



Элементы комбинаторики

Комбинации: размещения,
перестановки, сочетания
(без повторений).



Презентация подготовлена учителем математики
ГБОУ СОШ № 1367 г. Москвы
МИТИНОЙ ЛЮДМИЛОЙ НИКОЛАЕВНОЙ

Комбинации

Определение.

Различные группы, составленные из каких-либо элементов (предметов) и отличающиеся одна от другой либо числом элементов, либо самими элементами, либо их порядком, называют комбинациями





Общие правила
комбинаторики



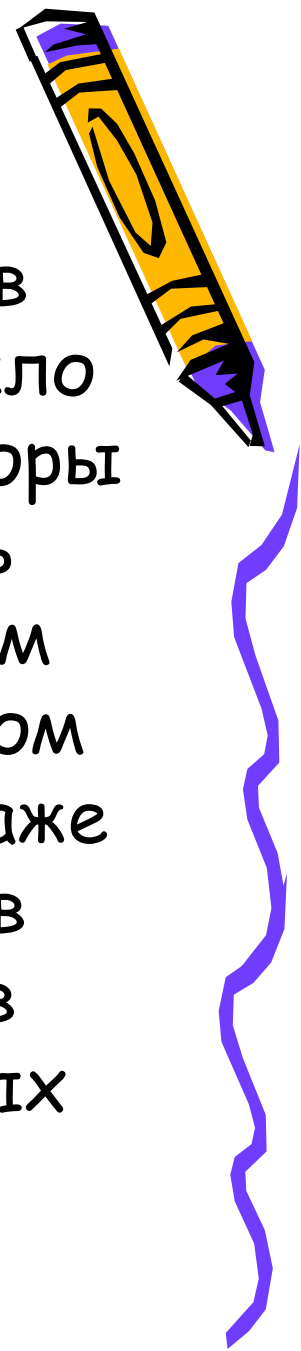
Правило суммы

Если некоторый объект A может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект B может быть выбран n способами, то выбрать либо A , либо B можно $m+n$ способами.



Пример 1

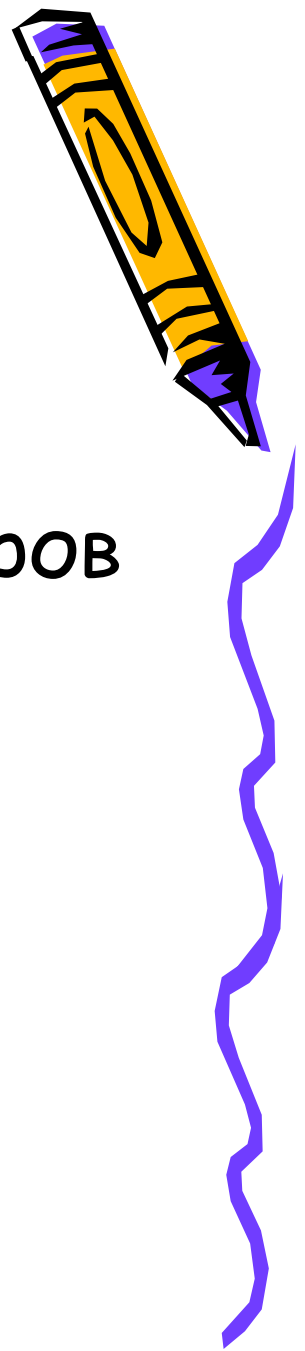
В качестве призов для участников школьного вернисажа решено было купить акварельные краски и наборы фломастеров, чтобы наградить каждого участника либо набором акварельных красок, либо набором фломастеров. В магазине в продаже оказалось 7 различных наборов красок и 12 различных наборов фломастеров. Сколько различных подарков можно сделать при имеющемся ассортименте?



Решение

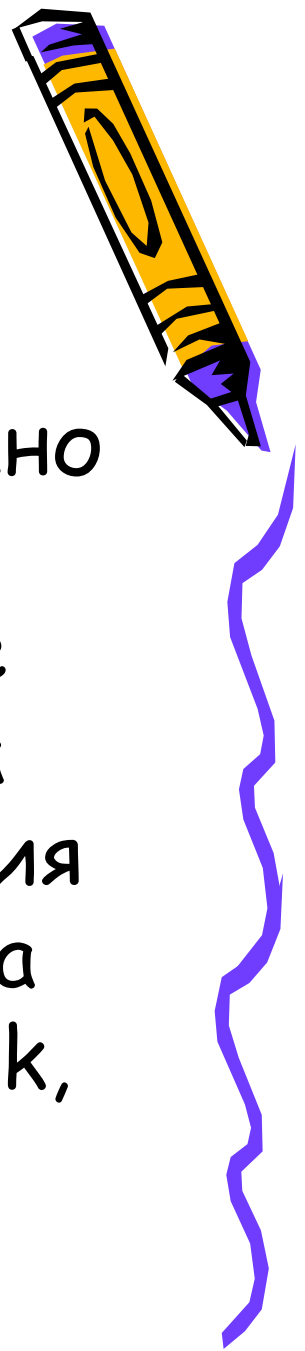
Число выборов набора красок $m=7$,
число выборов набора фломастеров
 $n=12$, тогда число выборов либо
набора красок, либо набора
фломастеров равно $m+n=7+12=19$.

Ответ: 19.



При использовании правила суммы

в приведенной формулировке нужно следить, чтобы ни один из способов выбора объекта A не совпадал со способом выбора объекта B . Если такие совпадения есть, то число способов выбора либо A , либо B составляет $m+n-k$, где k - число совпадений



Пример 2

Все ученики класса занимаются двумя видами спорта- легкой атлетикой и волейболом. Волейболом занимаются 12 учеников, а легкой атлетикой- 19, причем 5 учеников, занимающихся легкой атлетикой, занимаются также и волейболом. Сколько учеников в классе?



Решение:

Число учеников, занимающихся волейболом $m=12$, число учеников, занимающихся легкой атлетикой $n=19$, число учеников, занимающихся обоими видами спорта $k=5$, значит число учеников класса равно $m+n-k=12+19-5=26$

Ответ: 26.



Правило произведения

Если объект A можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать n способами, то пара объектов (A, B) в указанном порядке может быть выбрана mn способами



Пример 3

В качестве призов для участников школьного вернисажа решено было купить акварельные краски и наборы фломастеров, чтобы наградить каждого участника одним набором акварельных красок и одним набором фломастеров. В магазине в продаже оказалось 7 различных наборов красок и 12 различных наборов фломастеров. Сколько различных подарков можно сделать при имеющемся ассортименте?



Решение

Число выборов набора красок $m=7$,
число выборов набора фломастеров
 $n=12$, тогда число выборов одного
набора красок и одного набора
фломастеров равно $m \cdot n = 7 \cdot 12 = 84$.

Ответ: 84.



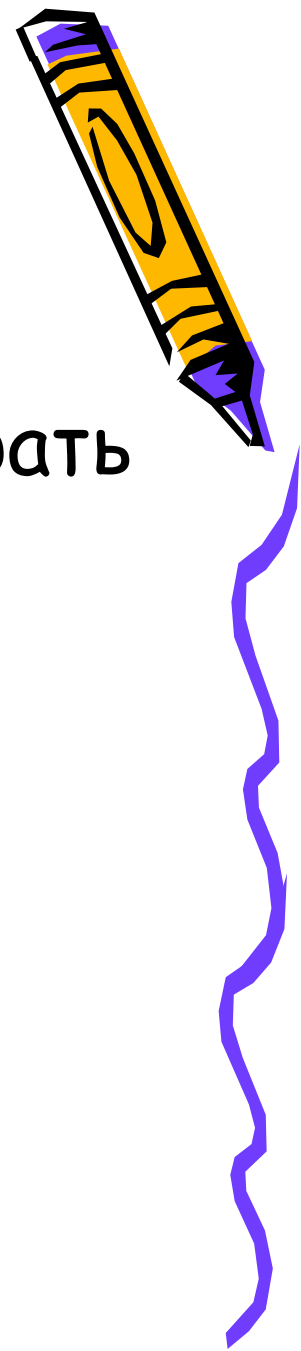
Задача 4

Имеется 6 пар перчаток различных цветов. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на левую руку, а одну на правую руку так, чтобы перчатки были разных цветов?



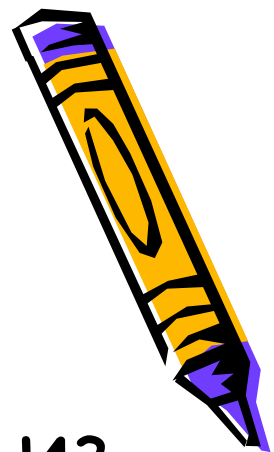
Задача 5

Сколько способами можно выбрать одну гласную и одну согласную буквы из слова «тропа»?



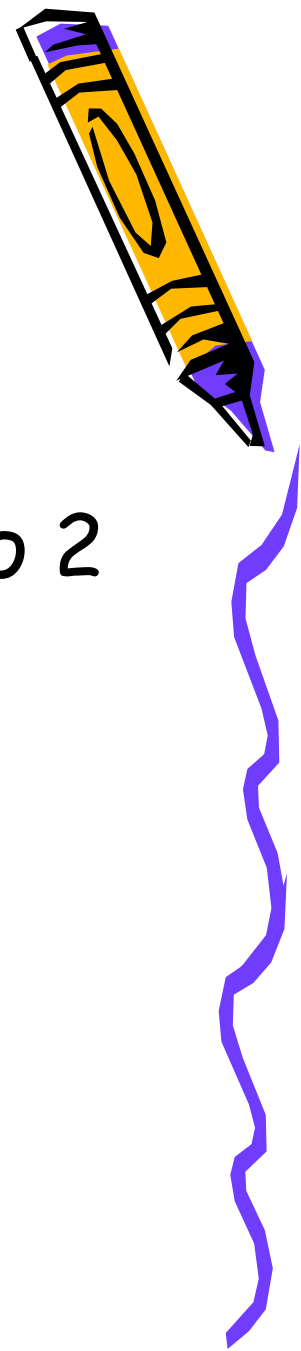
Размещения

- это комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой и отличающиеся одна от другой либо составом элементов, либо порядком следования элементов.



Пример 4

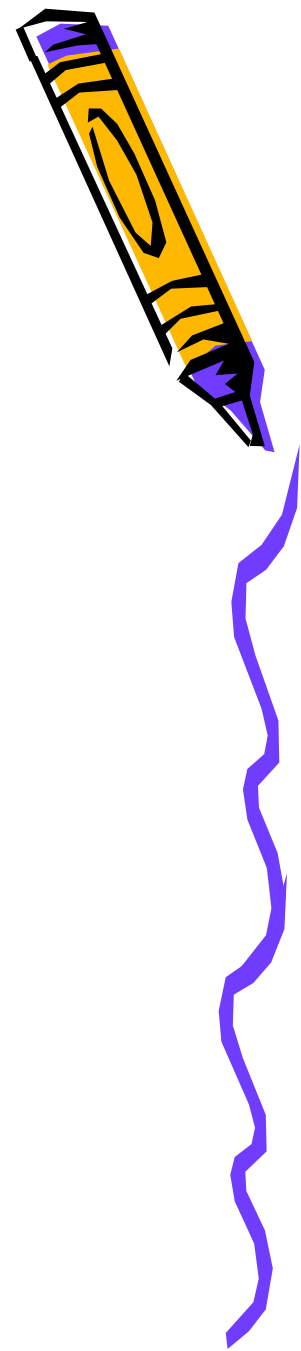
Сколько различных комбинаций
можно создать из букв А, В и С по 2
буквы в каждой?



Решение:

AB, AC, BA, BC, CA, CB

Ответ: 6.



Формула числа размещений



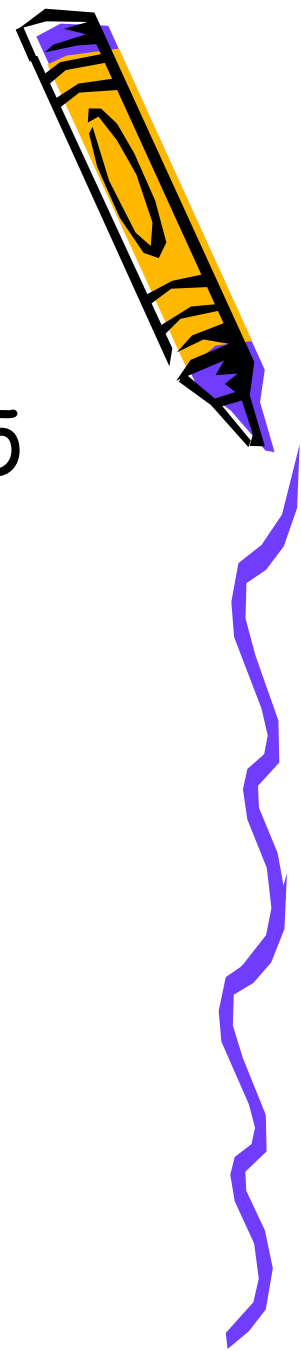
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} =$$

$$n(n-1)(n-2) \dots (n-m+1)$$



Пример 5

В классе 10 учебных предметов и 5 разных уроков в день. Сколькими способами могут быть распределены уроки в день?



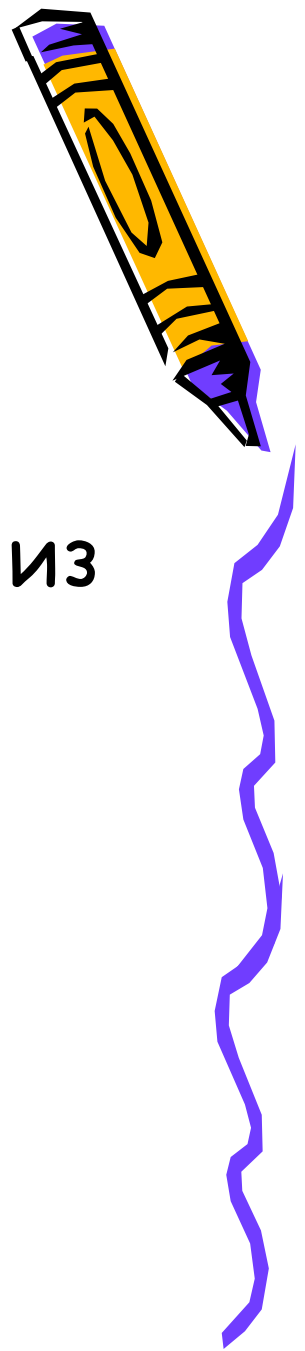
Пример 6

Научное общество состоит из 25 человек. Надо выбрать президента общества, вице-президента, ученого секретаря и казначея. Сколькими способами может быть сделан этот выбор, если каждый член общества может занимать лишь один пост?



Перестановки

- это комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.



Пример 7

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?



Решение:

123, 132, 213, 231, 312, 321

Ответ: 6.



Формула числа перестановок

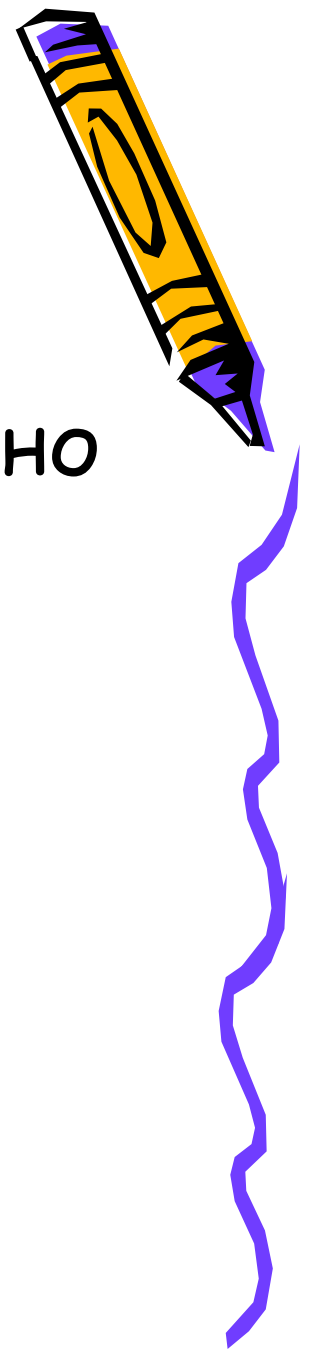


$$P_n = n! = n(n-1)(n-2) \dots \cdot 2 \cdot 1$$



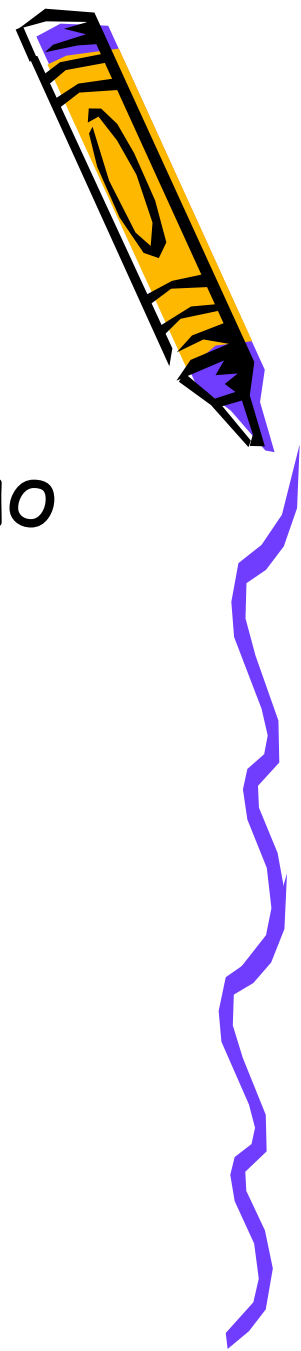
Пример 8

Сколько девятизначных чисел можно написать девятью разными цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Пример 9

Сколькими способами можно разместить 12 лиц за столом, на котором поставлено 12 приборов?



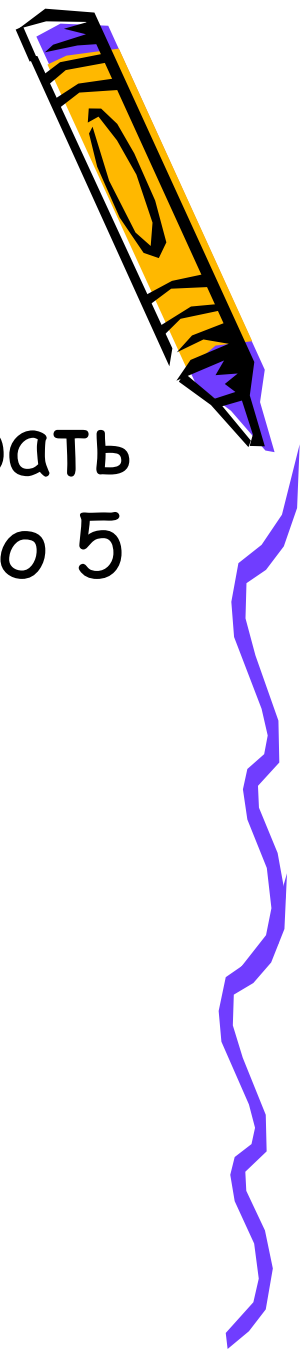
Сочетания

- это комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов в каждой и отличающиеся одна от другой хотя бы одним элементом



Пример 10

Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика содержащего 5 деталей?



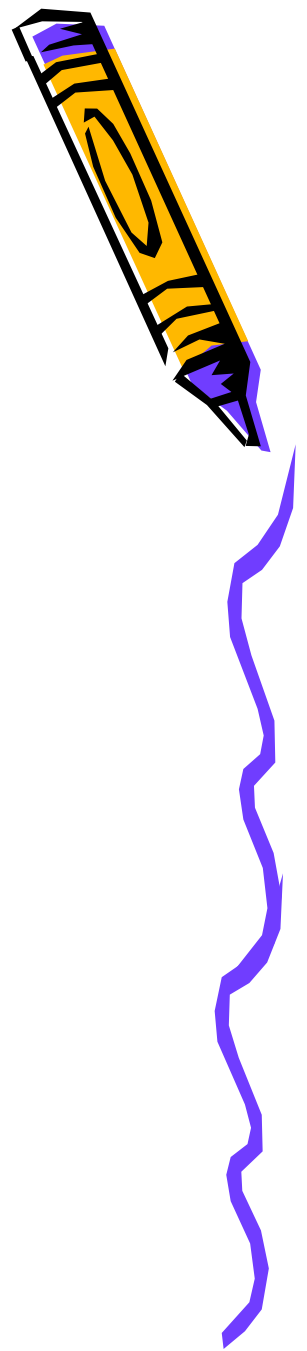
Решение:

Пусть детали пронумерованы:

1, 2, 3, 4, 5. Тогда возможны
следующие исходы

12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 34, 35, 45.

Ответ: 10.



Формула числа сочетаний



$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



Пример 11

Из 10 кандидатов на одну и ту же должность должны быть выбраны трое. Сколько может быть вариантов такого выбора?

