Векторы

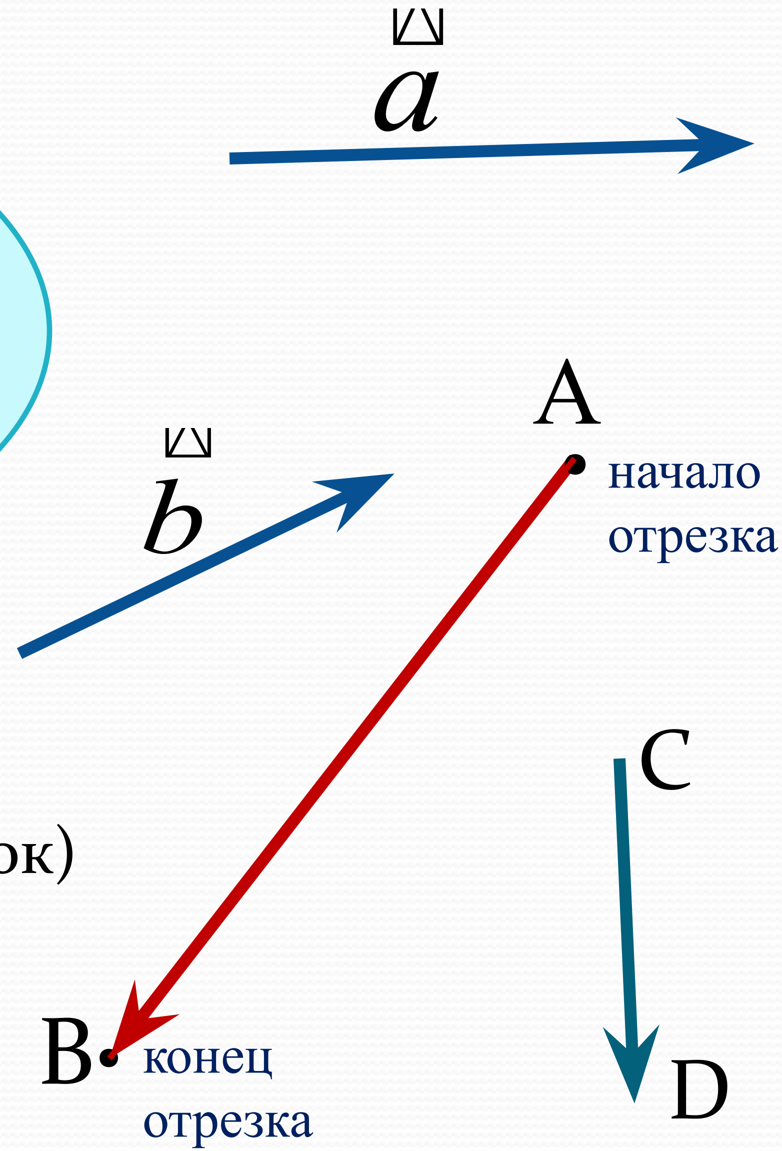
§ 1. Понятие вектора

§ 2. Сложение и вычитание векторов

§ 3. Умножение вектора на число. Применение векторов к решению задач

§1 Понятие вектора

ОТРЕЗОК,
ДЛЯ КОТОРОГО УКАЗЫВАЮТ НАЧАЛО И КОНЕЦ, НАЗЫВАЮТ
ВЕКТОРОМ

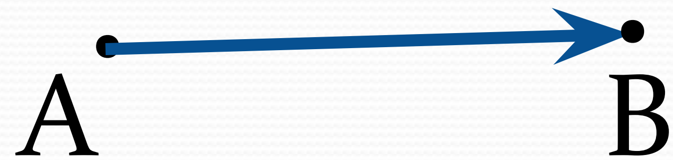


$\overrightarrow{AB}$ – вектор (направленный отрезок)
A – начало вектора
B – конец вектора

Длиной

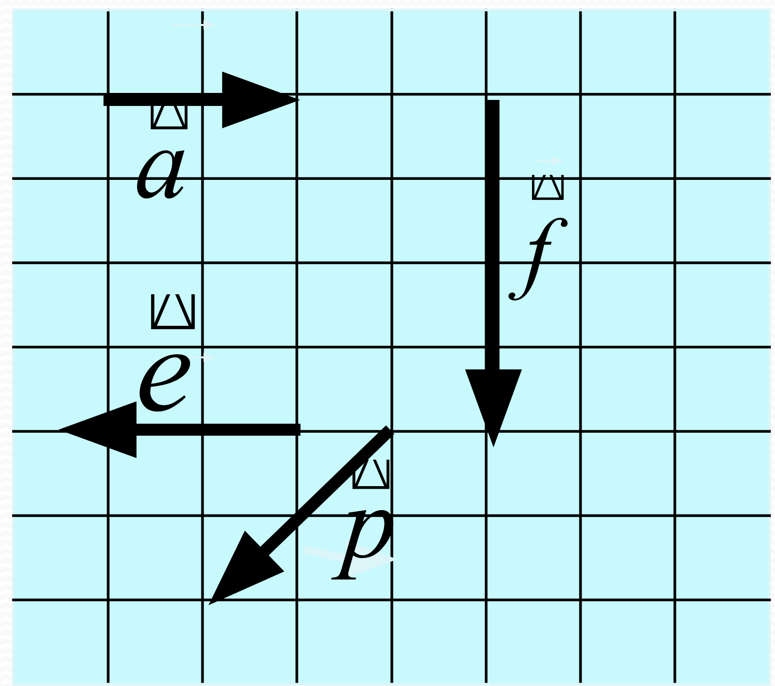
или модулем ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$
называют длину отрезка AB
(или расстояние
от точки A до B)
Длина нулевого вектора $|\vec{0}| = 0$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB$$



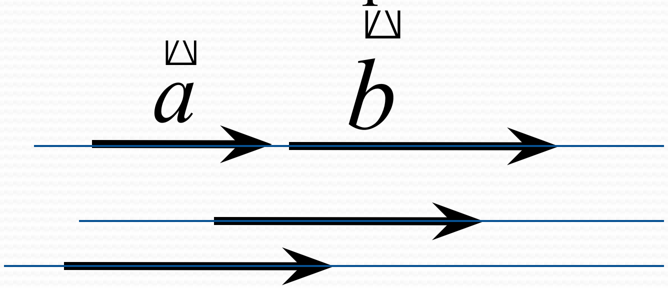
$$|\vec{a}| = 2 \qquad |\vec{f}| = 4$$

$$|\vec{e}| = 2{,}5 \qquad |\vec{p}| = 2\sqrt{2}$$



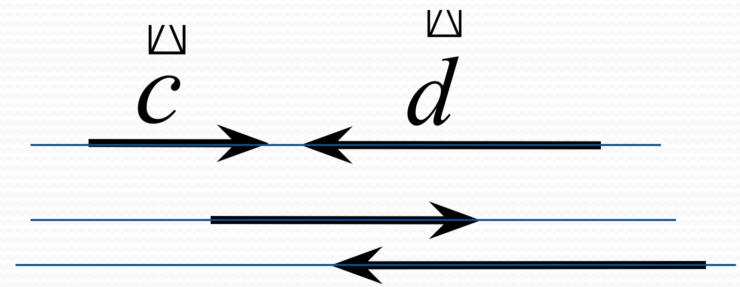
Коллинеарные векторы

Сонаправленные векторы



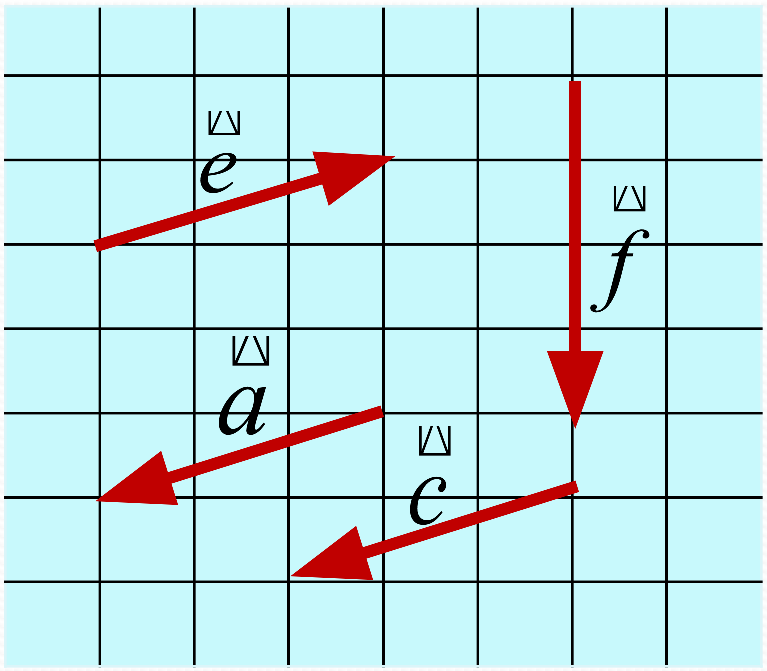
$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

Противоположно направленные векторы



$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$

ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ КОЛЛИНЕАРНЫМИ, ЕСЛИ ОНИ ЛЕЖАТ НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ или НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРЯМЫХ



$$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{c} \text{ и } |\vec{a}| = |\vec{c}|$$

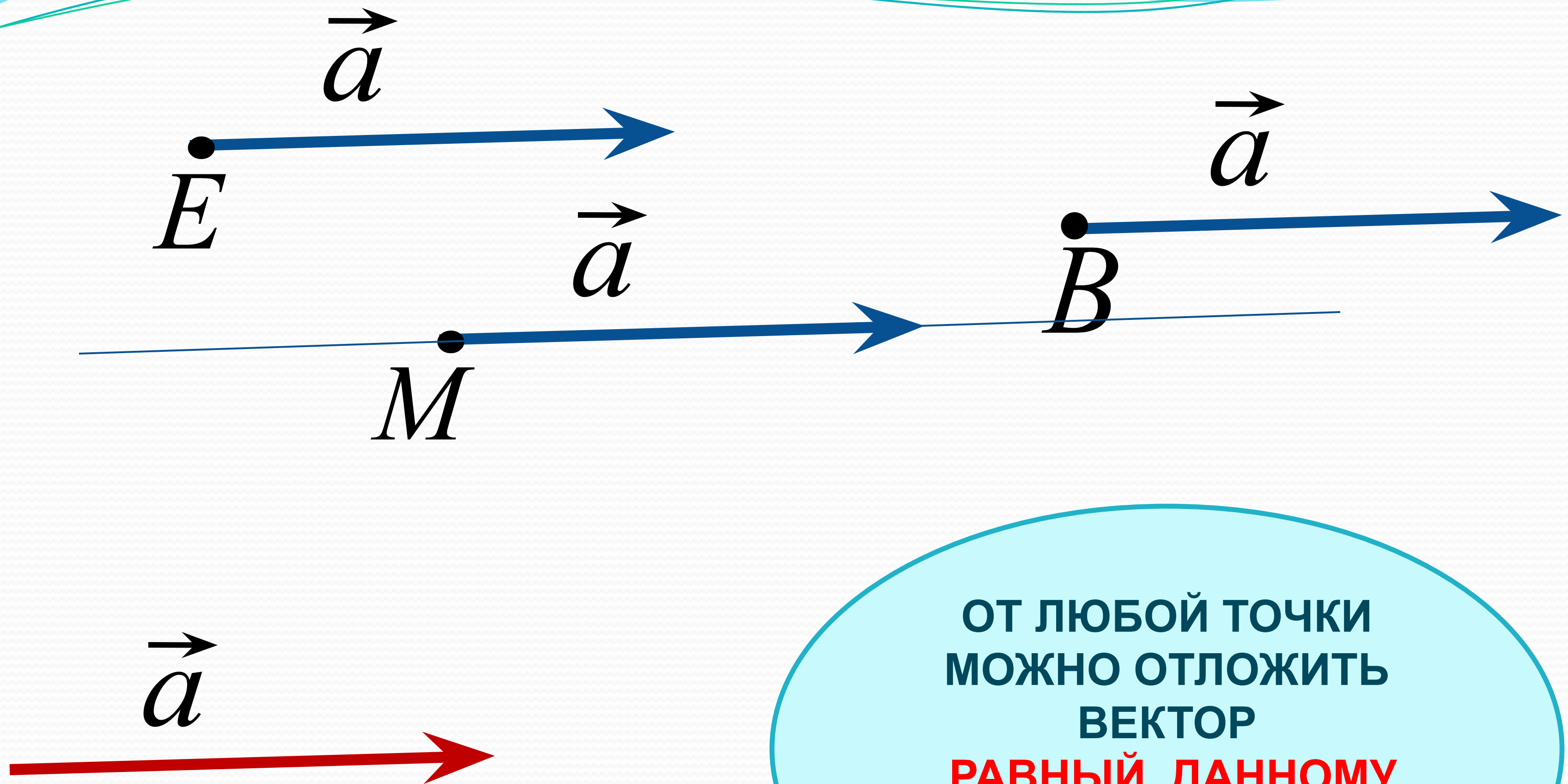
$$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{e}$$

$$|\vec{a}| \neq |\vec{f}| \text{ и векторы } \vec{a} \text{ и } \vec{f}$$

не сонаправлены

* $\vec{a} = \vec{c}$, *так как...*
* $\vec{a} \neq \vec{e}$, *так как...*
* $\vec{a} \neq \vec{f}$, *так как...*

ВЕКТОРЫ НАЗЫВАЮТСЯ РАВНЫМИ, ЕСЛИ ОНИ СОНАПРАВЛЕНЫ И ИХ ДЛИНЫ ОДИНАКОВЫ.



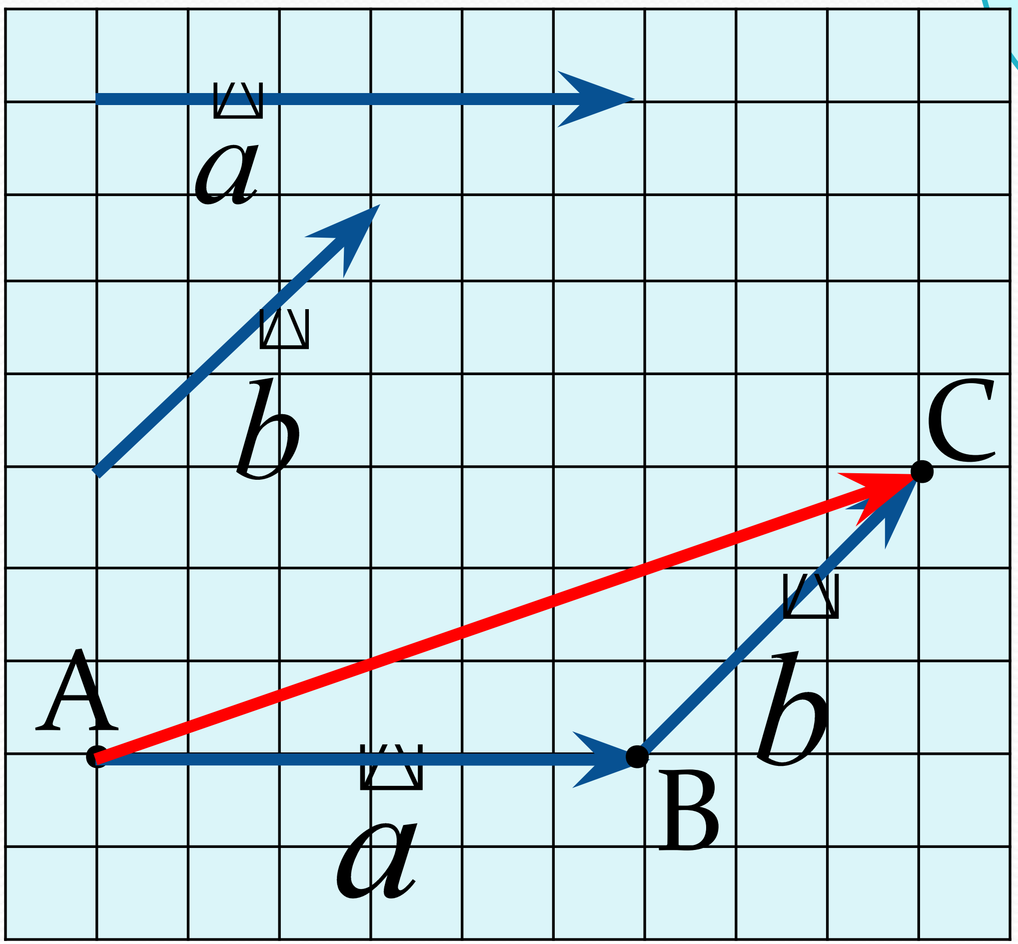
ОТ ЛЮБОЙ ТОЧКИ МОЖНО ОТЛОЖИТЬ ВЕКТОР **РАВНЫЙ ДАННОМУ**, И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДИН

§2 Сложение и вычитание векторов

ВЕКТОР $\overrightarrow{AC}$ –

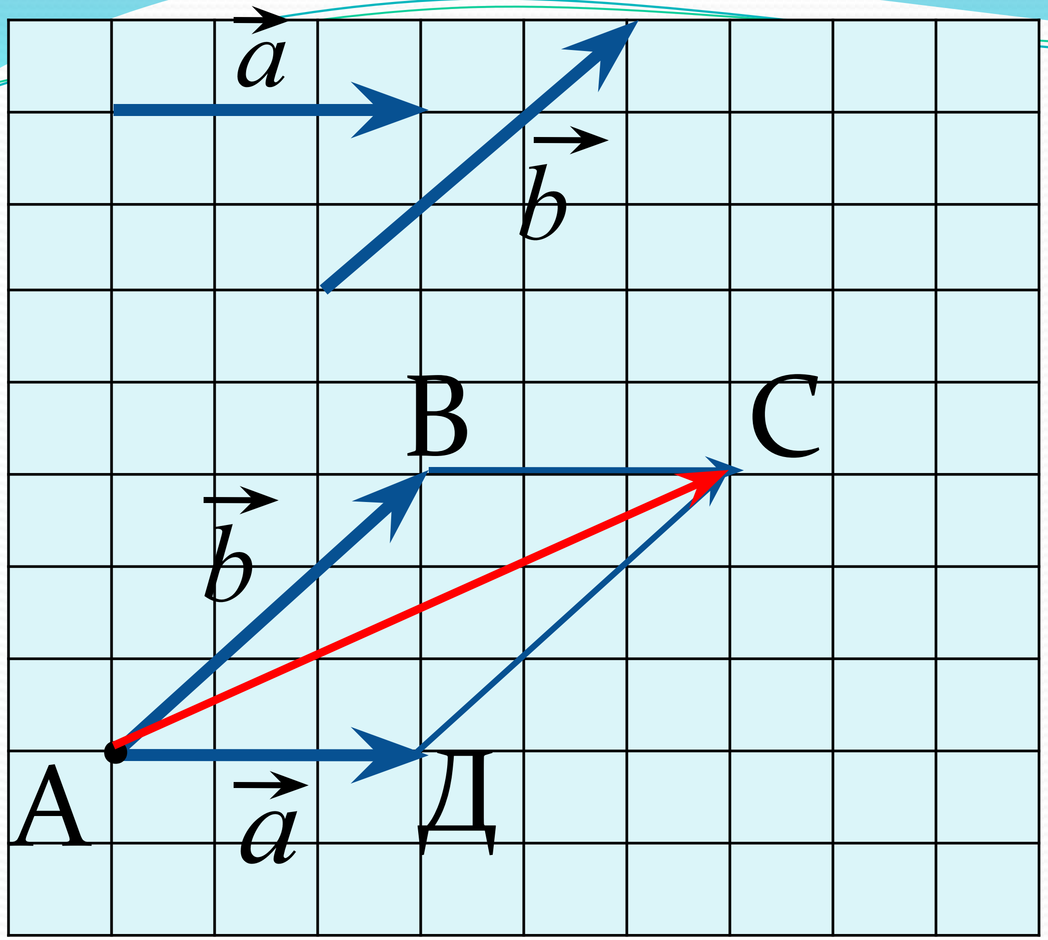
СУММА ВЕКТОРОВ

$\vec{a}$ и $\vec{b}$



ПРАВИЛО ТРЕУГОЛЬНИКА

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$



$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AД}$$

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

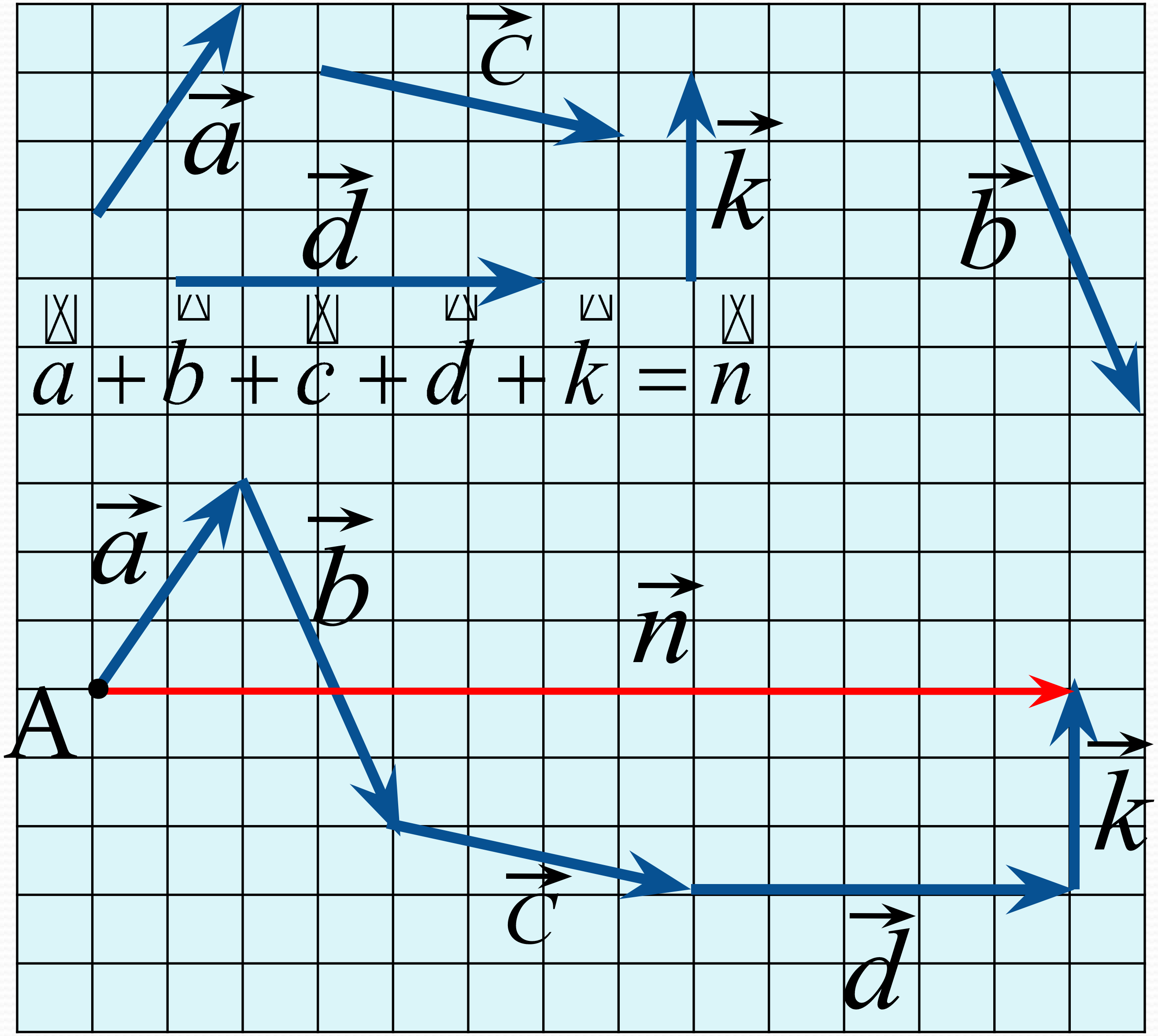
ВЕКТОР $\overrightarrow{AC}$ – СУММА ВЕКТОРОВ $\vec{a}$ И $\vec{b}$

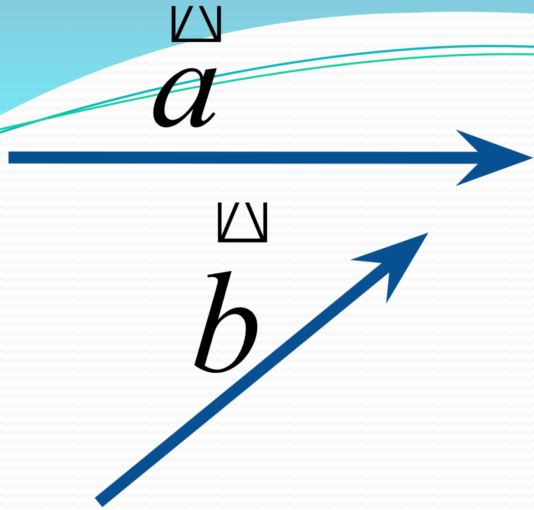
ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕКТОРОВ

1. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ $-$ *переместительный закон*

2. $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$ $-$ *сочетательный закон*

СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ



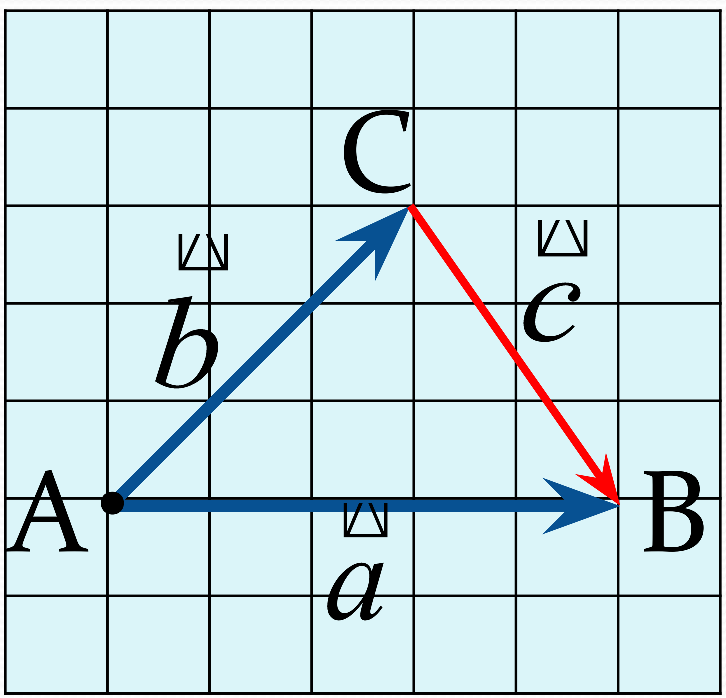


ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

ВЕКТОР $\overrightarrow{CB}$ –

<u>РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ</u>

$\vec{a}$ и $\vec{b}$



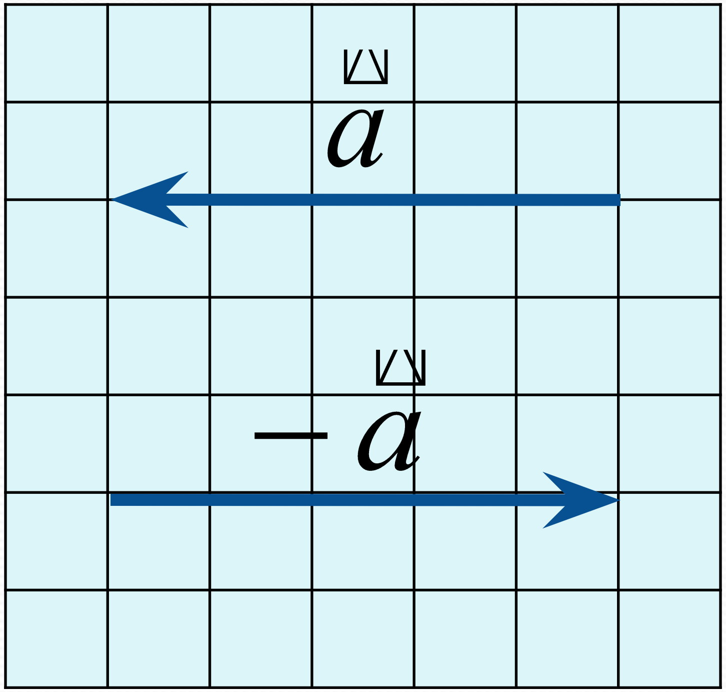
$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c},$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

ВЕКТОРЫ $\vec{a}$ И $-\vec{a}$

ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ

ВЕКТОРЫ



$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

$$|\vec{a}| = |-\vec{a}|$$

ДЛЯ ЛЮБЫХ ВЕКТОРОВ

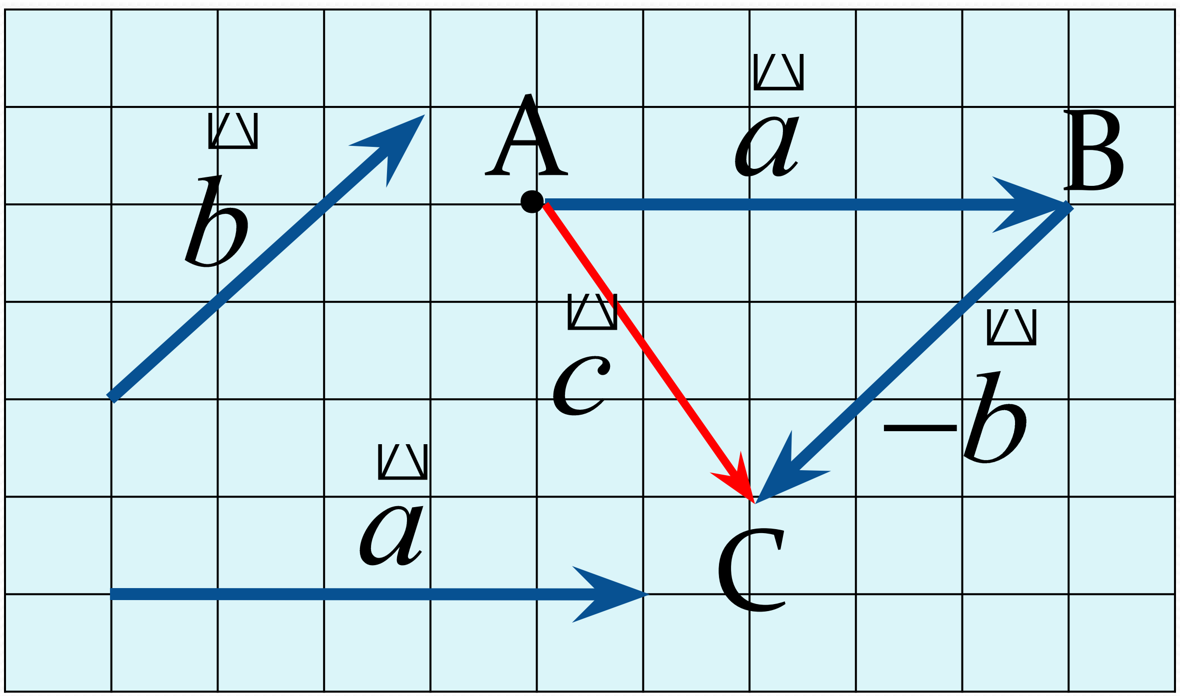
$\vec{a}$ и $\vec{b}$

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$$

ВЕКТОР $\overrightarrow{AC}$ –

РАЗНОСТЬ ВЕКТОРОВ

$\vec{a}$ и $\vec{b}$

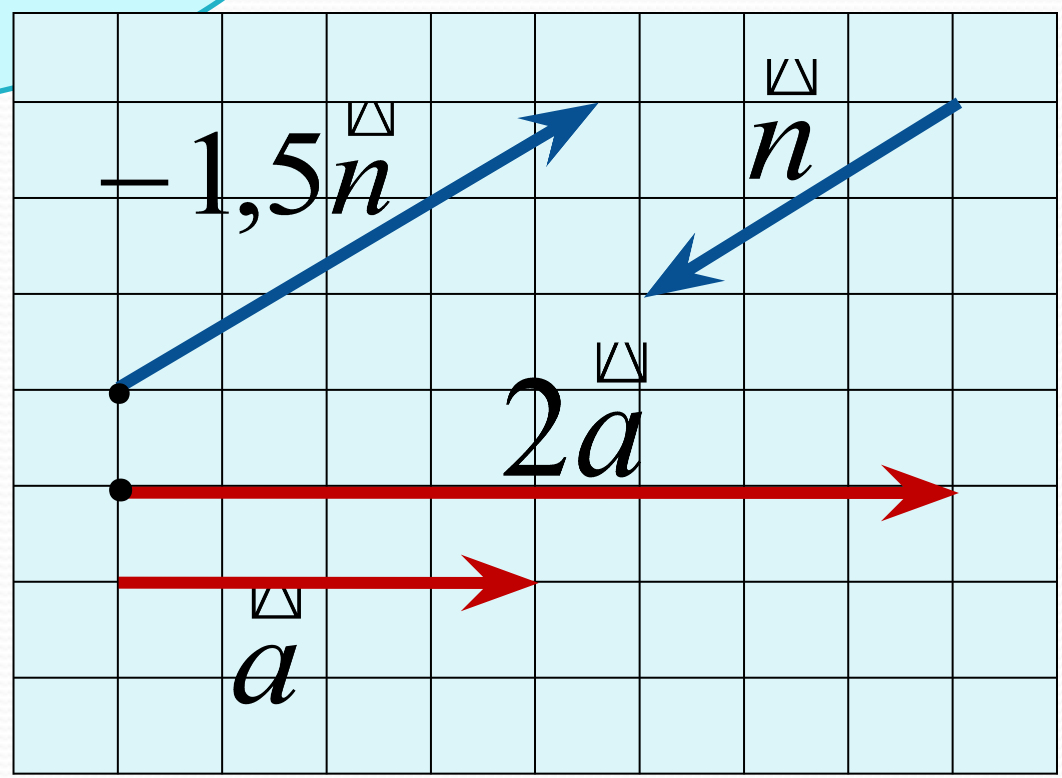


§3 Умножение вектора на число

ПРОИЗВЕДЕНИЕМ НЕНУЛЕВОГО ВЕКТОРА $\vec{a}$ **НА ЧИСЛО** k **НАЗЫВАЮТ ТАКОЙ ВЕКТОР** $\vec{b}$**, ЧТО**

$$\left|\vec{b}\right| = |k| \cdot \left|\vec{a}\right|$$

* $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}, k \geq 0$
* $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}, k < 0$
* $\vec{0} \cdot k = \vec{0}$



Следствия

1) *произведение любого вектора на число 0 есть нулевой вектор*

$$\vec{a}\cdot 0=\vec{0}$$

2) *для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны*

Основные свойства

умножения вектора на число

1. $(kl)\vec{a}=k(l\vec{a})$ $-$ *сочетательный закон*

2. $(k+l)\vec{a}=k\vec{a}+l\vec{a}$ $-1^{ый}$ *распределительный закон*

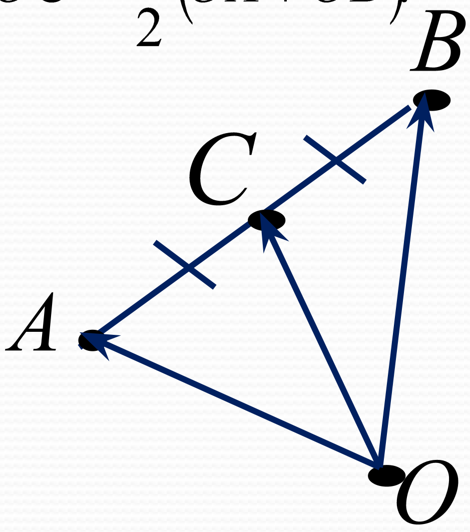
3. $k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$ $-2^{ой}$ *распределительный закон*

Применение векторов при решении задач и доказательстве теорем

Задача 1

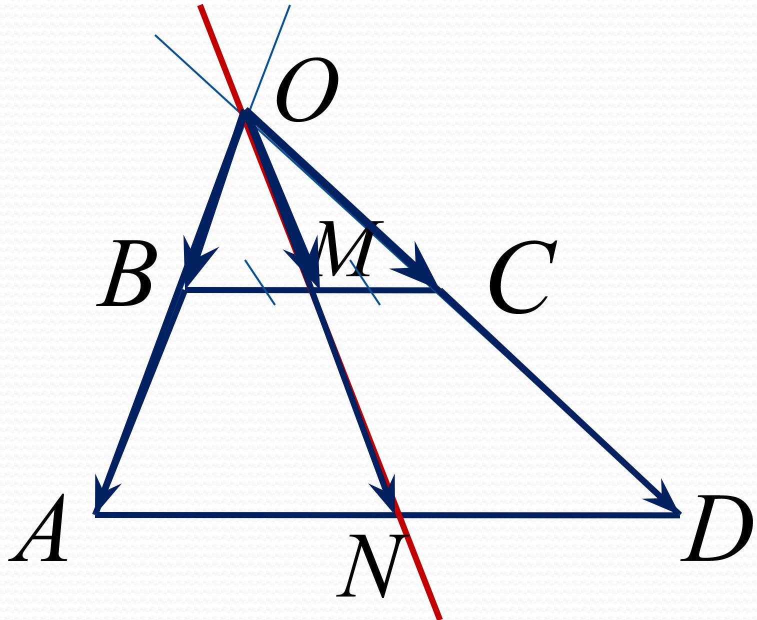
Точка С середина отрезка АВ, а О – произвольная точка плоскости. Доказать, что

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right).$$

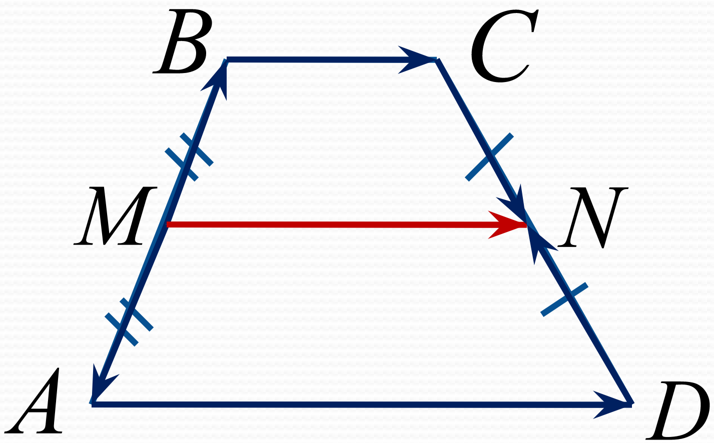


Задача 2

Доказать, что прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пресечения продолжений боковых сторон.



Средняя линия трапеции –
это отрезок, соединяющий середины боковых сторон



Теорема

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме

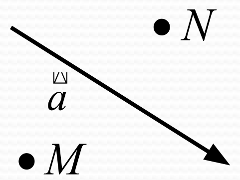
$\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{AD},$

$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$

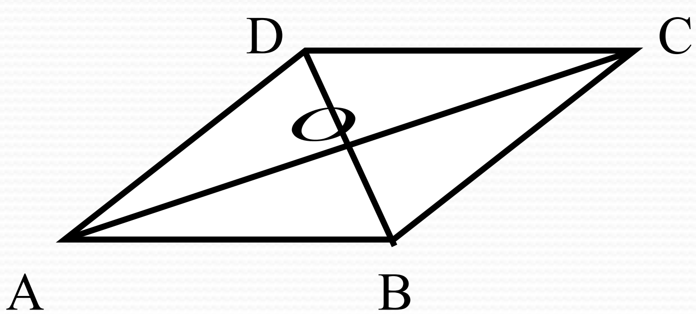
Самостоятельная работа
Вариант 1.

1. Перечертить рисунок в тетрадь. Построить векторы $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{NQ}$, такие что

$\overrightarrow{MP} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{NQ} \uparrow\downarrow \vec{a}$



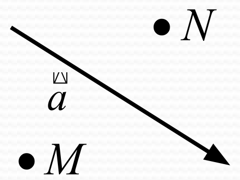
2. Выписать сонаправленные, противоположно направленные и равные векторы



3. ABCD – параллелограмм. Доказать, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

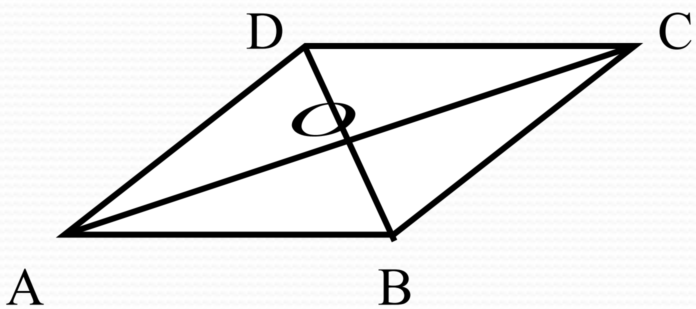
Самостоятельная работа
Вариант 1.

1. Перечертить рисунок в тетрадь. Построить векторы $\overrightarrow{MP}$ и $\overrightarrow{NQ}$, такие что



$\overrightarrow{MP} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{NQ} \uparrow\downarrow \vec{a}$

2. Выписать сонаправленные, противоположно направленные и равные векторы



3. ABCD – параллелограмм. Доказать, что $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$