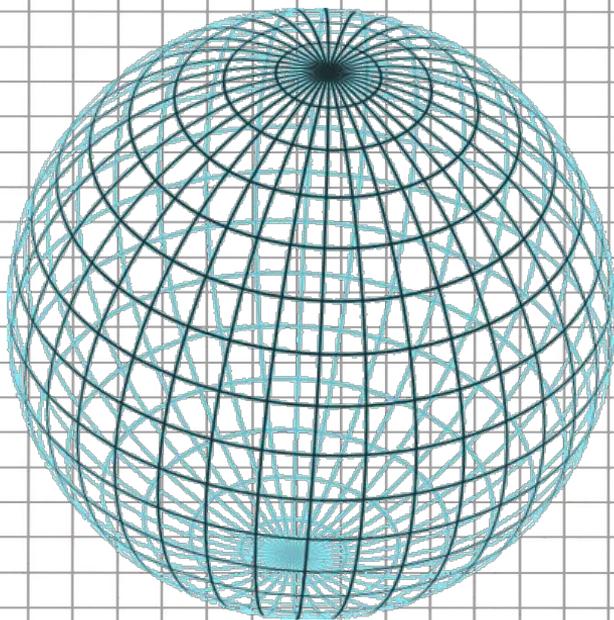


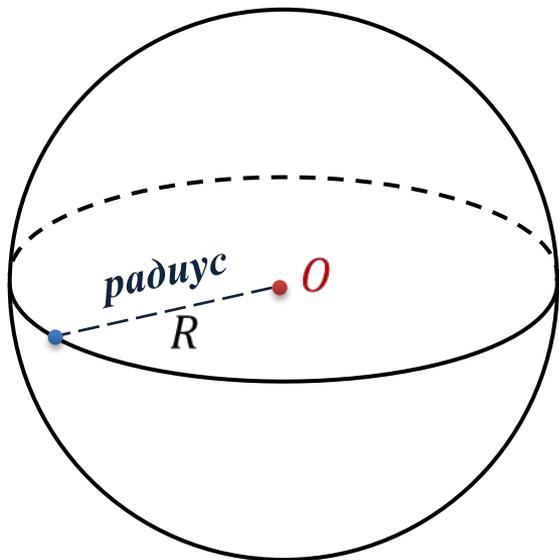
Площадь сферы

Сегодня на уроке:



- ✓ поговорим о формуле для вычисления площади поверхности сферы
- ✓ узнаем, какой многогранник называется описанным около сферы
- ✓ решим несколько задач на применение формулы для вычисления площади сферы

Определение. *Сферой* называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.



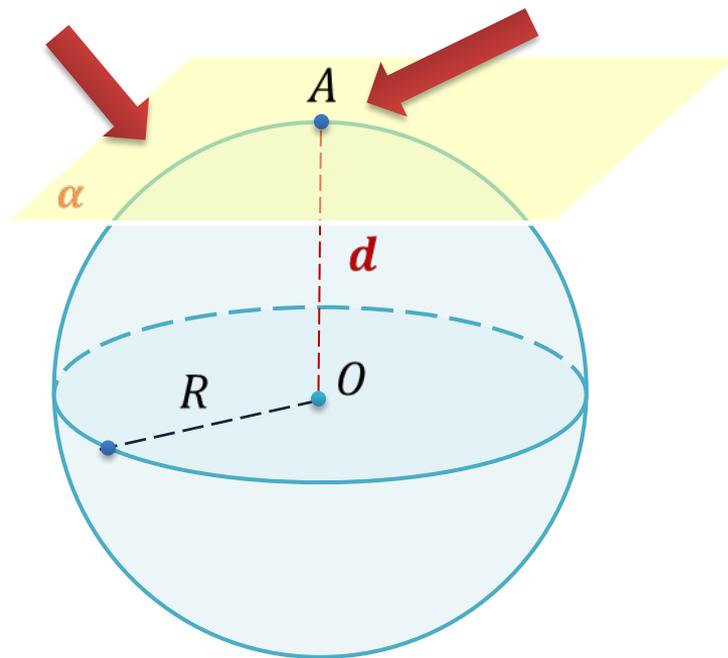
Данная точка называется *центром* сферы.

Данное расстояние – *радиусом* сферы.

Определение. Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется *касательной плоскостью* к сфере, а их общая точка называется *точкой касания* плоскости и сферы.

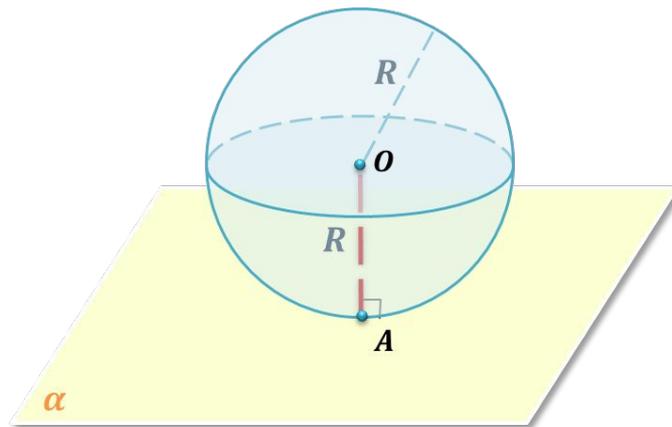
касательная плоскость к сфере

точка касания



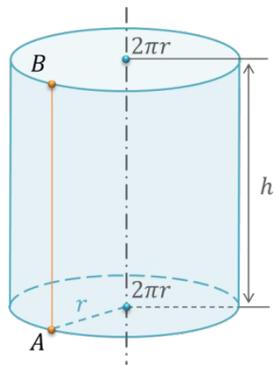
Свойство касательной плоскости к сфере.

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

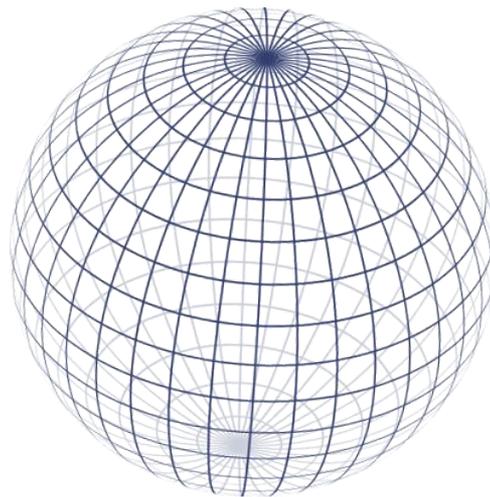
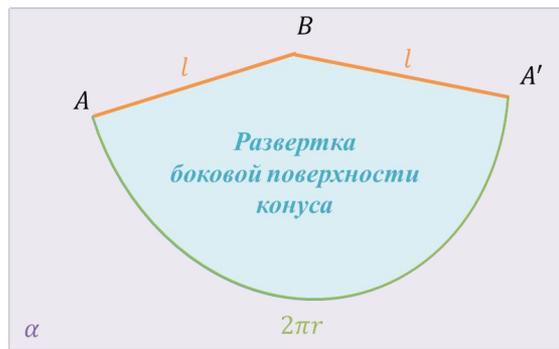
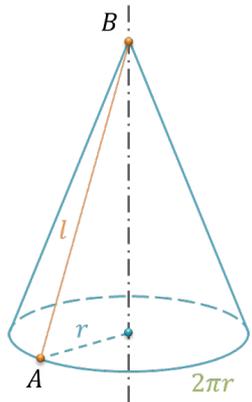


Признак касательной плоскости к сфере.

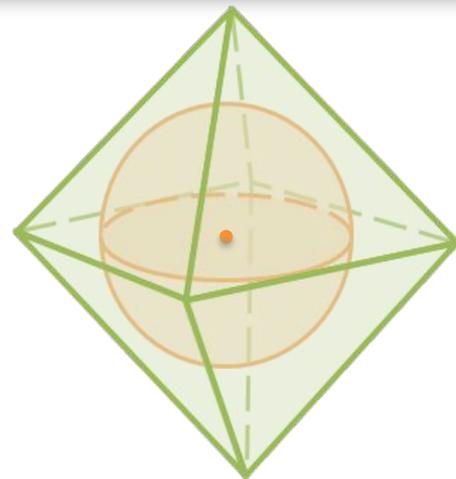
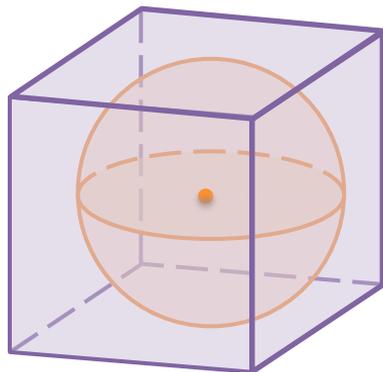
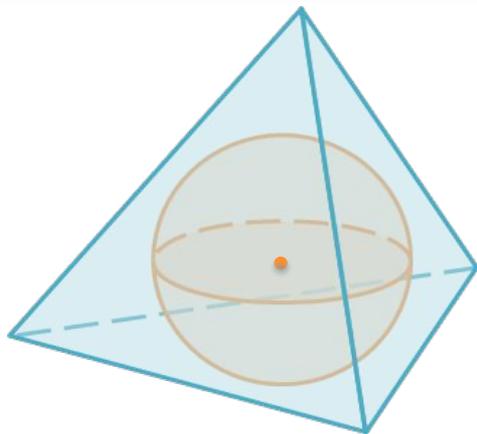
Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.



Сферу нельзя развернуть так, чтобы получилась плоская фигура!!!



Определение. Многогранник называется *описанным около сферы (шара)*, если сфера касается всех его граней.



Говорят, что сфера касается грани многогранника, если плоскость грани является касательной к сфере и точка касания принадлежит грани.

Центр O сферы с радиусом R , вписанной в многогранник, находится на расстоянии, равном радиусу R сферы, от каждой из плоскостей, содержащих грани многогранника.

Рассмотрим последовательность описанных около данной сферы многогранников.
Пусть около сферы описан многогранник, который имеет n граней.

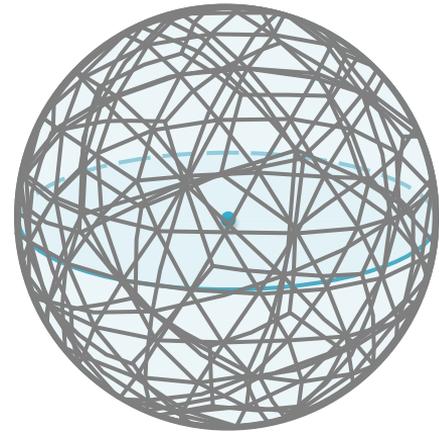
Будем неограниченно увеличивать число n граней так, чтобы при этом наибольший размер каждой грани многогранника стремился к нулю.

Наибольшим размером грани мы будем называть наибольшее расстояние между двумя точками грани.

Представим себе, что количество граней многогранника стало бесконечно много.

Тогда площадь поверхности многогранника будет приближаться к площади сферы.

За площадь сферы можно принять предел последовательности площадей поверхностей этих многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани.



$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

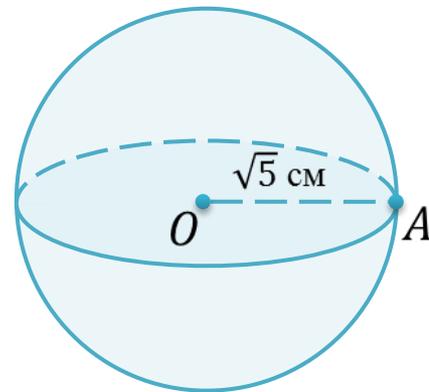
Задача. Найдите площадь сферы, радиус которой равен $\sqrt{5}$ см.

Решение.

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi(\sqrt{5})^2 = 20\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $20\pi \text{ см}^2$.



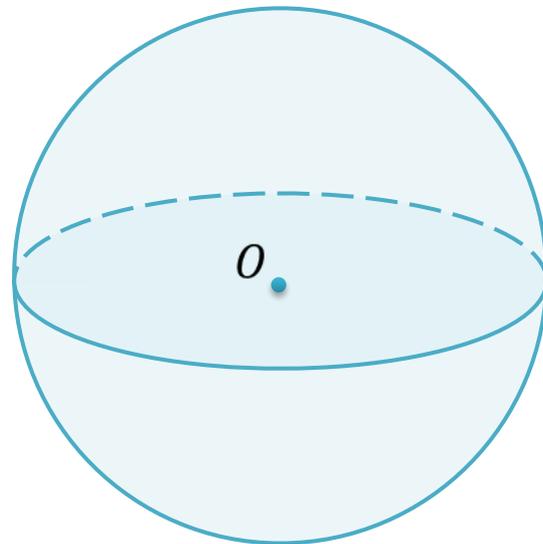
Задача. Площадь сферы равна 484π см². Найдите радиус сферы.

Решение.

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{S_{\text{сф}}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{484\pi}{4\pi}} = 11 \text{ (см)}$$

Ответ: 11 см.



Задача. Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 64π см².
Найдите площадь сферы.

Решение.

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

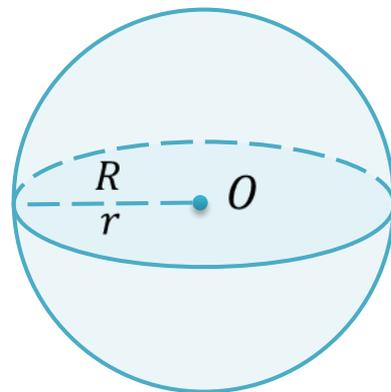
$$R = r$$

$$S_{\text{сеч}} = \pi r^2$$

$$R = r = \sqrt{\frac{S_{\text{сеч}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{64\pi}{\pi}} = 8 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi \cdot 8^2 = 256\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 256π см².



Задача. Около сферы описан куб с ребром, равным 6 см. Вычислите площадь сферы.

Решение.

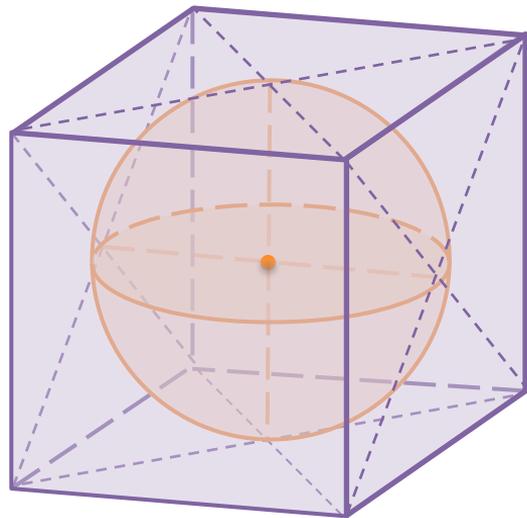
$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

$$D = a = 6 \text{ (см)}$$

$$R = \frac{1}{2}D = 3 \text{ (см)}$$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

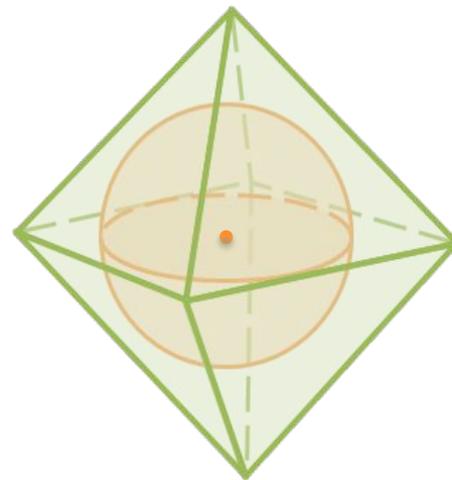
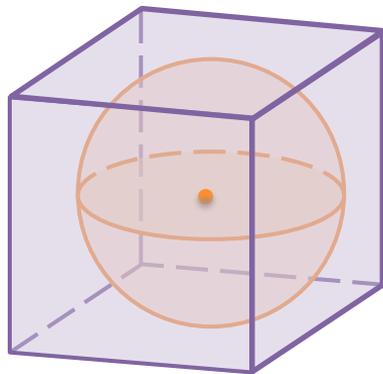
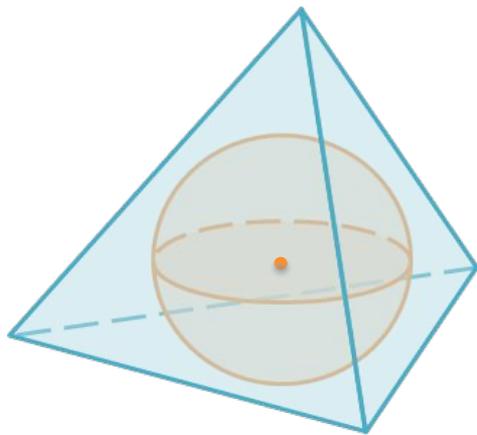
Ответ: $36\pi \text{ см}^2$.



Площадь сферы

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

Многогранник называется *описанным около сферы (шара)*, если сфера касается всех его граней.



При этом сфера называется *вписанной в многогранник*.