

# Тригонометрия 6.

# Проверка домашнего задания.

- 1. Назовите формулы двойного угла.

## ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

## 2. Назовите формулы половинного

### **ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО УГЛА**

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \qquad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

# Универсальная тригонометрическая подстановка.

$$1) \sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$2) \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$4) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

# Самостоятельная работа

## В-1

1. Упростите выражение:

1)  $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$  ;

2. Упростите выражение:

1)  $\sin \varphi \cos 3\varphi + \cos \varphi \sin 3\varphi$  ;

2)  $\cos 64^\circ \cos 34^\circ + \sin 64^\circ \sin 34^\circ$

3. Пользуясь формулами сложения, найдите: 1)  $\sin 15^\circ$ ;

4. Докажите тождество:

1) 
$$\frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha;$$

## В-2

Упростите выражение:

1)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$  ;

Упростите выражение:

1)  $\cos 6\alpha \cos 4\alpha - \sin 6\alpha \sin 4\alpha$  ;

2)  $\sin 14^\circ \cos 31^\circ + \cos 14^\circ \sin 31^\circ$  ;

Пользуясь формулами сложения, найдите: 1)  $\cos 75^\circ$ ;

Докажите тождество:

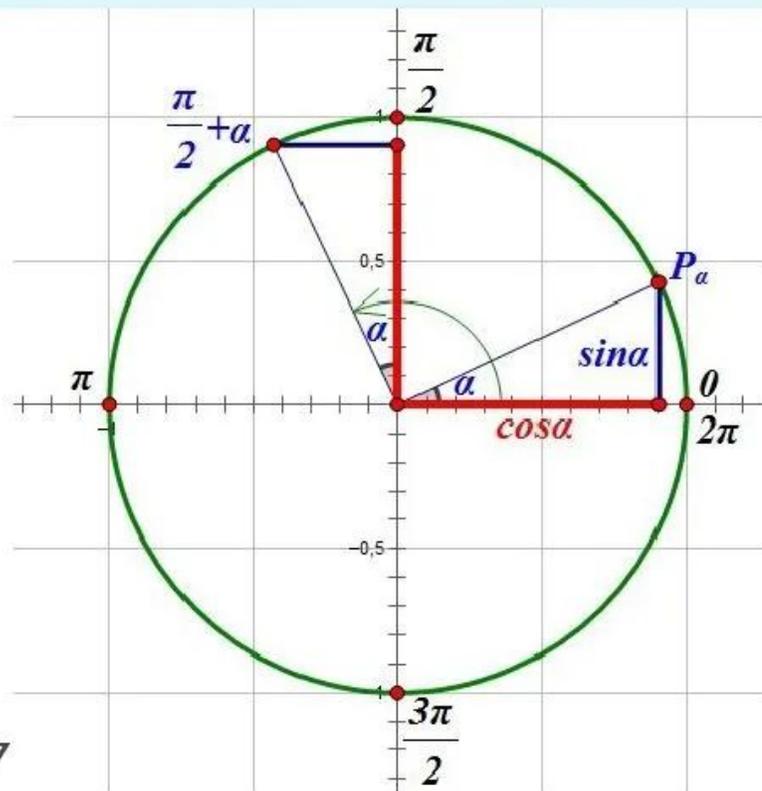
1) 
$$\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta;$$



- **Формулы приведения**

# Построим углы и рассмотрим образованные треугольники.

## Формулы приведения



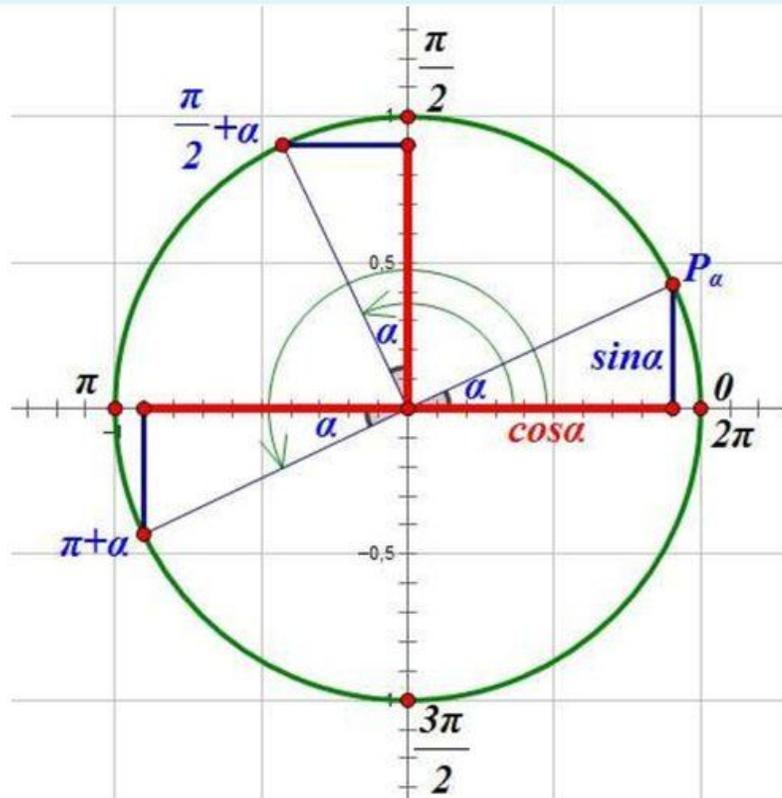
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha} = -\operatorname{ctg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\operatorname{tg}\alpha$$

## Формулы приведения



$$\begin{aligned}\sin(\pi + \alpha) &= -\sin\alpha \\ \cos(\pi + \alpha) &= -\cos\alpha\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \frac{-\cos\alpha}{-\sin\alpha} = \operatorname{ctg}\alpha$$

## Формулы приведения

Формулы приведения – это формулы, сводящие значения тригонометрической функции аргумента вида

$$\frac{\pi n}{2} \pm \alpha, n \in \mathbb{Z} \text{ к функции аргумента } \alpha.$$

Функция	Аргумент $t$						
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin t$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos t$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

# Правило.

- 1..Если в формулах приведение содержатся углы
- $(\pi \pm \alpha)$  и  $(2\pi \pm \alpha)$ , то наименование функции не меняется, а если содержатся углы
- $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$  и  $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$ , то наименование функции меняется на конфункцию.
- 2. Знак функции определяется по четверти, в которой оканчивается первоначально заданный угол

# Тригонометрические выражения

Найдите  $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0,8^2} = -0,6$$

Перед корнем знак минус, так как косинус во 2 четверти  $< 0$

$$-\cos \alpha = -(-0,6) = 0,6$$

**ЗАДАНИЕ 1.** *ВЫРАЗИТЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ  
ФУНКЦИИ ЧЕРЕЗ УГОЛ МЕНЬШЕ 45°.*

$$\sin 168^\circ = \sin(180^\circ - 12^\circ) = \sin 12^\circ$$

$$\cos 123^\circ = \cos(90^\circ + 33^\circ) = -\sin 33^\circ$$

$$\operatorname{tg} 174^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 6^\circ) = -\operatorname{tg} 6^\circ$$

$$\operatorname{tg} 263^\circ = \operatorname{tg}(270^\circ - 7^\circ) = \operatorname{ctg} 7^\circ$$

$$\operatorname{ctg}(-380^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ + 20^\circ) = -\operatorname{ctg} 20^\circ$$

$$\cos(-969^\circ) = \cos(270^\circ - 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$



# Пример:

$$\frac{\pi}{2} + t$$

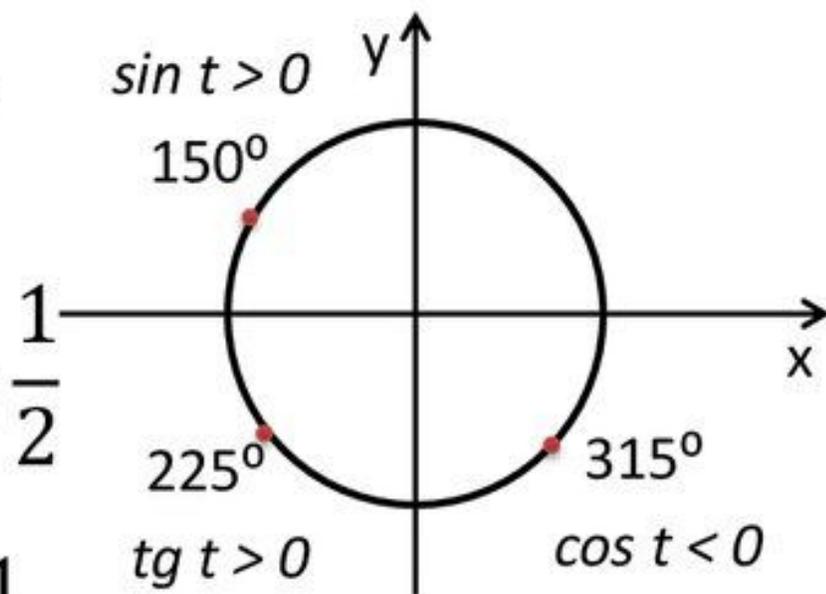
Найти а)  $\sin 150^\circ$ , б)  $\operatorname{tg} 225^\circ$ , в)  $\cos 315^\circ$ .

Решение:

$$\text{а) } \sin 150^\circ = \sin(90^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ + 45^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$\text{в) } \cos 315^\circ = \cos(270^\circ + 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



### ЗАДАНИЕ 3. УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ.

$$\frac{-\operatorname{tg}132^\circ \cdot \operatorname{ctg}228^\circ - \cos 115^\circ \cdot \cos 245^\circ}{\operatorname{ctg}197^\circ \cdot \operatorname{ctg}253^\circ + \operatorname{tg}155^\circ \operatorname{tg}295^\circ} =$$

$$\frac{-\operatorname{tg}(90^\circ + 42^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(270^\circ - 42^\circ) - \cos(90^\circ + 25^\circ) \cdot \cos(270^\circ - 25^\circ)}{\operatorname{ctg}(180^\circ + 17^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(270^\circ - 17^\circ) + \operatorname{tg}(180^\circ - 25^\circ) \cdot \operatorname{tg}(270^\circ + 25^\circ)} =$$

$$\frac{\operatorname{ctg}42^\circ \cdot \operatorname{tg}42^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\operatorname{ctg}17^\circ \cdot \operatorname{tg}17^\circ + \operatorname{tg}25^\circ \cdot \operatorname{ctg}25^\circ} =$$

$$\frac{1 - \sin^2 25^\circ}{2} = \frac{1}{2} \cos^2 25^\circ$$



## **C-11. Формулы приведения**

### *Вариант 1*

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а)  $(\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ;$

б)  $\cos \frac{11\pi}{3} \operatorname{ctg} \left( -\frac{21\pi}{4} \right).$

2. Упростите выражение  $\frac{\sin (\pi - \alpha)}{2 \cos \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right)}$ .

# Решим задание № 530(1)

$$\bullet \cos 630^\circ - \sin 1470^\circ - \operatorname{ctg} 1125^\circ$$

# Домашнее задание:

- 1. Выучить материал урока.
- 2. Выполнить решения: Алимов Ш.  
А. № 526( 2,4,6,8); № 530 (2,4)