Векторы

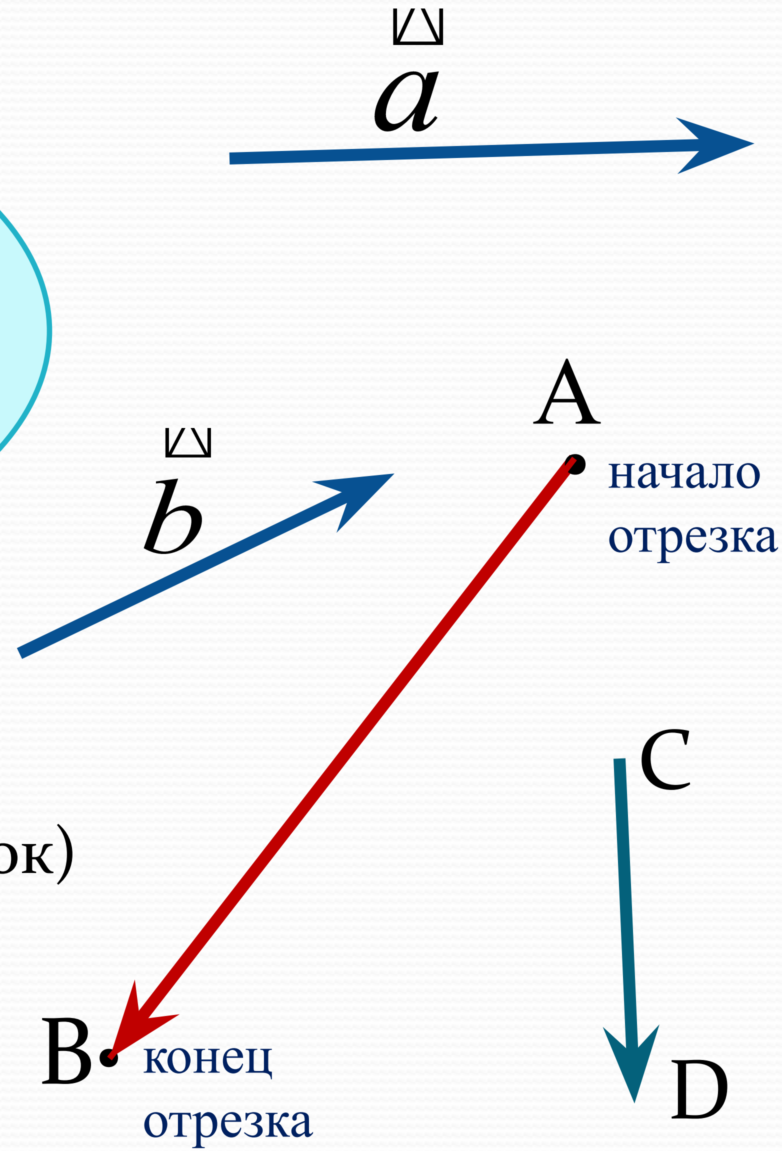
§ 1. Понятие вектора

§ 2. Сложение и вычитание векторов

§ 3. Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

§1 Понятие вектора

ОТРЕЗОК,
ДЛЯ КОТОРОГО УКАЗЫВАЮТ НАЧАЛО И КОНЕЦ, НАЗЫВАЮТ
ВЕКТОРОМ



$\overrightarrow{AB}$ – вектор (направленный отрезок)

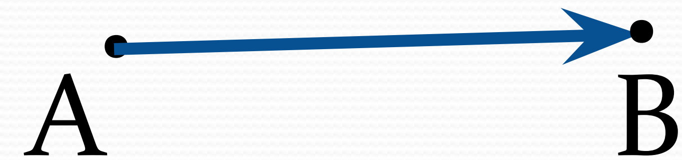
A – начало вектора

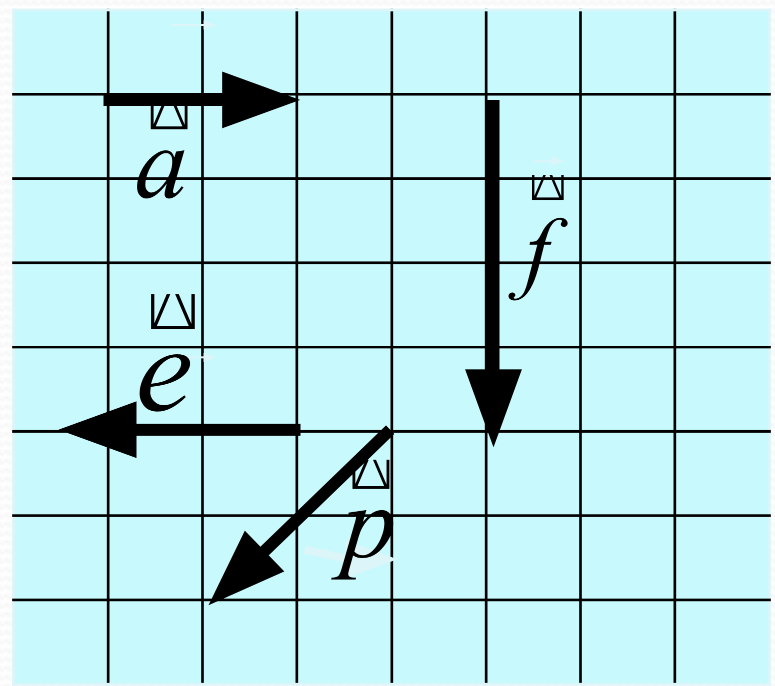
B – конец вектора

Длиной

или модулем ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$
называют длину отрезка АВ
(или расстояние
от точки А до В)
Длина нулевого вектора $|\vec{0}| = 0$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB$$



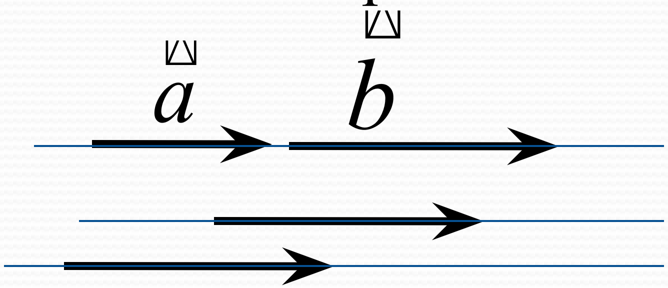


$$|\vec{a}| = 2 \qquad |\vec{f}| = 4$$

$$|\vec{e}| = 2{,}5 \qquad |\vec{p}| = 2\sqrt{2}$$

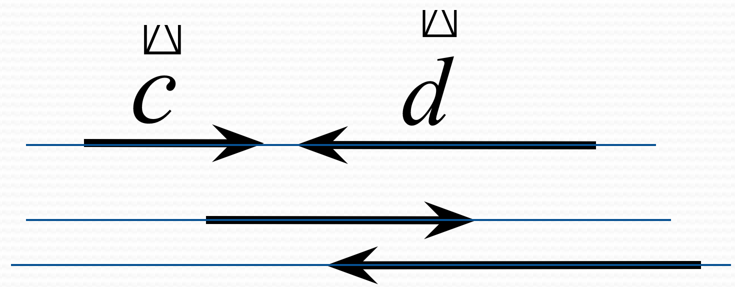
Коллинеарные векторы

Сонаправленные векторы



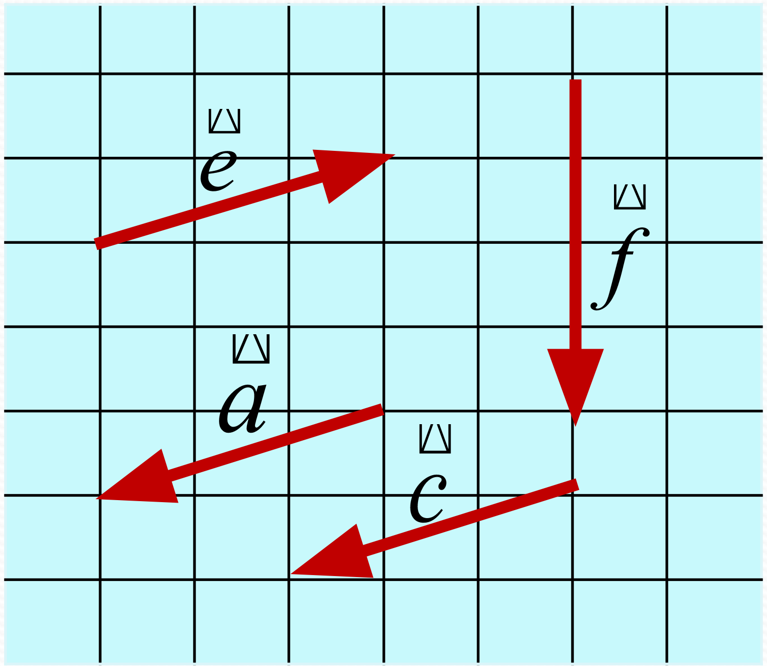
$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Противоположно направленные векторы



$$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$$

ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ КОЛЛИНЕАРНЫМИ, ЕСЛИ ОНИ ЛЕЖАТ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ или НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ



$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c}$ *и* $|\vec{a}| = |\vec{c}|$

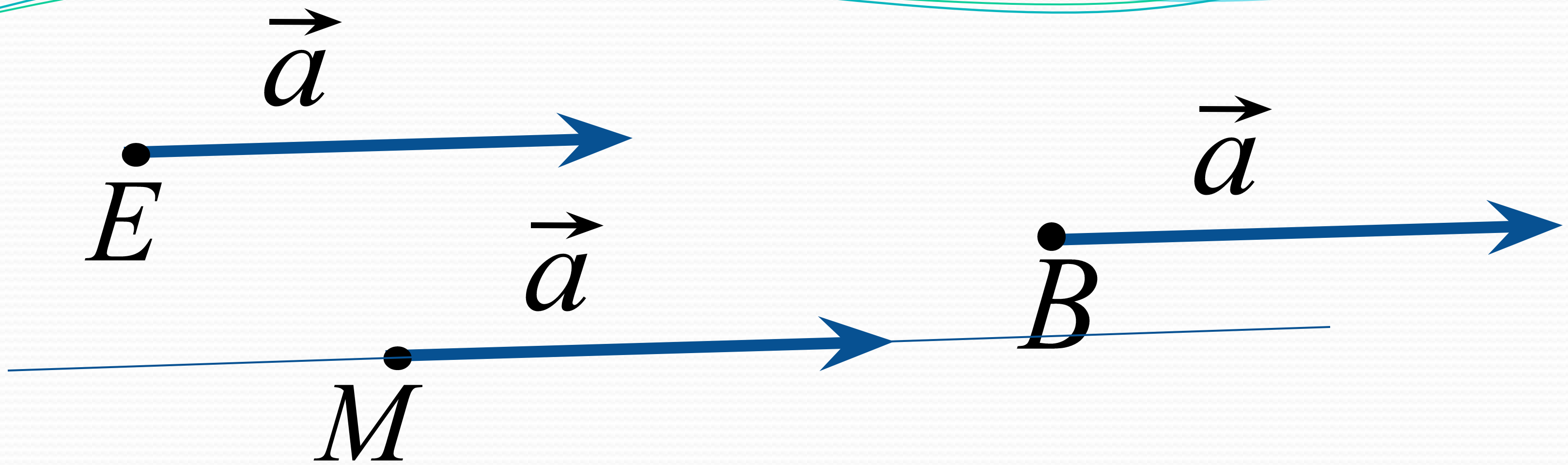
$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{e}$

$|\vec{a}| \neq |\vec{f}|$ *и векторы* $\vec{a}$ *и* $\vec{f}$

не сонаправлены

- $\vec{a} = \vec{c}$, *так как...*
- $\vec{a} \neq \vec{e}$, *так как...*
- $\vec{a} \neq \vec{f}$, *так как...*

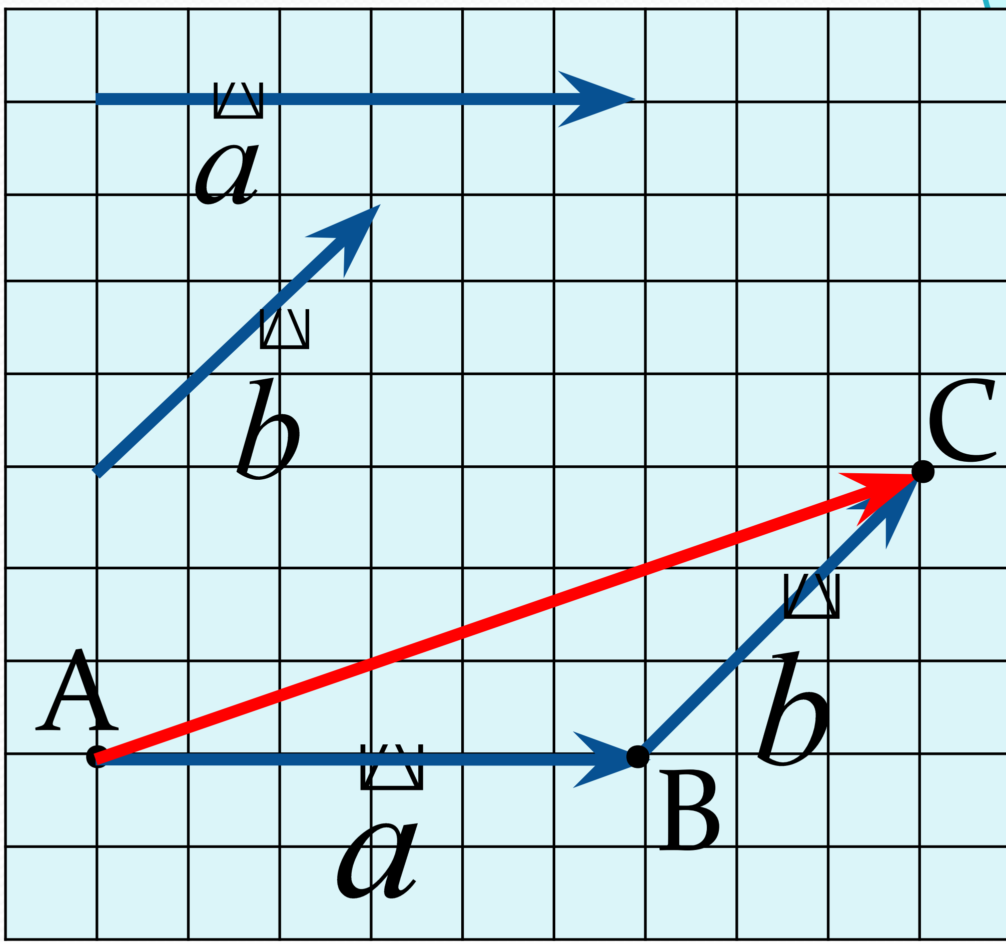
ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ РАВНЫМИ, ЕСЛИ ОНИ СОНАПРАВЛЕНЫ И ИХ ДЛИНЫ ОДИНАКОВЫ.



ОТ ЛЮБОЙ ТОЧКИ
МОЖНО ОТЛОЖИТЬ
ВЕКТОР
РАВНЫЙ ДАННОМУ,
И ПРИТОМ ТОЛЬКО
ОДИН

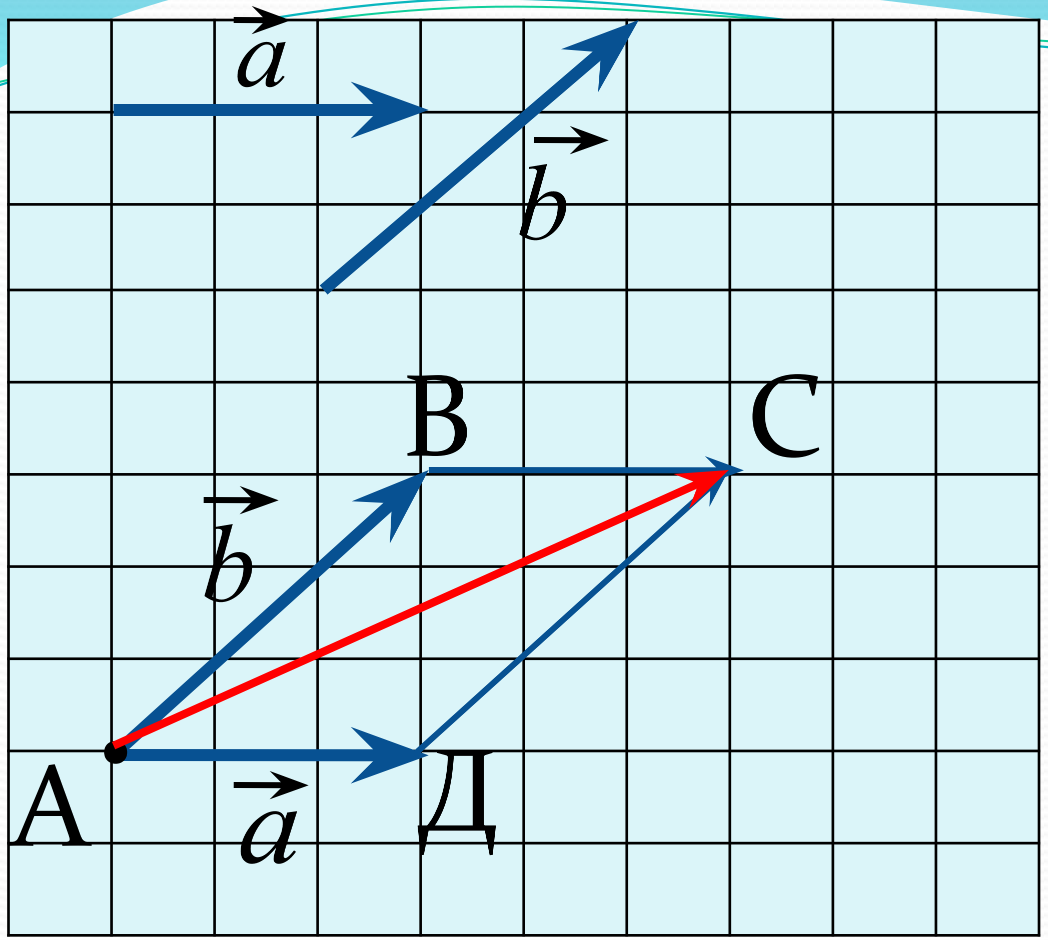
§2 Сложение и вычитание векторов

вектор $\overrightarrow{AC}$ –
сумма векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$



ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$



$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AД}$

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

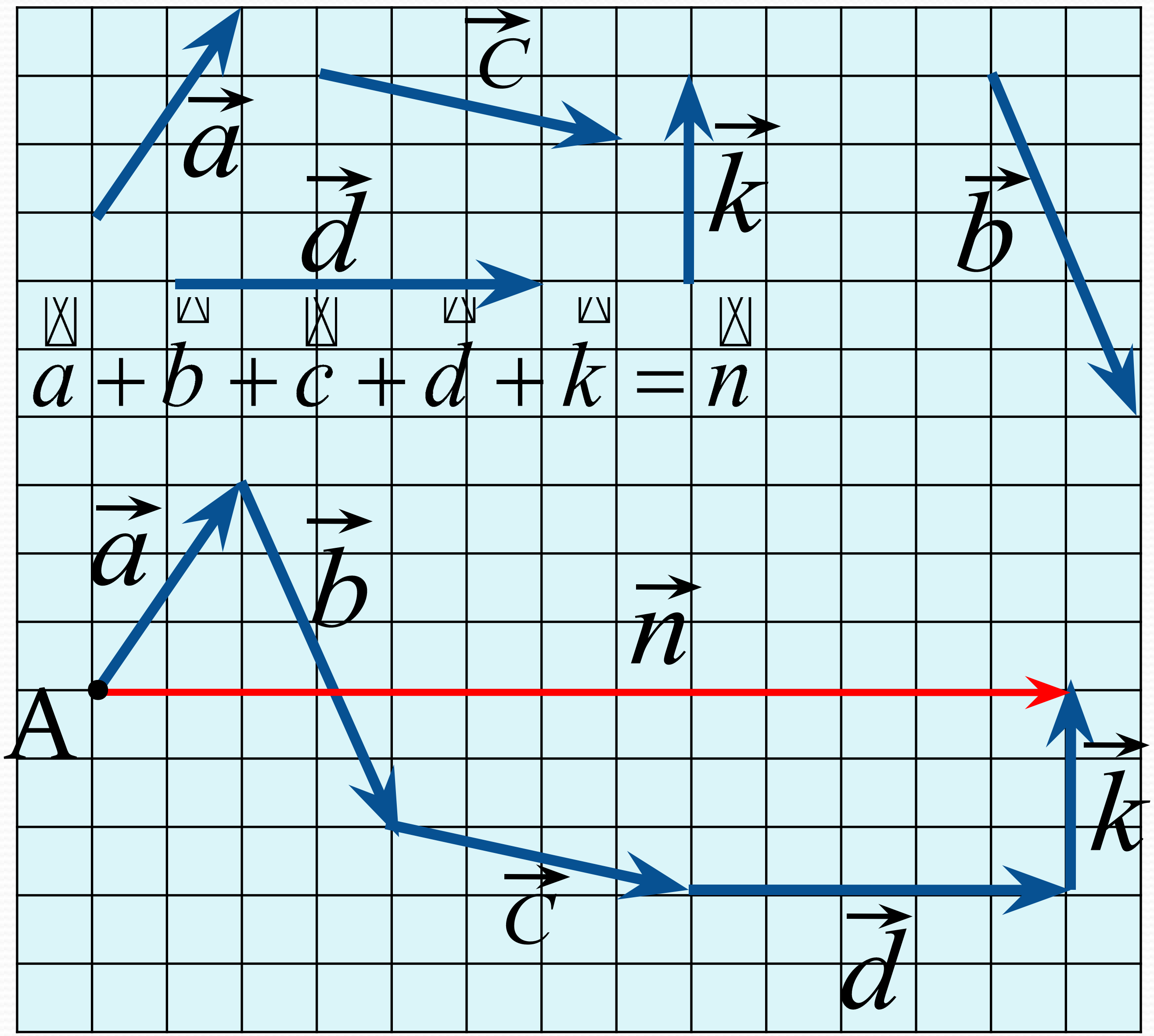
вектор $\vec{AC}$ –
сумма векторов
$\vec{a}$ и $\vec{b}$

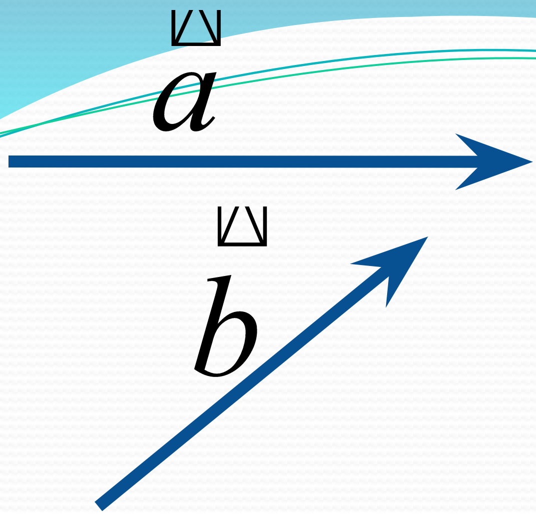
ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ $-$ *переместительный закон*

2. $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ $-$ *сочетательный закон*

СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ



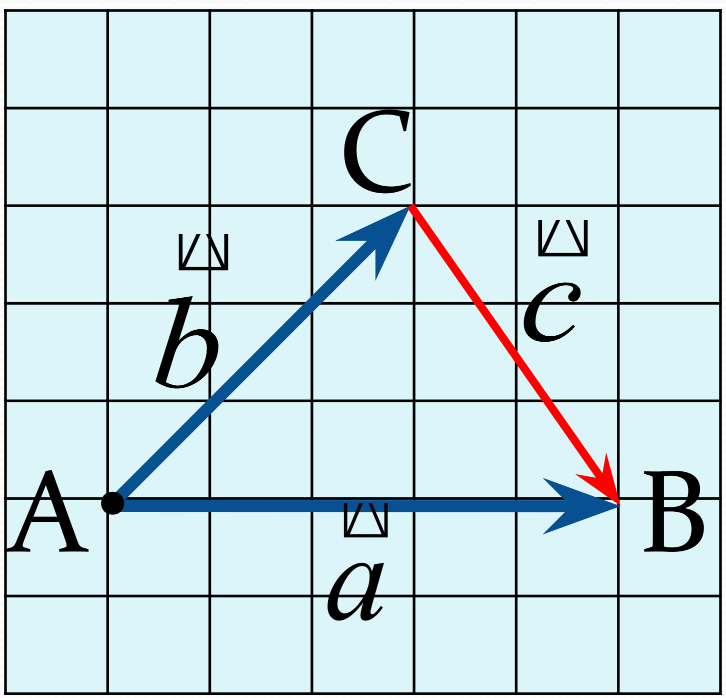


ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

ВЕКТОР $\overrightarrow{CB}$ –

РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ

$\vec{a}$ и $\vec{b}$



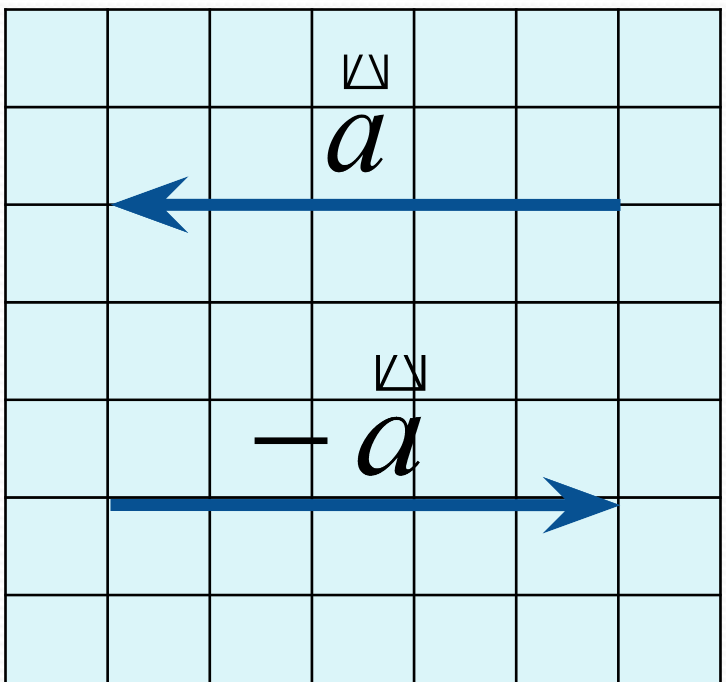
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c},$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

ВЕКТОРЫ $\vec{a}$ И $-\vec{a}$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ

ВЕКТОРЫ



$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

$$|\vec{a}| = |-\vec{a}|$$

ДЛЯ ЛЮБЫХ ВЕКТОРОВ

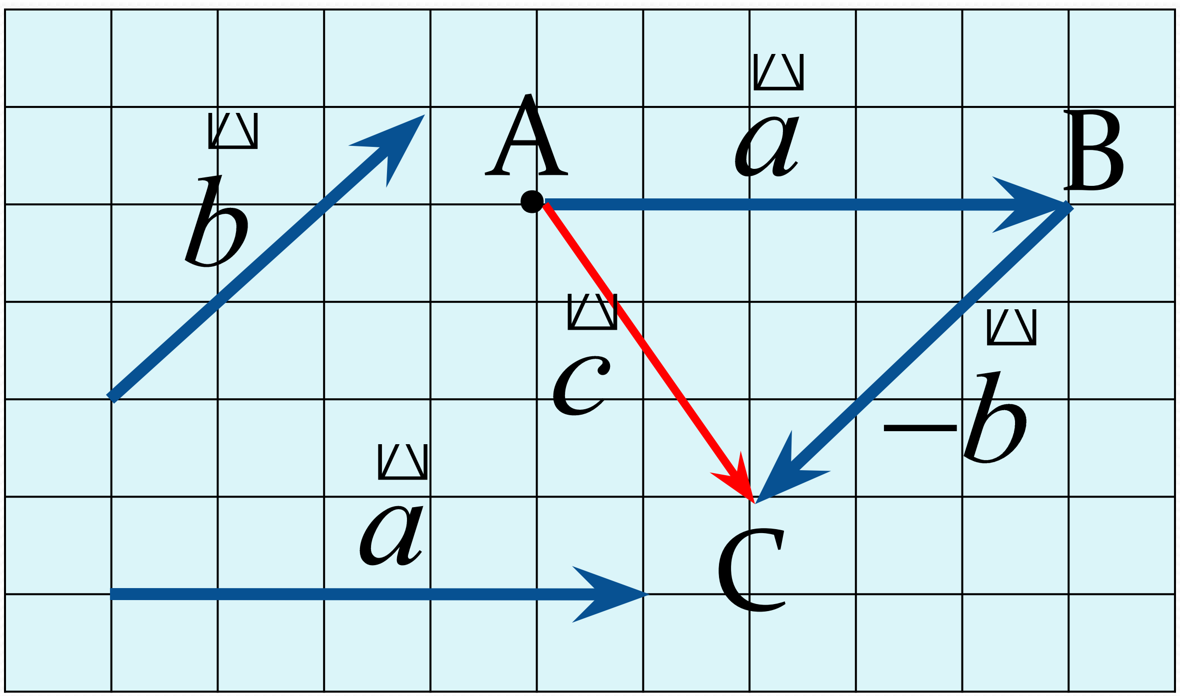
$\vec{a}$ **и** $\vec{b}$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$$

ВЕКТОР $\overrightarrow{AC}$ –

РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ

$\vec{a}$ *и* $\vec{b}$

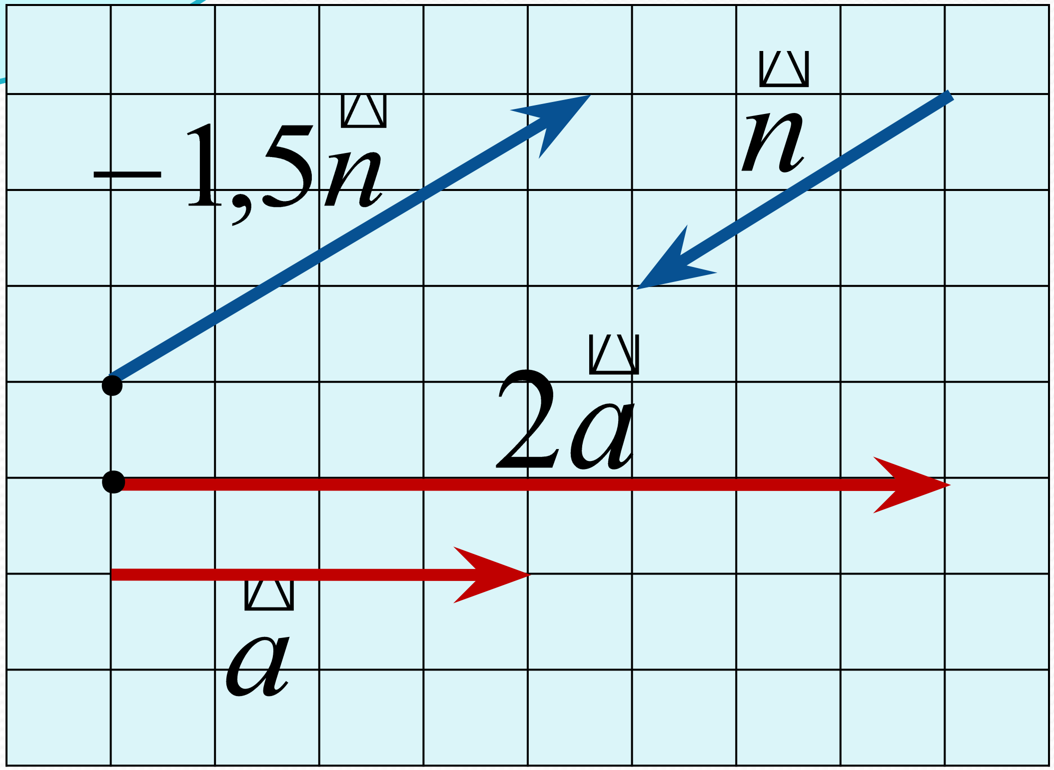


§3 Умножение вектора на число

ПРОИЗВЕДЕНИЕМ НЕНУЛЕВОГО ВЕКТОРА $\vec{a}$ **НА ЧИСЛО** k **НАЗЫВАЮТ ТАКОЙ ВЕКТОР** $\vec{b}$**, ЧТО**

$$|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$$

* $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, k \geq 0$
* $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}, k < 0$
* $\vec{0} \cdot k = \vec{0}$



Следствия

1) *произведение любого вектора на число 0 есть нулевой вектор*

$$\vec{a} \cdot 0 = \vec{0}$$

2) *для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны*

Основные свойства

умножения вектора на число

$1.\ (kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ *– сочетательный закон*

$2.\ (k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ *– 1ый распределительный закон*

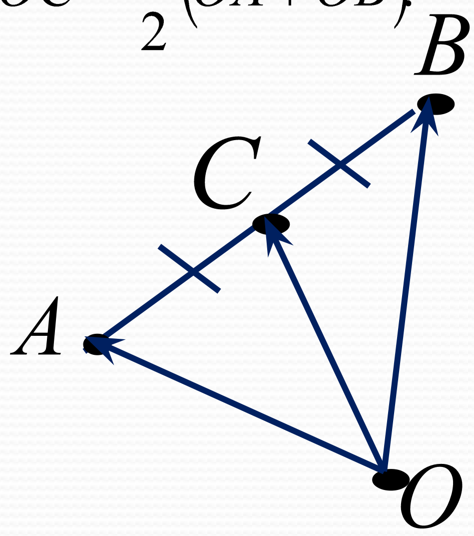
$3.\ k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ *– 2ой распределительный закон*

Применение векторов при решении задач и доказательстве теорем

Задача 1

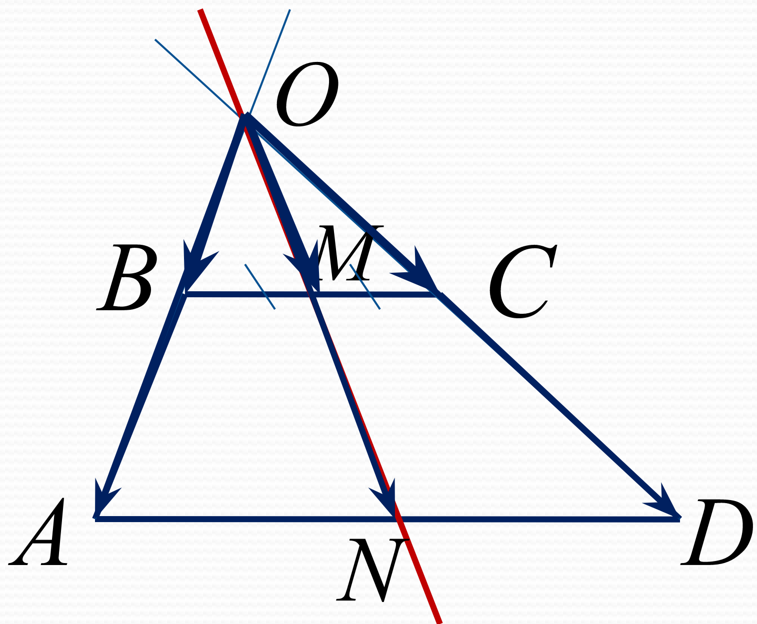
Точка С середина отрезка АВ, а О – произвольная точка плоскости. Доказать, что

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right).$$

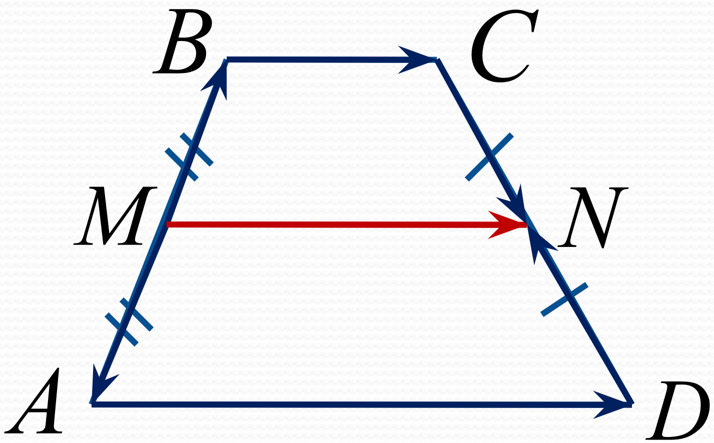


Задача 2

Доказать, что прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пресечения продолжений боковых сторон.



Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон



Теорема

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме

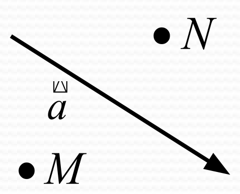
$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AD},$

$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$

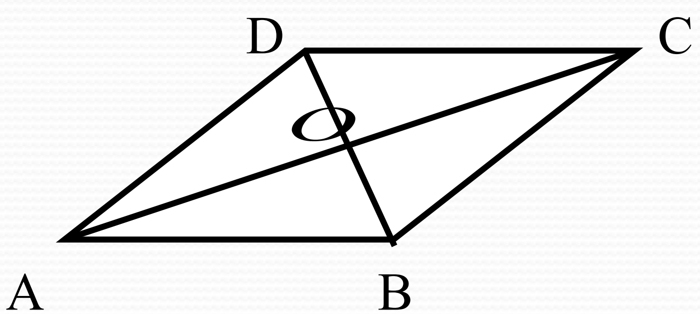
Самостоятельная работа
Вариант 1.

1. Перечертить рисунок в тетрадь. Построить векторы $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{NQ}$, такие что

$\overrightarrow{MP} = \vec{a}$, $\overrightarrow{NQ} \uparrow\downarrow \vec{a}$



2. Выписать сонаправленные, противоположно направленные и равные векторы

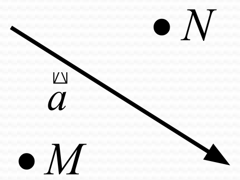


3. ABCD – параллелограмм. Доказать, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

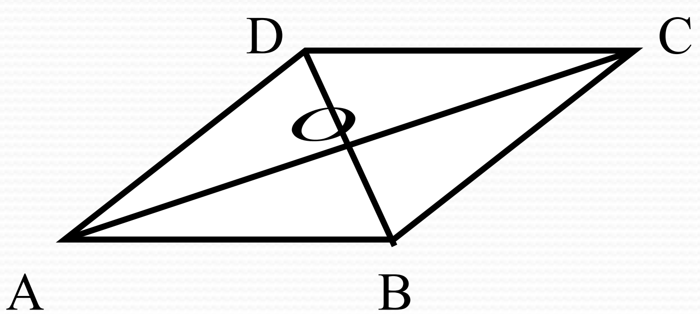
Самостоятельная работа
Вариант 1.

1. Перечертить рисунок в тетрадь. Построить векторы $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{NQ}$, такие что

$\overrightarrow{MP} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{NQ} \uparrow\downarrow \vec{a}$



2. Выписать сонаправленные, противоположно направленные и равные векторы



3. ABCD – параллелограмм. Доказать, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$