

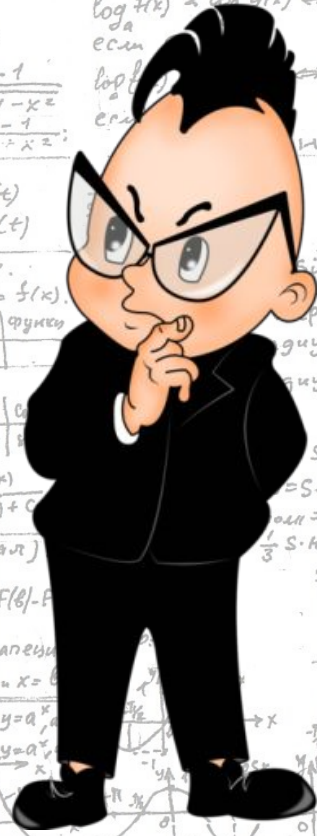
# Формулы

## Урок 1





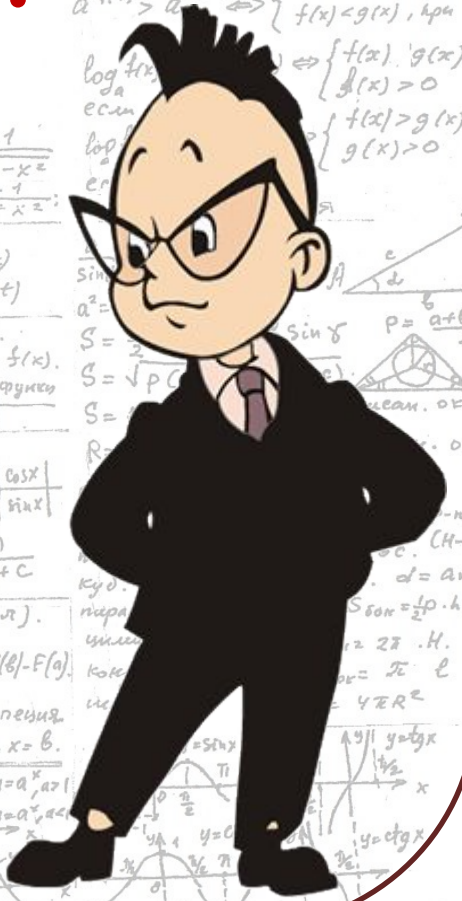
# Как вы думаете, что такое формула?





# Например существует формула пути:

$$S = vt$$



**ТРИГОНОМЕТРИ**  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$   
 $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$   
 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ ;  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

**АЛГЕБРА**  
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 $a^2 + b^2 = (a+b)(a-b) + 2ab$   
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 степени:  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ;  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$   
 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$   
 $a = a^1$ ;  $a^0 = 1$

**производная**  
 $y = f(x)$   
 $y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$   
 касат. к графику функции в  $x = x_0$   
 $y = f(x_0)(x - x_0) + f'(x_0)$   
 $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k = \text{угол наклона}$   
 правила дифференцирования:  
 $(u \cdot v)' = u'v + uv'$   
 $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$   
 $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$   
 таблица производных:  
 $(c)' = 0$ ;  $(x)' = 1$ ;  $(kx)' = k$   
 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$   
 $(e^x)' = e^x$ ;  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$   
 $(\sin x)' = \cos x$ ;  $(\cos x)' = -\sin x$   
 $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$   
 $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ;  $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$   
 $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$ ;  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$   
 в физике:  $v(t) = s'(t)$   
 $a(t) = v'(t) = s''(t)$   
 $i(t) = q'(t)$ ;  $i = -\varphi'(t)$

**первообразная и интеграл**  
 $F(x)$  первообр.  $f(x)$   $F'(x) = f(x)$   
 $\int f(x) dx = F(x) + C$   
 $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$   
 $\int f(kx+b) dx = \frac{1}{k} \int f(x) dx$   
 $\int f(x) \cdot g(x) dx = F(x) \cdot g(x) - \int F'(x) \cdot g(x) dx$   
 таблица первообразных:  

$\int k dx$	$\int x dx$	$\int x^2 dx$	$\int \frac{1}{x} dx$	$\int e^x dx$	$\int \sin x dx$	$\int \cos x dx$
$kx + C$	$\frac{x^2}{2} + C$	$\frac{x^3}{3} + C$	$\ln x  + C$	$e^x + C$	$-\cos x + C$	$\sin x + C$
$\int \frac{1}{kx} dx$	$\int \frac{x^2+1}{x^2+1} dx$	$\int \frac{1}{\ln x} dx$	$\int \frac{1}{x^2} dx$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx$	$\int \frac{1}{x} dx$	$\int \frac{1}{x} dx$
$\frac{1}{k} \ln x  + C$	$\ln x  + C$	$\ln \ln x   + C$	$-\frac{1}{x} + C$	$\operatorname{arctg} x + C$	$\frac{1}{k} \ln x  + C$	$\frac{1}{k} \ln x  + C$

 таблица первообразных (интеграл):  
 $\int f(x) dx = F(x) + C$   
 $S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$   
 иррегулярная трапеция:  
 $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$  и  $x = b$

**прогрессии**  
 арифметическая:  $a_{n+1} = a_n + d$   
 $a_n = a_1 + d(n-1)$   
 $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$   
 геометрическая:  
 $b_{n+1} = b_n \cdot q$   
 $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$   
 $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ ;  $q \neq 1$

**КВУР**  $ax^2 + bx + c = 0$   
 $D = b^2 - 4ac$   
 $D \geq 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$   
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ ;  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$   
 нет решения

**Модуль**:  $|a| \geq 0$ , если  $a \geq 0$ ;  $|a| = -a$ , если  $a < 0$ .  
 $|a| \leq b (b > 0) \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$   
 $|a| \geq b \Leftrightarrow a \geq b \text{ или } a \leq -b$ .  $\sqrt{a^2} = |a|$   
 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ ;  $x_1, x_2$  корни

**функции и графики**  
 $y = ax^2 + bx + c$  (парабола)  
 $a > 0$  ветвь вверх  
 $n = f(x)$   
 $x_1, x_2$  корни  
 $y = x^n$   
 $y = \log_a x$

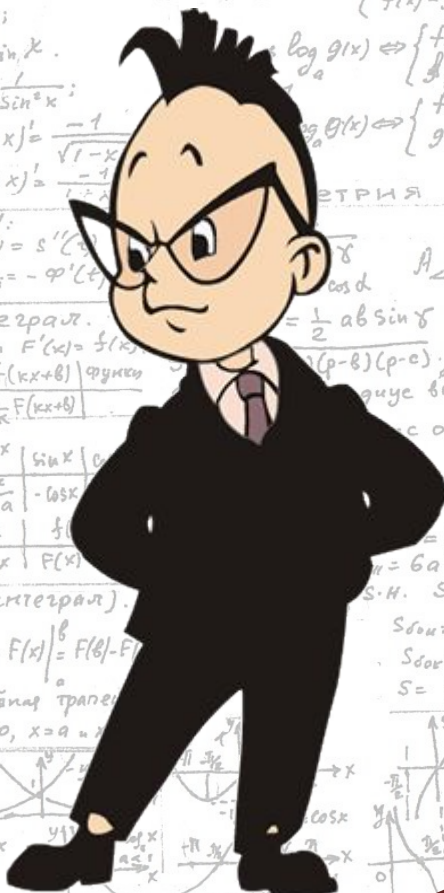
**тригонометрические уравнения и неравенства**  
 $\sin x = a$ ,  $|a| \leq 1$ .  $x = \arcsin a + 2\pi k$   
 $\cos x = a$ ,  $|a| \leq 1$ .  $x = \pm \arccos a + 2\pi k$   
 $\operatorname{tg} x = a$ .  $x = \operatorname{arctg} a + \pi k$   
 $\sin x = 0$ .  $x = \pi n$   
 $\sin x = -1$ .  $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$   
 $\sin x = 1$ .  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$   
 $\cos x = 1$ .  $x = 2\pi n$   
 $\cos x = -1$ .  $x = \pi + 2\pi n$   
 $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b$   
 $a^f(x) = a^g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$   
 $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$   
 неравенства:  
 $a^f(x) > a^g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \text{ если } a > 1 \\ f(x) < g(x), \text{ если } a < 1 \end{cases}$   
 $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \text{ если } a > 1 \\ f(x) < g(x), \text{ если } a < 1 \end{cases}$

**Тригонометрические функции**  
 $\sin x = \frac{y}{r}$ ;  $\cos x = \frac{x}{r}$   
 $\operatorname{tg} x = \frac{y}{x}$ ;  $\operatorname{ctg} x = \frac{x}{y}$   
 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$   
 $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$   
 $\sin(x \pm \pi) = -\sin x$ ;  $\arcsin(-a) = -\arcsin a$   
 $\cos(x \pm \pi) = -\cos x$ ;  $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$   
 $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ ;  $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$   
 $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$ ;  $\operatorname{arctg}(-a) = \pi - \operatorname{arctg} a$

**S-ЭТО ПУТЬ**

**V-ЭТО СКОРОСТЬ**

**t-ЭТО ВРЕМЯ**



Background filled with mathematical formulas and diagrams. Visible formulas include:
- Trigonometry: sin(a+b) = sin a cos b + cos a sin b, cos(a+b) = cos a cos b - sin a sin b, tg(a+b) = (tg a + tg b) / (1 - tg a tg b), sin 2d = 2 sin d cos d, cos 2d = cos^2 d - sin^2 d = 2 cos^2 d - 1 = 1 - 2 sin^2 d, tg 2d = 2 tg d / (1 - tg^2 d), ctg 2d = (ctg^2 d - 1) / (2 ctg d).
- Algebra: (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, a^2 - b^2 = (a-b)(a+b), a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + ... + b^{n-1}).
- Calculus: y' = f'(x) = lim\_{dx->0} (f(x+dx) - f(x)) / dx, (u+v)' = u' + v', (u\*v)' = u'v + u\*v', (u/v)' = (u'v - u\*v') / v^2, (f(g(x)))' = f'(g(x)) \* g'(x).
- Logarithms: log\_a b = x <=> a^x = b, log\_a a = 1, log\_a a^n = n, log\_a b^n = n log\_a b, log\_a x^y = y log\_a x.
- Physics: v(t) = s'(t), a(t) = v'(t) = s''(t), i(t) = q'(t).
- Tables: Table of trigonometric values for angles 0, 30, 45, 60, 90, 120, 135, 150, 180 degrees. Table of derivatives and integrals for functions like x^n, e^x, a^x, sin x, cos x, tg x, ctg x, arcsin x, arctg x.
- Diagrams: Unit circle, right-angled triangles, coordinate systems with graphs of y=x^n, y=log x, and various curves.

А теперь попробуем решить

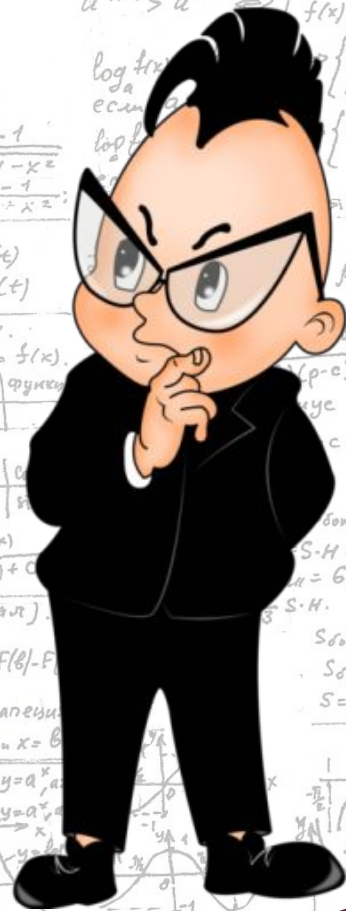
задачу используя формулу

пути!

Поезд двигался  
равномерно 3 часа со

скоростью 50  
километров в час.

Какой путь прошел  
поезд за это время?



**S = V • t = 50 • 3 = 150 км.**

**Используя формулу  
пути, мы нашли ответ.  
Поезд за 3 часа прошел  
150 километров.**



**Тригонометрия**  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$   
 $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$   
 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ ;  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

**Производная**  
 $y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$   
касат. к графику функции в  $x = x_0$   
 $y = f(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$   
 $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$  - углов. коэффициент

**Правила дифференцирования:**  
 $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ ;  $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$   
 $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ ;  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$   
 $(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$   
 $(\frac{u}{v})' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

**Таблица производных:**  
 $(c)' = 0$ ;  $(x)' = 1$ ;  $(kx)' = k$   
 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ ;  $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$ ;  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$   
 $(e^x)' = e^x$ ;  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$   
 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ;  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$   
 $(\sin x)' = \cos x$ ;  $(\cos x)' = -\sin x$   
 $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$   
 $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ;  $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$   
 $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$ ;  $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

**Геометрия**  
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$   
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

**Первообразная и интеграл**  
 $F(x) = \int f(x) dx$ , если  $F'(x) = f(x)$   
 $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$   
 $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$   
 $\int f(kx+b) dx = \frac{1}{k} \int f(x) dx$

**Таблица первообразных:**

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$k$	$kx + C$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ , $n \neq -1$
$\frac{1}{x}$	$\ln x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\operatorname{arctg} x + C$

**Интеграл**  
 $S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$   
площадь криволинейной трапеции  
 $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = a$  и  $x = b$

**Функции и графики**  
 $y = ax^2 + bx + c$  (парабола)  
 $a > 0$  - вершина  $m = -\frac{b}{2a}$   
 $n = f(m)$   
 $x_1, x_2$  - корни  $(ax^2 + bx + c = 0)$



Давайте попробуем решить еще одну задачу!

Машина, двигаясь равномерно (с постоянной скоростью) за два часа прошла 120 км. С какой скоростью двигалась машина?

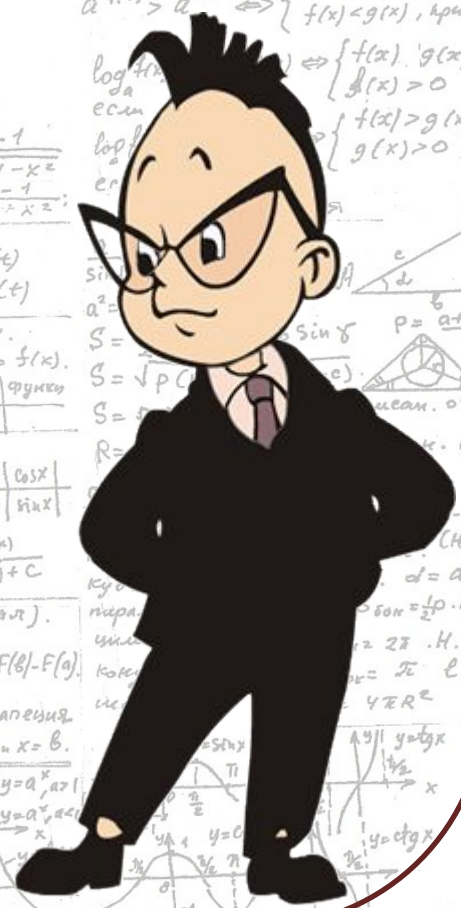




**V = S : t = 120 : 2**

**60 км/ч.**

**Мы подставили в формулу пройденное расстояние (путь) и время за которое оно было пройдено, и нашли скорость, V = 60 км/ч.**



Background filled with mathematical content:

- TRIGONOMETRIJA**:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ ,  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ,  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ .
- АЛГЕБРА**:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ,  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ,  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ ,  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ .
- Производная**:  $y' = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ ,  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ,  $(uv)' = u'v + uv'$ ,  $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .
- Логарифмические**:  $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b$ ,  $\log_a a = 1$ ,  $\log_a a^x = x$ ,  $\log_a x^y = y \log_a x$ .
- Таблица производных**:  $(c)' = 0$ ,  $(x)' = 1$ ,  $(kx)' = k$ ,  $(x^n)' = n x^{n-1}$ ,  $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$ ,  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ,  $(e^x)' = e^x$ ,  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ ,  $(\sin x)' = \cos x$ ,  $(\cos x)' = -\sin x$ ,  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ .
- Таблица преобразований**:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ ,  $\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ ,  $\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ ,  $\operatorname{ctg}(2\alpha) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$ .
- КВЧР**:  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $D = b^2 - 4ac$ ,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .
- Модуль**:  $|a| = a$ , если  $a \geq 0$ ;  $|a| = -a$ , если  $a < 0$ .  $|a|^2 = a^2$ .
- Функции и графики**:  $y = ax^2 + bx + c$  (парабола),  $y = x^n$ ,  $y = \log_a x$ .

Все большие  
молодцы!!! Спасибо  
вам, ребята, за  
урок!!! До новых  
встреч!!!

