

**Лекция 3.
Решение систем
с неизвестными
множествами**

1. Формула включения и исключения

Пусть $|A|=m$, $|B|=n$, $|AB|=k$

$$|A \cup B| = (m-k) + k + (n-k) =$$

$$|A| + |B| - |AB|$$

Для трех множеств:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |AB| -$$

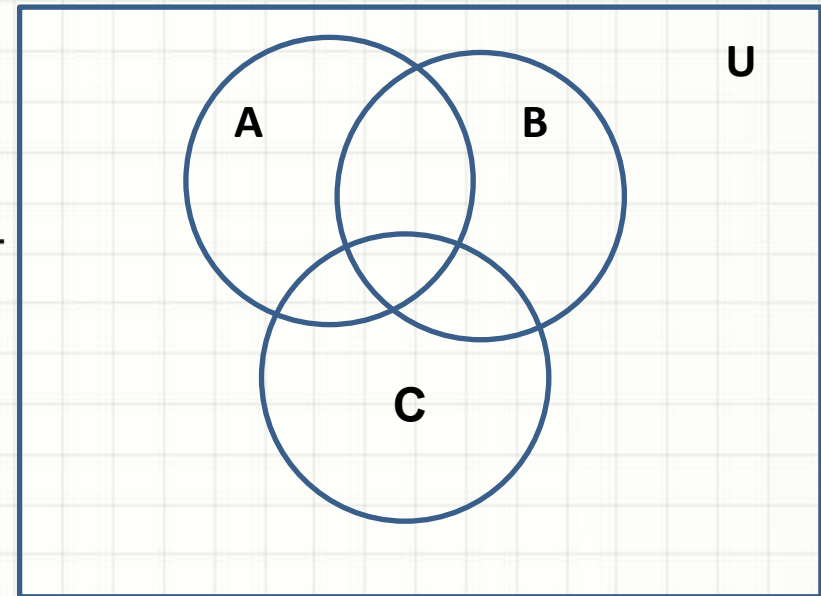
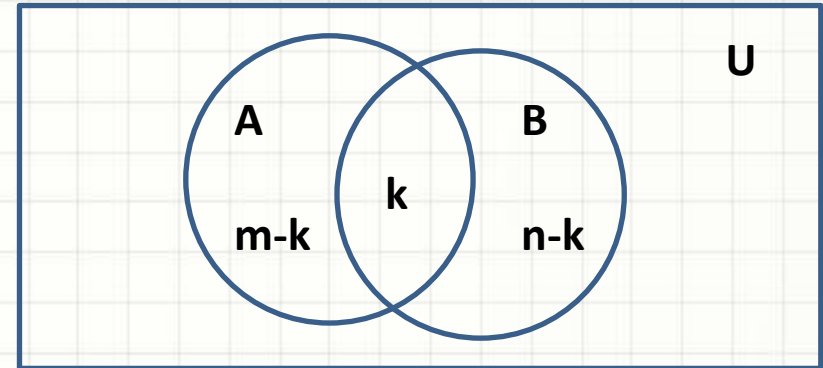
$$- |AC| - |BC| + |ABC|$$

Для n множеств:

$$\left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| = \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{i,j=1}^n |A_i A_j| +$$

$$+ \sum_{i,j,k=1}^n |A_i A_j A_k| - \dots +$$

$$+ (-1)^{n-1} |A_1 A_2 \dots A_n|$$



2. Решение систем с неизвестными множествами

Утверждение. $A=B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$

Доказательство:

A) необходимость

$$A=B \Rightarrow$$

$$A \subseteq B \quad \text{и} \quad B \subseteq A \Rightarrow$$

$$A \setminus B = \emptyset \quad \text{и} \quad B \setminus A = \emptyset \Rightarrow$$

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$$

2. Решение систем с неизвестными множествами

Утверждение. $A=B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$

Доказательство:

А) необходимость

$$A=B \Leftarrow$$

$$A \subseteq B \quad \text{и} \quad B \subseteq A \Leftarrow$$

$$A \setminus B = \emptyset \quad \text{и} \quad B \setminus A = \emptyset \Leftarrow$$

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$$

Б) достаточность

2. Решение систем с неизвестными множествами

Утверждение. $A=B \Leftrightarrow (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$

Доказательство:

А) необходимость

$$A=B \Leftrightarrow$$

$$A \subseteq B \quad \text{и} \quad B \subseteq A \Leftrightarrow$$

$$A \setminus B = \emptyset \quad \text{и} \quad B \setminus A = \emptyset \Leftrightarrow$$

$$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$$

Б) достаточность



2. Решение систем с неизвестными множествами

• Базовая система уравнений $\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases}$

A, B – известные множества, X – неизвестное множество

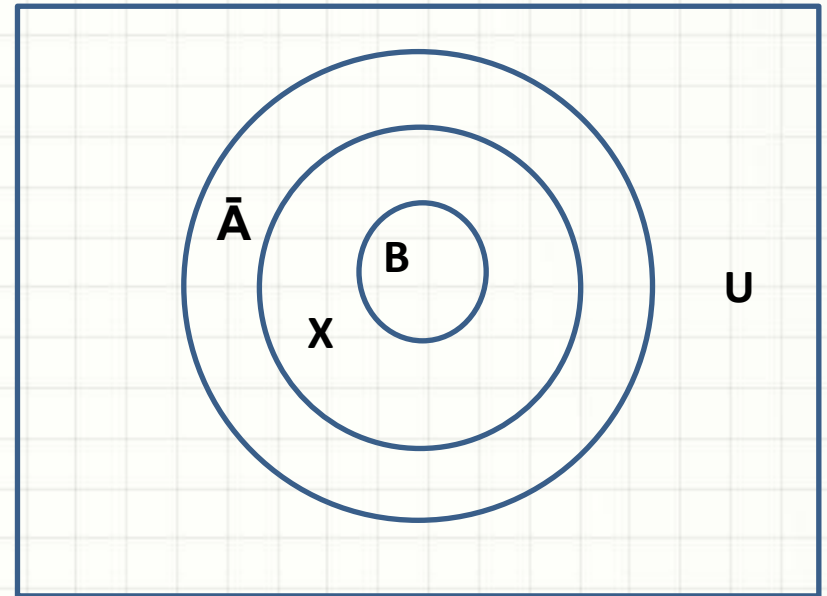
$$\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow$$

2. Решение систем с неизвестными множествами

• Базовая система уравнений $\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases}$

A, B – известные множества, X – неизвестное множество

$$\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow$$

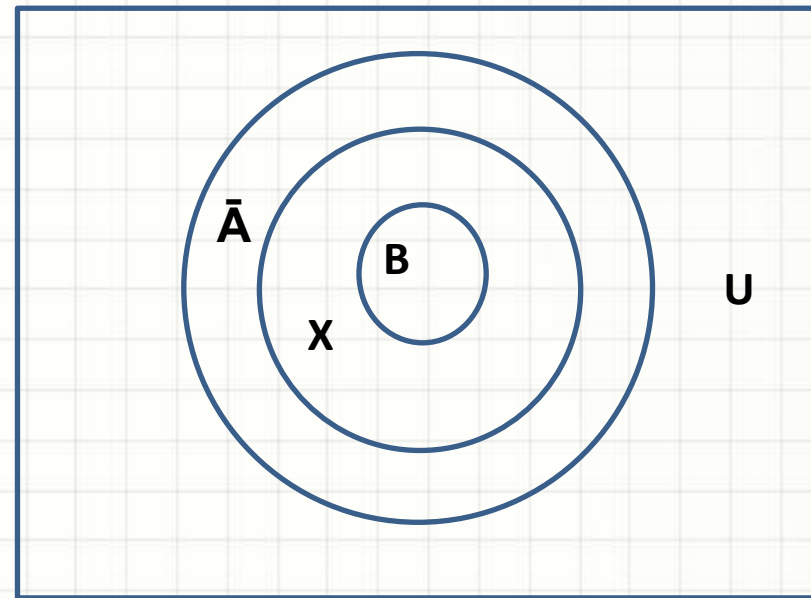


2. Решение систем с неизвестными множествами

• Базовая система уравнений $\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases}$

A, B – известные множества, X – неизвестное множество

$$\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X \subseteq \bar{A} \\ B \subseteq X \end{cases}$$



2. Решение систем с неизвестными множествами

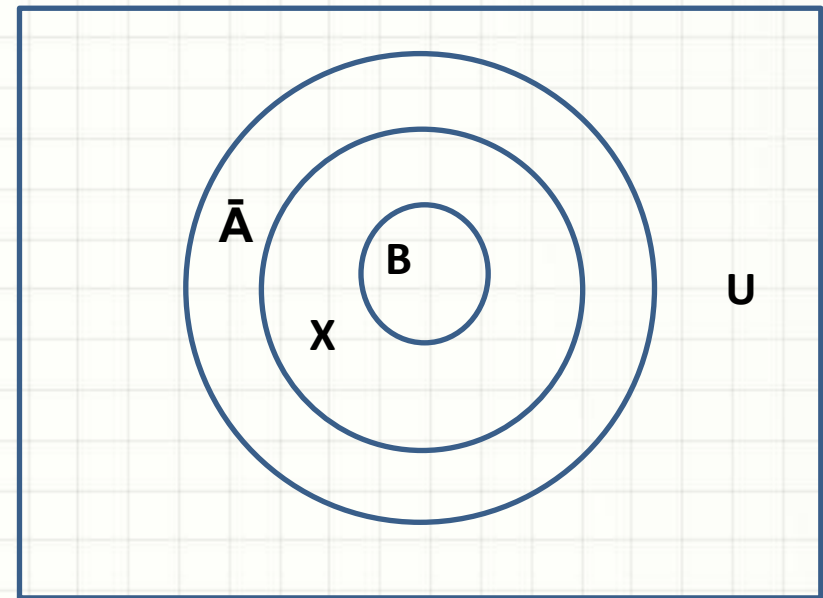
• Базовая система уравнений $\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases}$

A, B – известные множества, X – неизвестное множество

$$\begin{cases} AX = \emptyset \\ B\bar{X} = \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X \subseteq \bar{A} \\ B \subseteq X \end{cases} \Leftrightarrow B \subseteq X \subseteq \bar{A}.$$

$B \subseteq \bar{A}$ - необходимое
и достаточное условие
для существования
решения системы.

Чтобы решить систему,
нужно использовать условия
равенства двух множеств
и свести эту систему
к эквивалентной базовой
системе.





Вопросы?