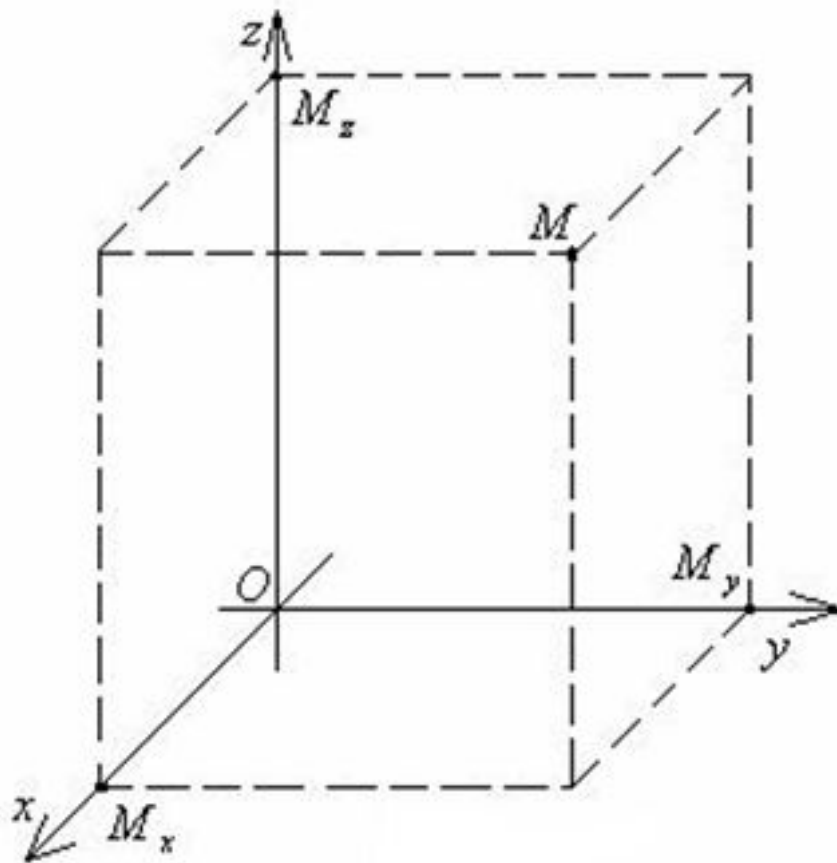
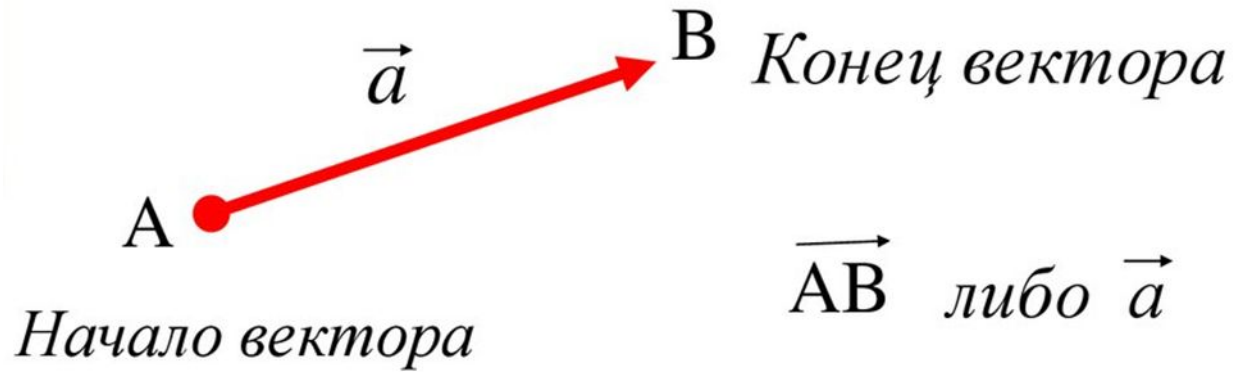


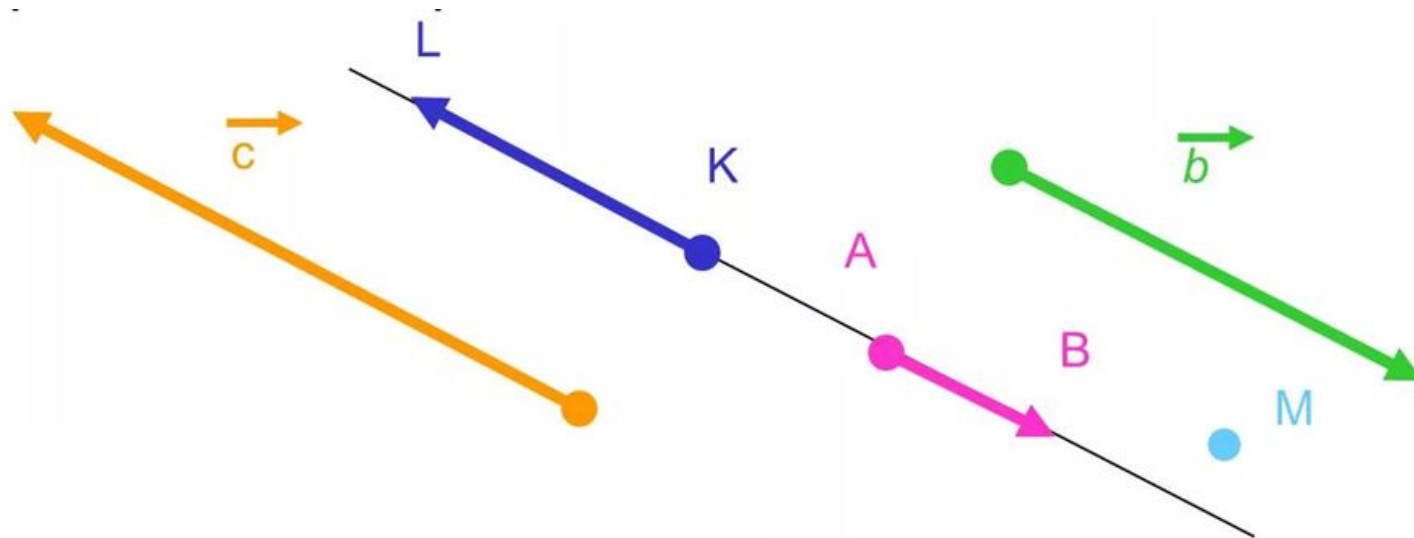
Прямоугольная система координат в пространстве



Понятие вектора



Коллинеарные векторы



N - мерность пространства

$$R^n = \{(x_1, x_2, \dots, x_n), x_1, x_2, \dots, x_n \in R\}$$

$$A(a_1, a_2, \dots, a_n)$$

$$B(b_1, b_2, \dots, b_n)$$

Координаты вектора \vec{a} :

$$a_x = x_2 - x_1;$$

$$a_y = y_2 - y_1;$$

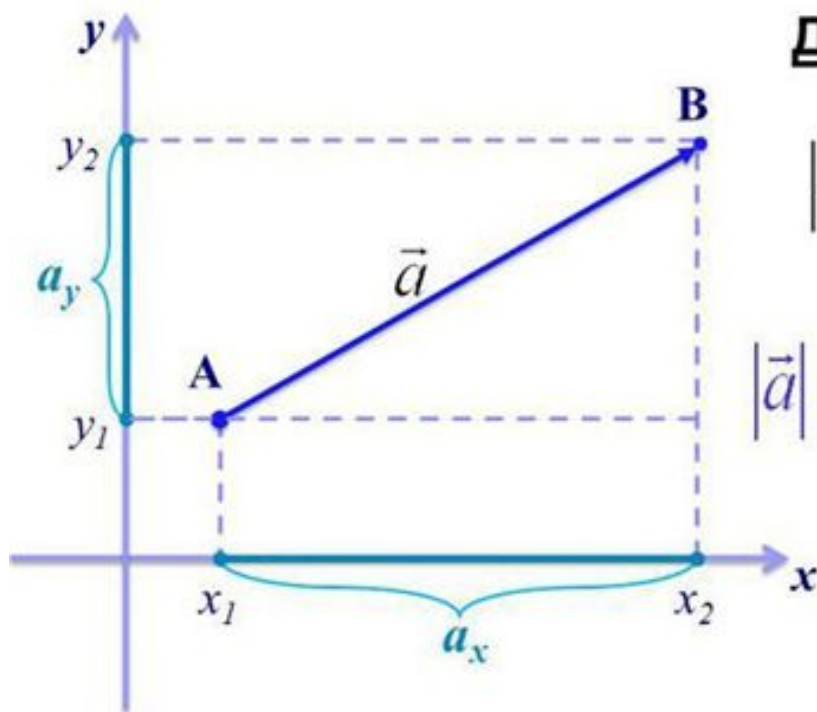
$$\vec{a} = (a_x; a_y)$$

$$\vec{a} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$

Длина вектора \vec{a} :

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

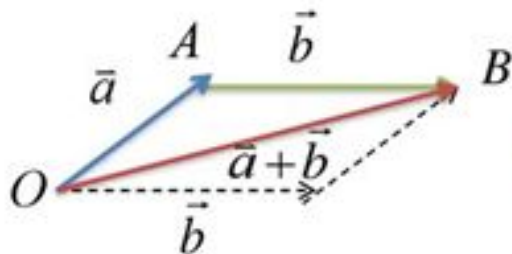
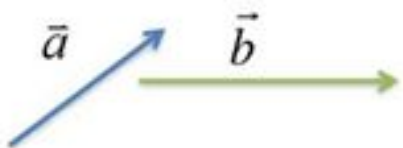
$$|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



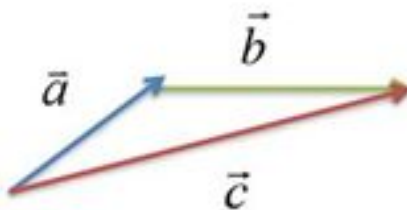
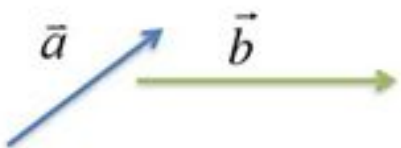
Пусть $\vec{a} \in R^n$, $\frac{a_x}{|\vec{a}|}, \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \dots, \frac{a_n}{|\vec{a}|}$ — направляющие косинусы

Линейные операции над векторами

Сумма векторов



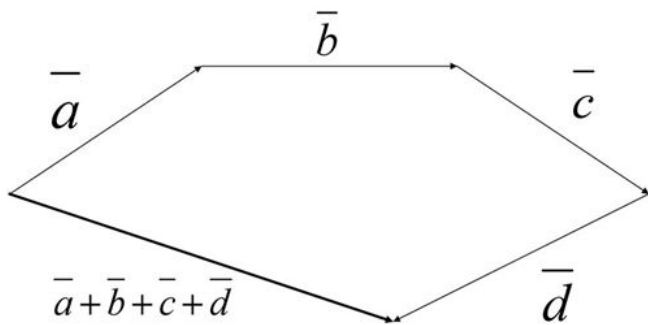
Правило параллелограмма



Правило треугольника

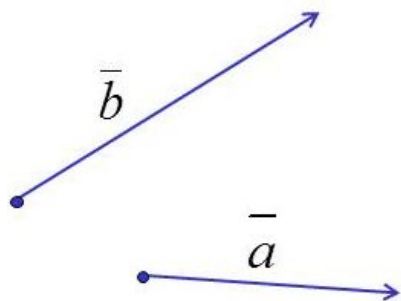
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Сумма нескольких векторов

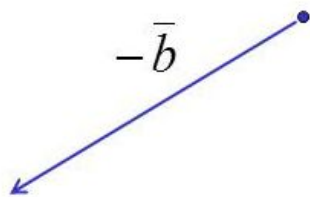
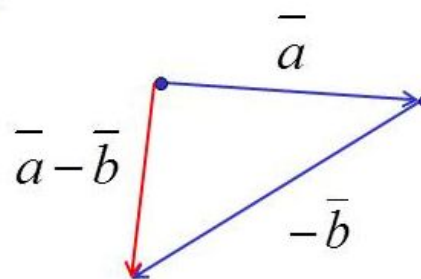


$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x; a_y \pm b_y; a_z \pm b_z)$$

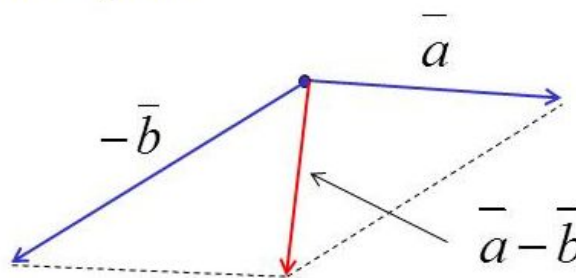
Разность векторов



правило треугольника



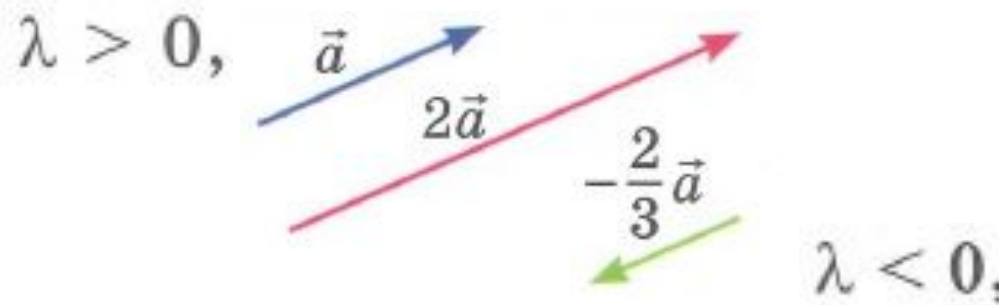
правило параллелограмма



$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Умножение вектора на скаляр

$$\lambda \cdot \vec{a} = \lambda \cdot (a_x; a_y; a_z) = (\lambda a_x; \lambda a_y; \lambda a_z)$$



$$\vec{a} + \vec{b} = 0$$

$$-1 \cdot \vec{a} = -\vec{a}$$

Свойства линейных операций над векторами

$$1) \quad \bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$$

$$2) \quad (\bar{a} + \bar{b}) + \bar{c} = \bar{a} + (\bar{b} + \bar{c})$$

$$3) \quad \bar{a} + \bar{0} = \bar{a}$$

$$4) \quad \bar{a} + (-\bar{a}) = \bar{0}$$

$$5) \quad k \cdot \bar{a} = \bar{a} \cdot k$$

$$6) \quad (k+l) \cdot \bar{a} = k\bar{a} + l\bar{a}$$

$$7) \quad (kl) \cdot \bar{a} = k(l\bar{a})$$

$$8) \quad k(\bar{a} + \bar{b}) = k\bar{a} + k\bar{b}$$

$$9) \quad 1 \cdot \bar{a} = \bar{a}$$

$$10) \quad 0 \cdot \bar{a} = \bar{0}$$

Скалярное произведение векторов

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$$

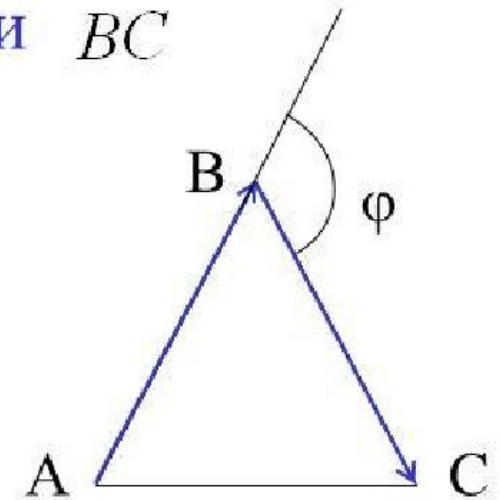
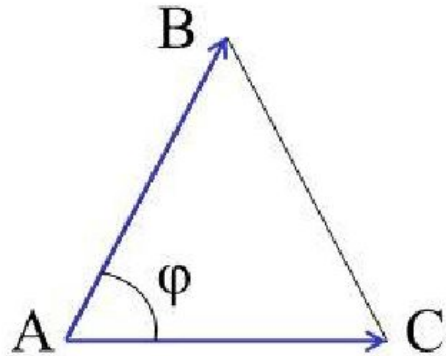
свойства скалярного произведения

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$;
2. $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$;
3. $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$;
4. $\lambda \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \lambda \vec{b} = \lambda \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$;
5. $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$;
6. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \quad (\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0)$
(критерий ортогональности векторов);

пример

Дан равносторонний треугольник ABC со стороной 6. Найти скалярное произведение векторов: 1) \overline{AB} и \overline{AC} 2) \overline{AB} и \overline{BC}

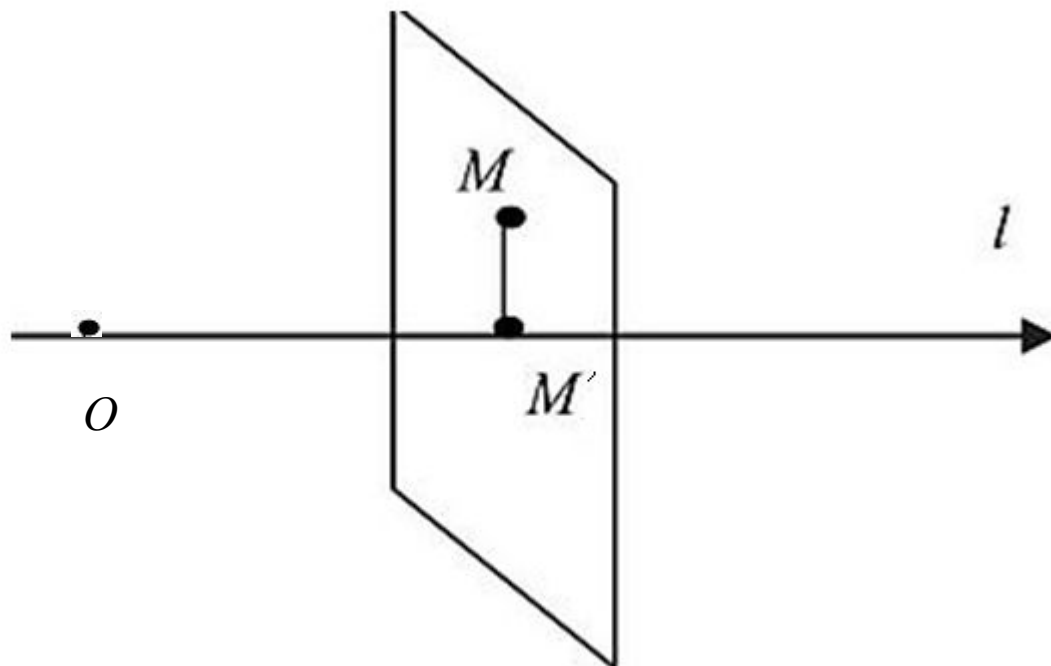
Решение.



$$1) \quad \overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}| \cdot \cos 60^\circ = 36 \cdot \frac{1}{2} = 18$$

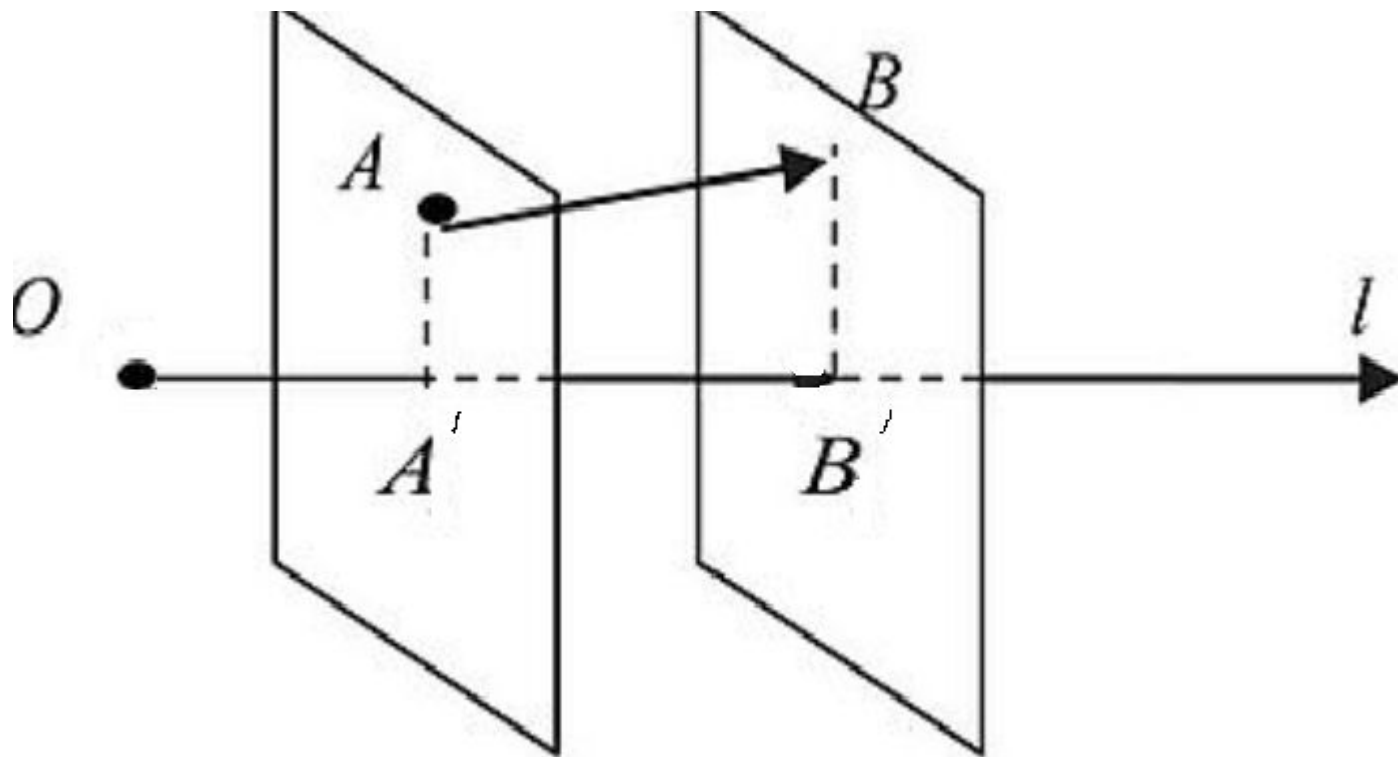
$$2) \quad \overline{AB} \cdot \overline{BC} = |\overline{AB}| \cdot |\overline{BC}| \cdot \cos 120^\circ = 36 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -18$$

Теория проекции



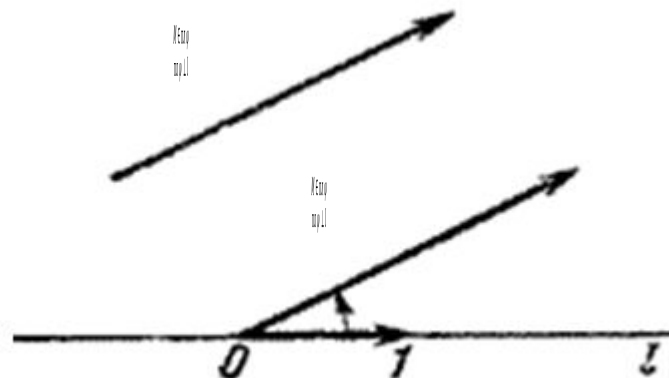
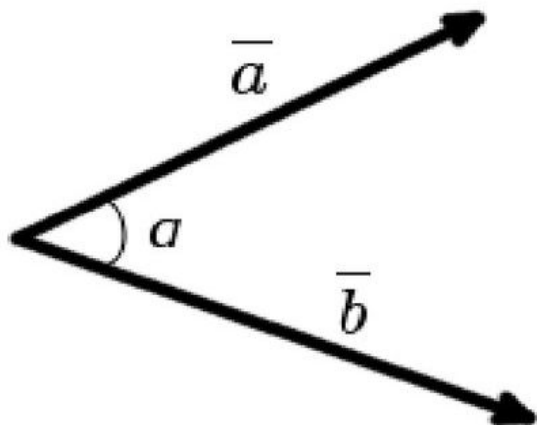
$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$

Теория проекции

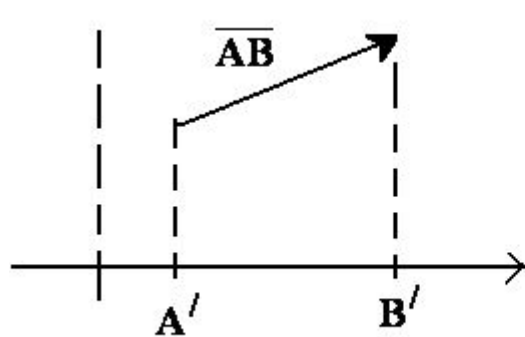


$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$

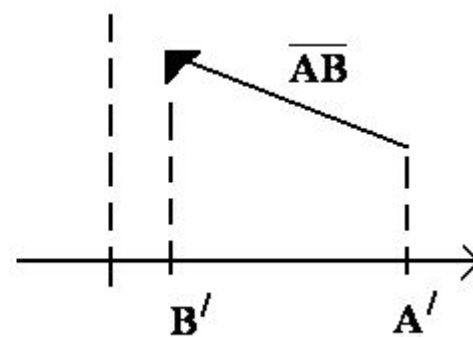
Теория проекции



Теория проекции

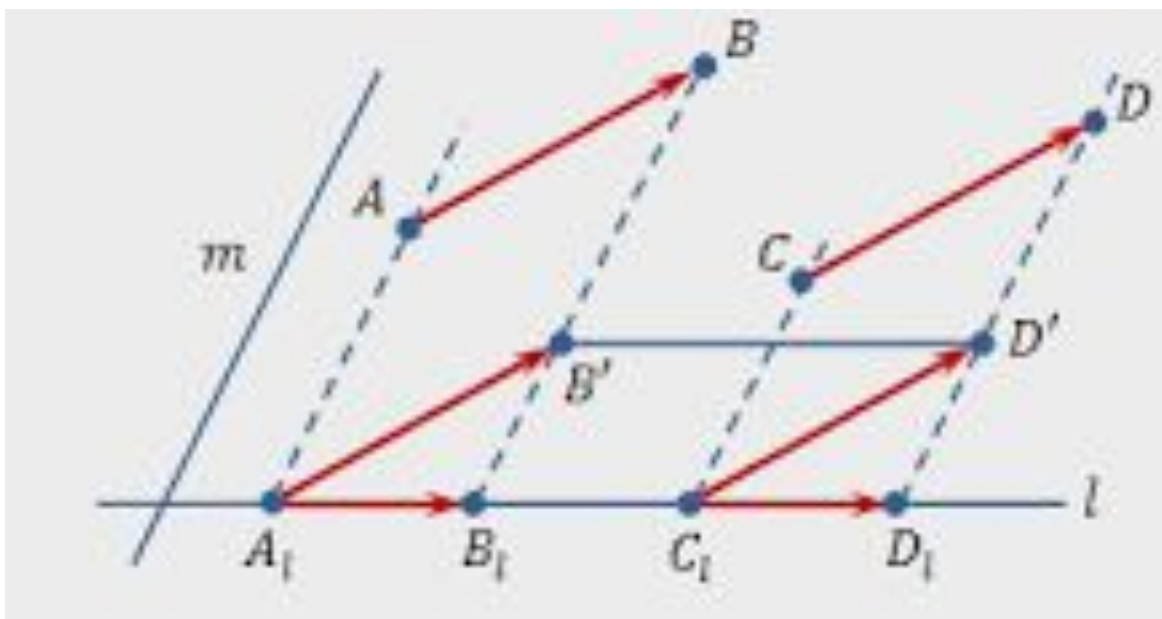


$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$



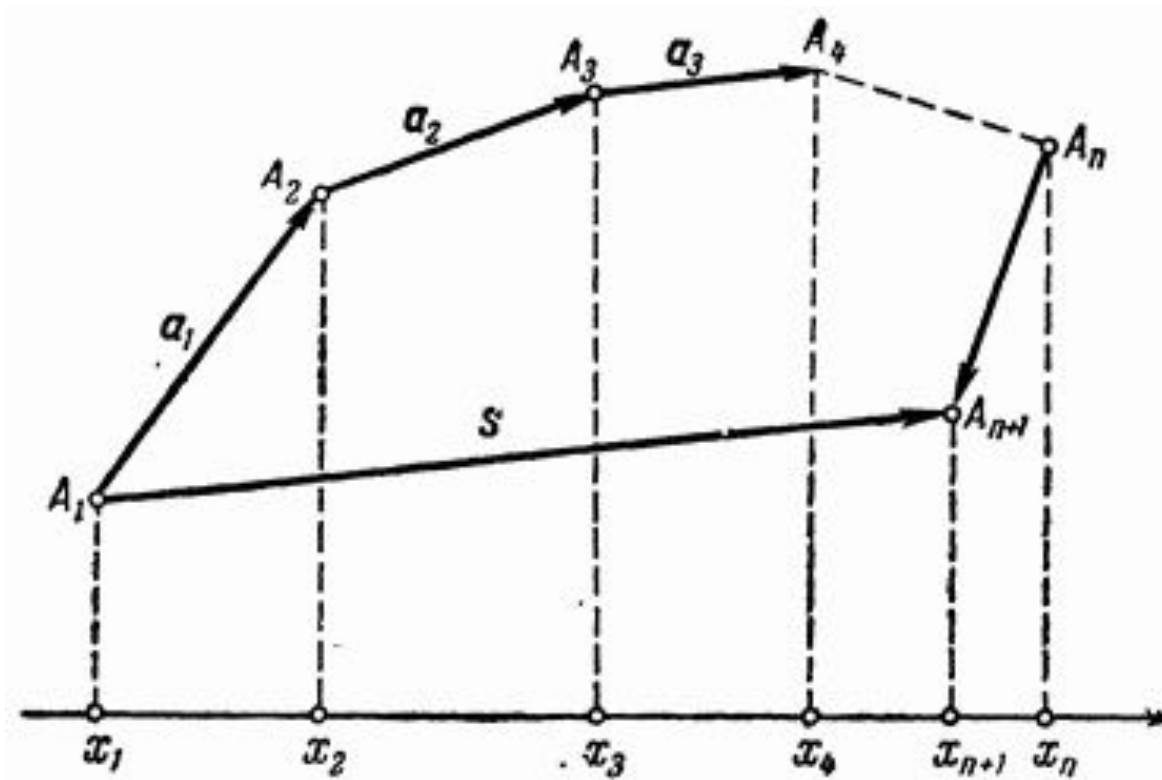
$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$

Теория проекции



$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$

Теория проекции



$M \in \text{пл } \varphi$
 $\text{пл } \varphi \perp l$

Теория проекции

Свойства проекции вектора на ось.

1. При умножении вектора \vec{AB} на число m , его проекция на ось умножается на то же число.

$$\text{пр}_{Ox} m \cdot \vec{AB} = m \cdot \text{пр}_{Ox} \vec{AB}$$

2. Проекция суммы двух векторов на ось равна сумме проекций составляющих на ту же ось:

$$\text{пр}_{Ox} (\vec{AB} + \vec{CD}) = \text{пр}_{Ox} \vec{AB} + \text{пр}_{Ox} \vec{CD}$$

Теория проекции

•

$M \in \text{пл } \varphi$

$\text{пл } \varphi \perp l$