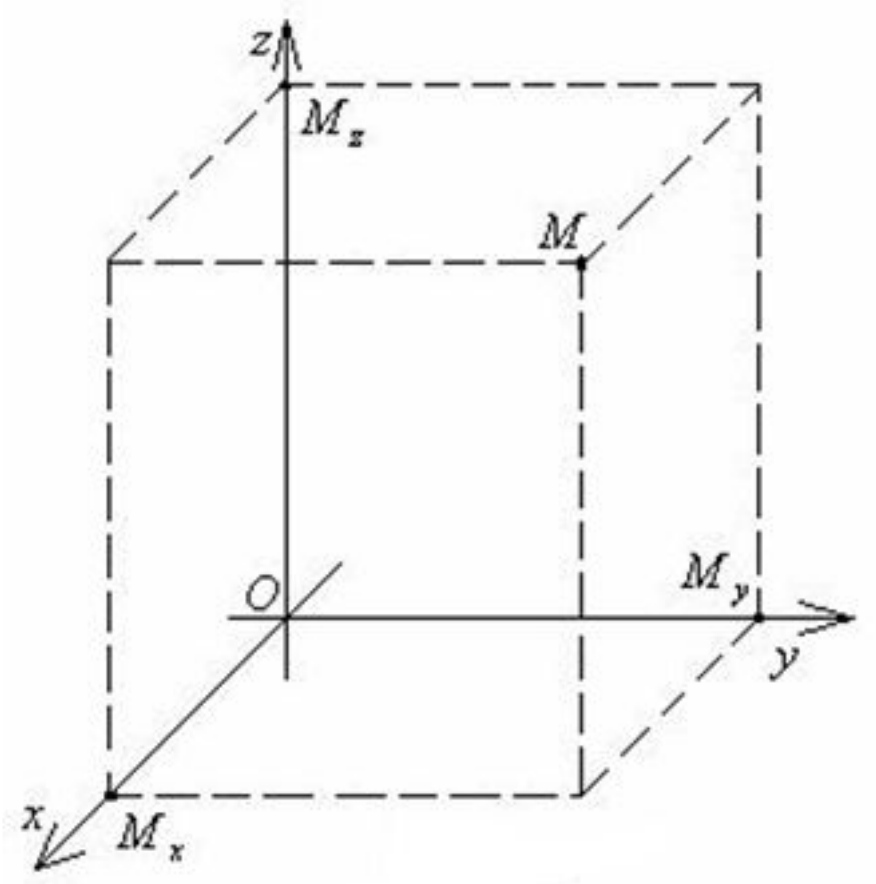
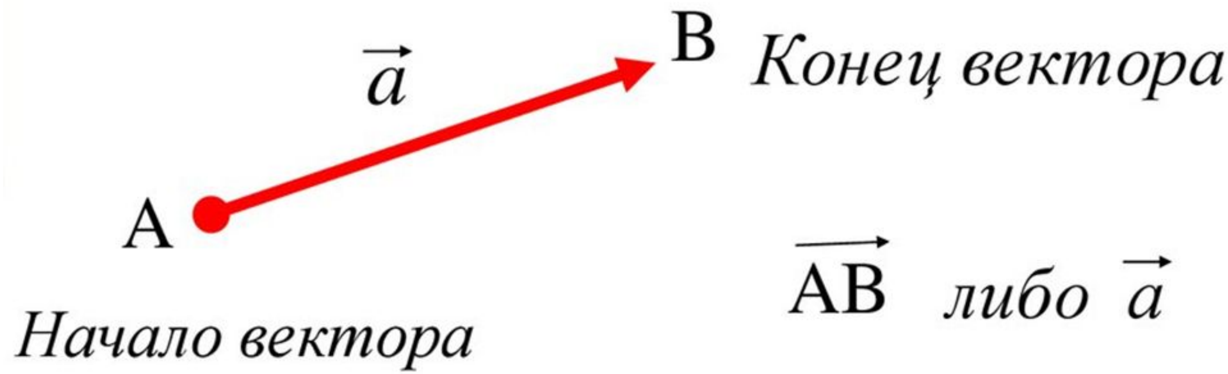
Прямоугольная система координат в пространстве

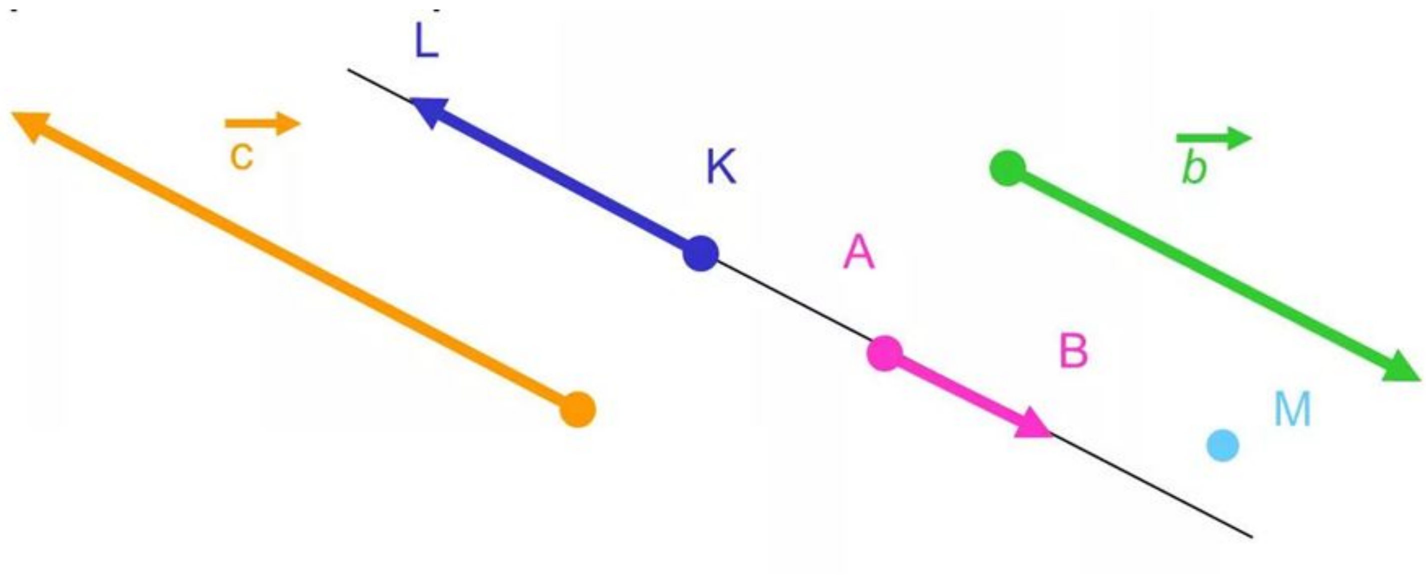


Понятие вектора



$\overrightarrow{AB}$ *либо* $\vec{a}$

Коллинеарные векторы



<u>N - мерность пространства</u>

$$R^n = \{(x_1, x_2, \dots x_n), x_1, x_2, \dots x_n \in R\}$$

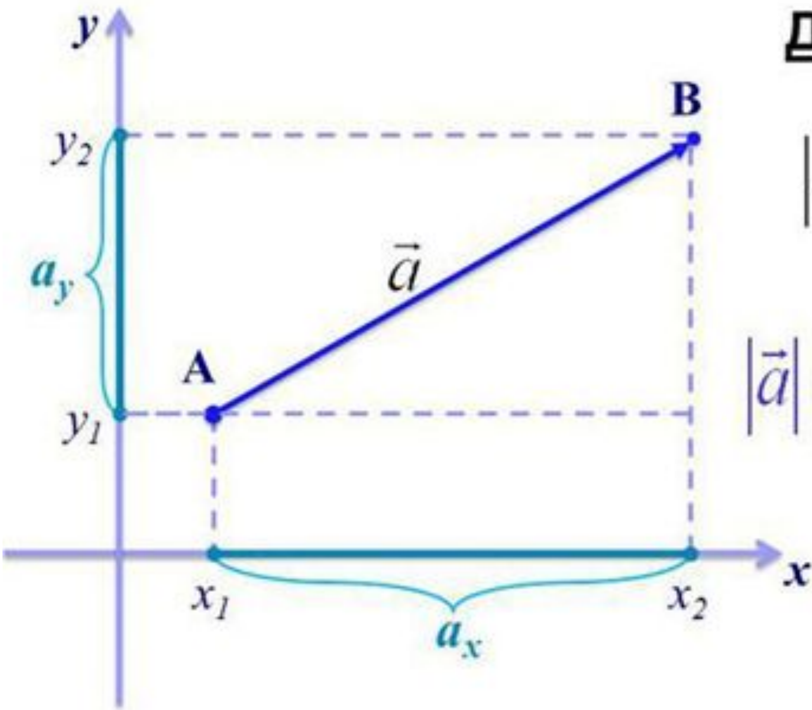
$$A(a_1, a_2, \dots, a_n) \qquad B(b_1, b_2, \dots, b_n)$$

Координаты вектора $\vec{a}$:

$$\vec{a} = (a_x; a_y)$$

$$a_x = x_2 - x_1;$$
$$a_y = y_2 - y_1;$$

$$\vec{a} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$



Длина вектора $\vec{a}$:

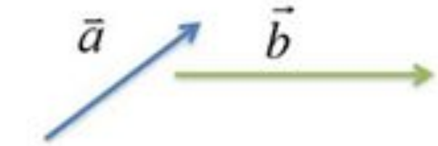
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2}$$

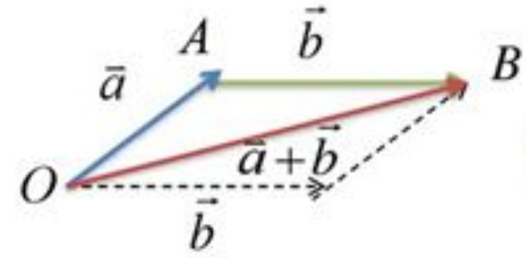
$$|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Пусть $\bar{a} \in R^n$, $\dfrac{a_x}{|\bar{a}|}, \dfrac{a_y}{|\bar{a}|}, \dots, \dfrac{a_n}{|\bar{a}|}$ – направляющие косинусы

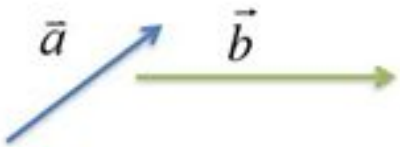
Линейные операции над векторами

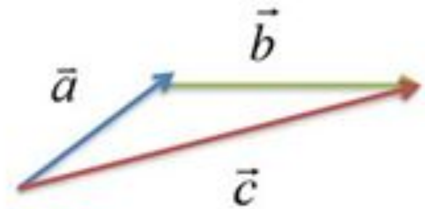
Сумма векторов





Правило параллелограмма

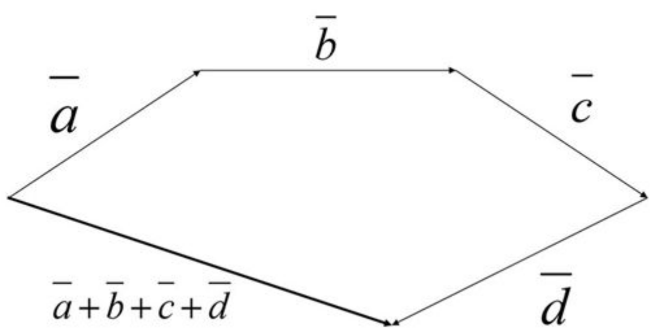




Правило треугольника

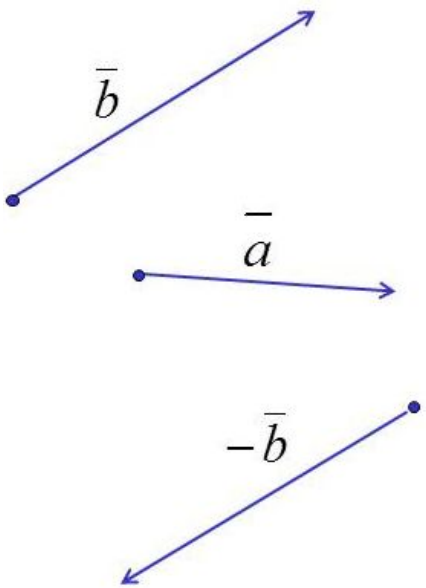
$$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$$

Сумма нескольких векторов

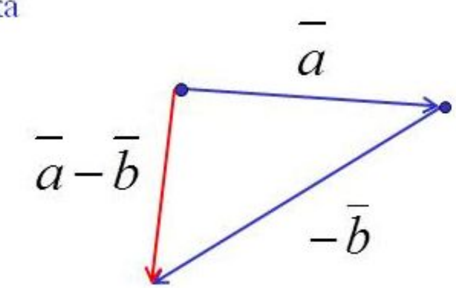


$$\bar{a}\pm\bar{b}=\left(a_x\pm b_x;\, a_y\pm b_y;\, a_z\pm b_z\right)$$

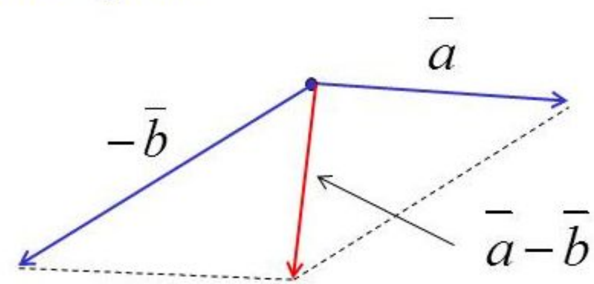
Разность векторов



правило треугольника



правило параллелограмма



$$\overline{a}-\overline{b}=\overline{a}+\left(-\overline{b}\right)$$

Умножение вектора на скаляр

$$\lambda \cdot \bar{a} = \lambda \cdot (a_x ; a_y ; a_z) = (\lambda a_x ; \lambda a_y ; \lambda a_z)$$

$\lambda > 0,$

$\lambda < 0,$

$$\bar{a} + \bar{b} = 0 \qquad -1 \cdot \bar{a} = -\bar{a}$$

Свойства линейных операций над векторами

1) $\overline{a}+\overline{b}=\overline{b}+\overline{a}$

2) $(\overline{a}+\overline{b})+\overline{c}=\overline{a}+(\overline{b}+\overline{c})$

3) $\overline{a}+\overline{0}=\overline{a}$

4) $\overline{a}+(-\overline{a})=\overline{0}$

5) $k\cdot\overline{a}=\overline{a}\cdot k$

6) $(k+l)\cdot\overline{a}=k\overline{a}+l\overline{a}$

7) $(kl)\cdot\overline{a}=k(l\overline{a})$

8) $k(\overline{a}+\overline{b})=k\overline{a}+k\overline{b}$

9) $1\cdot\overline{a}=\overline{a}$

10) $0\cdot\overline{a}=\overline{0}$

Скалярное произведение векторов

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$$

свойства скалярного произведения

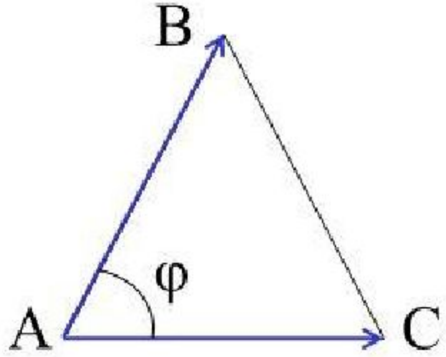
1. $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{b} \cdot \bar{a};$
2. $\bar{a} \cdot (\bar{b} + \bar{c}) = \bar{a} \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c};$
3. $(\bar{a} + \bar{b}) \cdot \bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{c};$
4. $\overline{\lambda a} \cdot \bar{b} = \bar{a} \cdot \overline{\lambda b} = \lambda \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b});$
5. $\bar{a} \cdot \bar{a} = |\bar{a}|^2;$
6. $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \bar{a} \perp \bar{b} \quad (\bar{a} \neq 0, \bar{b} \neq 0)$

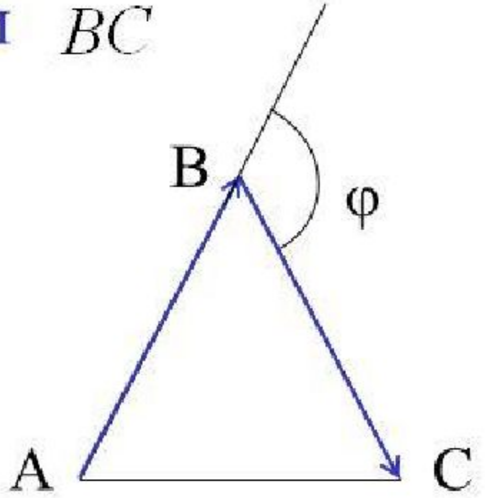
   (критерий ортогональности векторов);

пример

Дан равносторонний треугольник ABC со стороной 6. Найти скалярное произведение векторов: 1) $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ 2) $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$

Решение.

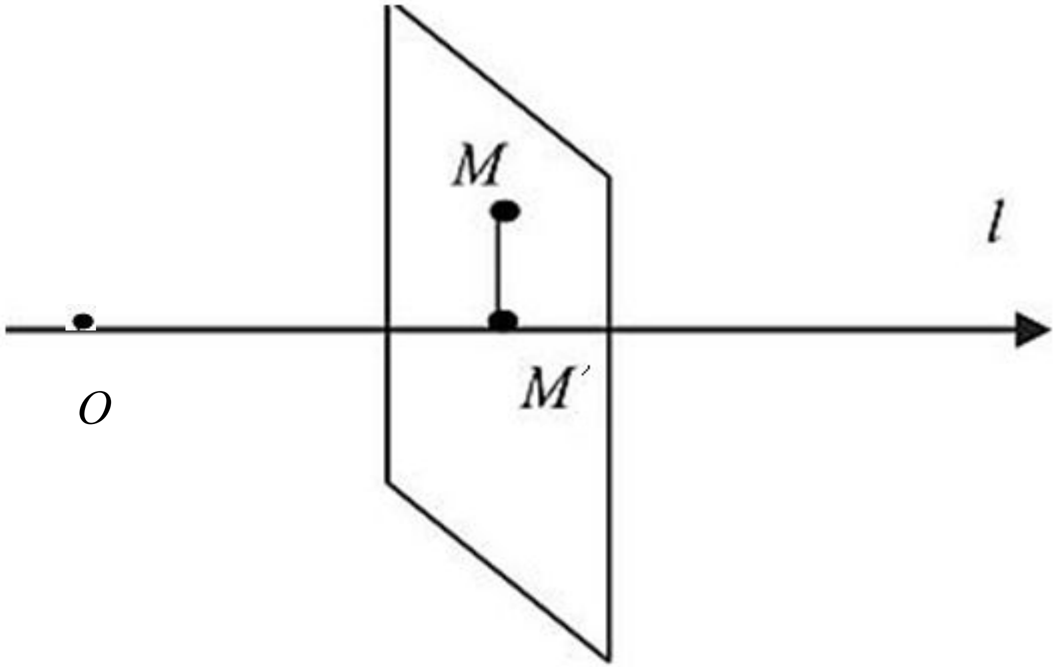




1) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|\cdot\cos 60^0=36\cdot\frac{1}{2}=18$

2) $\overline{AB}\cdot\overline{BC}=\left|\overline{AB}\right|\cdot\left|\overline{BC}\right|\cdot\cos 120^0=36\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-18$

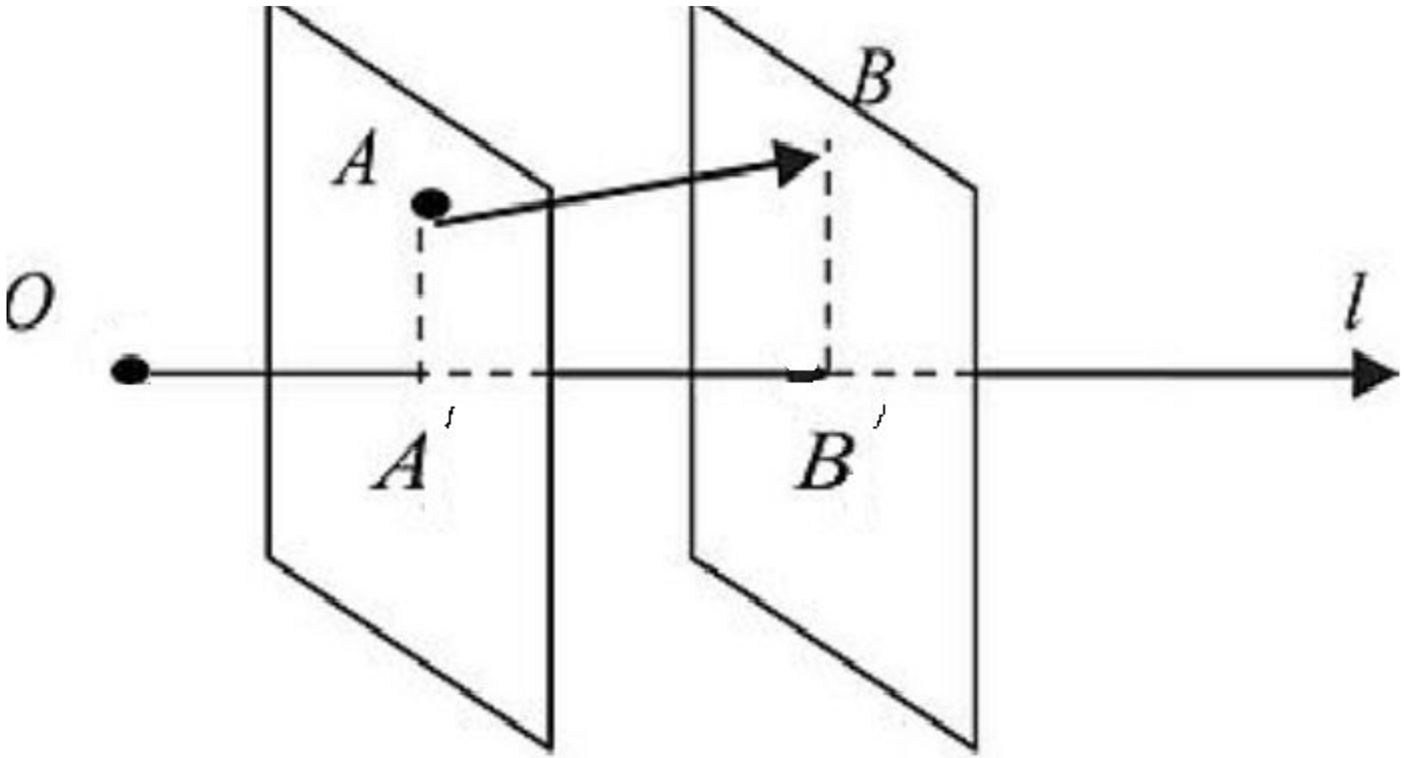
Теория проекции



$M \in$ пл φ

пл $\varphi \perp l$

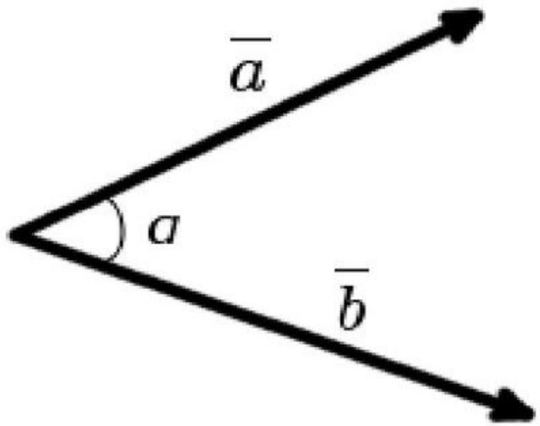
Теория проекции

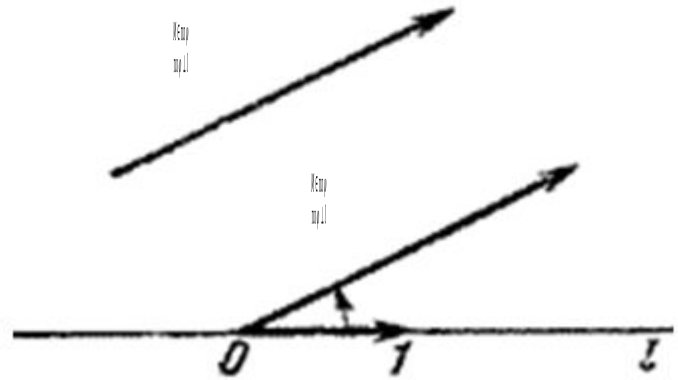


$M \in$ пл φ

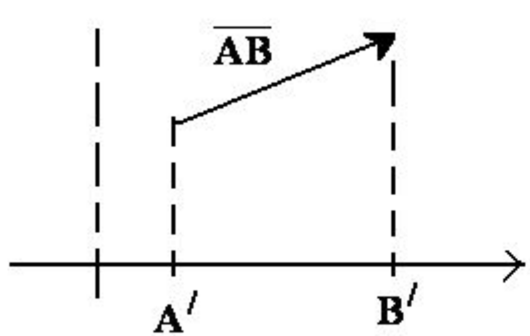
пл $\varphi \perp l$

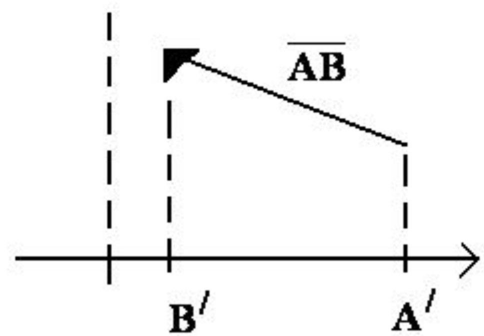
Теория проекции





Теория проекции

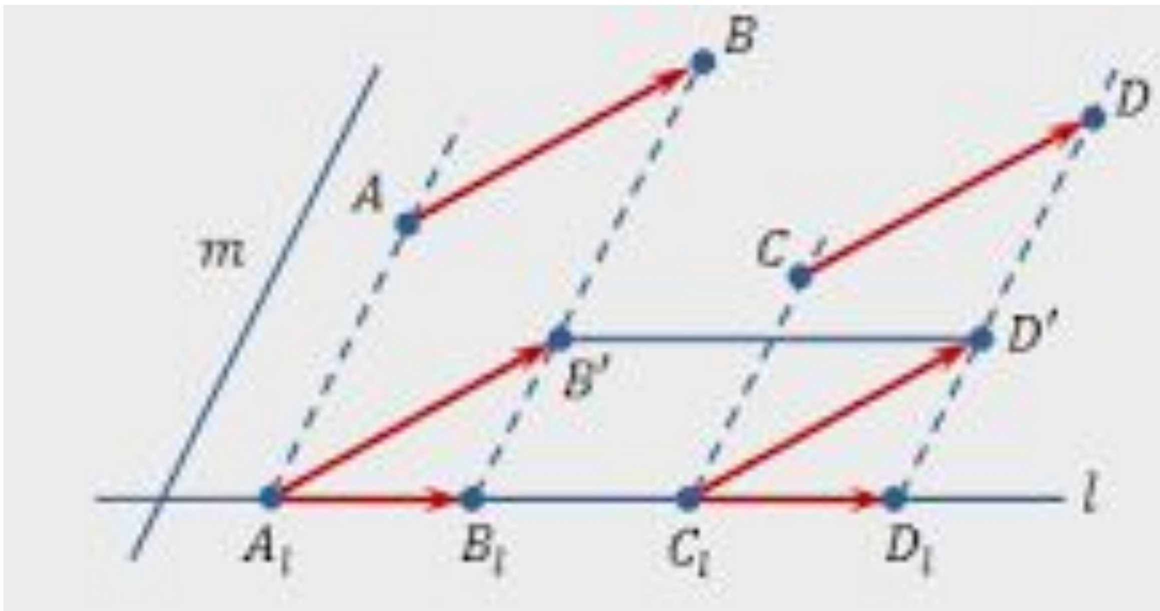




$M \in пл\,\varphi$
$пл\,\varphi \perp l$

$M \in пл\,\varphi$
$пл\,\varphi \perp l$

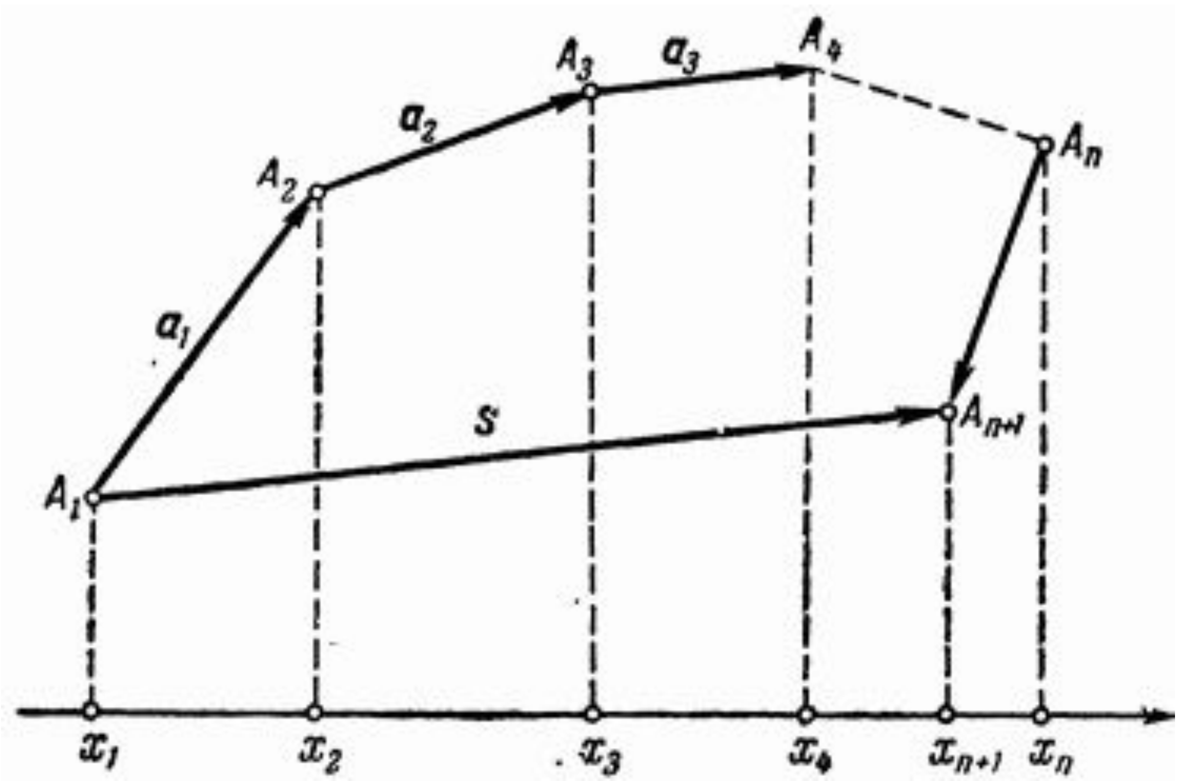
Теория проекции



$M \in$ пл φ

пл $\varphi \perp l$

Теория проекции



$$M \in \text{пл}\ \varphi$$
$$\text{пл}\ \varphi \perp l$$

Теория проекции

Свойства проекции вектора на ось.

1. При умножении вектора $\vec{AB}$ на число *m*, его проекция на ось умножается на то же число.

$$пр_{Ox} m \cdot \overrightarrow{AB} = m \cdot пр_{Ox} \overrightarrow{AB}$$

2. Проекция суммы двух векторов на ось равна сумме проекций составляющих на ту же ось:

$$пр_{Ox}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right) = пр_{Ox} \overrightarrow{AB} + пр_{Ox} \overrightarrow{CD}$$

Теория проекции

- $$M \in пл\varphi$$
  $$пл\varphi \perp l$$