Тригонометрия 6.

Проверка домашнего задания.

- 1. Назовите формулы двойного угла.

ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} \qquad ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}$$

2. Назовите формулы половинного

ФОРМУЛЫ ПОЛОВИННОГО УГЛА

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$ctg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Универсальная тригонометрическая подстановка.

1) $\sin\alpha = \dfrac{2tg\dfrac{\alpha}{2}}{1+tg^2\dfrac{\alpha}{2}}$

3) $tg\alpha = \dfrac{2tg\dfrac{\alpha}{2}}{1-tg^2\dfrac{\alpha}{2}}$

2) $\cos\alpha = \dfrac{1-tg^2\dfrac{\alpha}{2}}{1+tg^2\dfrac{\alpha}{2}}$

4) $ctg\alpha = \dfrac{1-tg^2\dfrac{\alpha}{2}}{2tg\dfrac{\alpha}{2}}$

Самостоятельная работа

В-1

1. Упростите выражение:
   1) $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$;

2. Упростите выражение:
   1) $\sin\varphi\cos 3\varphi + \cos\varphi\sin 3\varphi$;
   2) $\cos 64^\circ \cos 34^\circ + \sin 64^\circ \sin 34^\circ$

3. Пользуясь формулами сложения, найдите: 1) $\sin 15^\circ$;

4. Докажите тождество:
   1) $\dfrac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)} = \mathrm{tg}\,\alpha$;

В-2

Упростите выражение:
1) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$;

Упростите выражение:
1) $\cos 6\alpha \cos 4\alpha - \sin 6\alpha \sin 4\alpha$;
2) $\sin 14^\circ \cos 31^\circ + \cos 14^\circ \sin 31^\circ$;

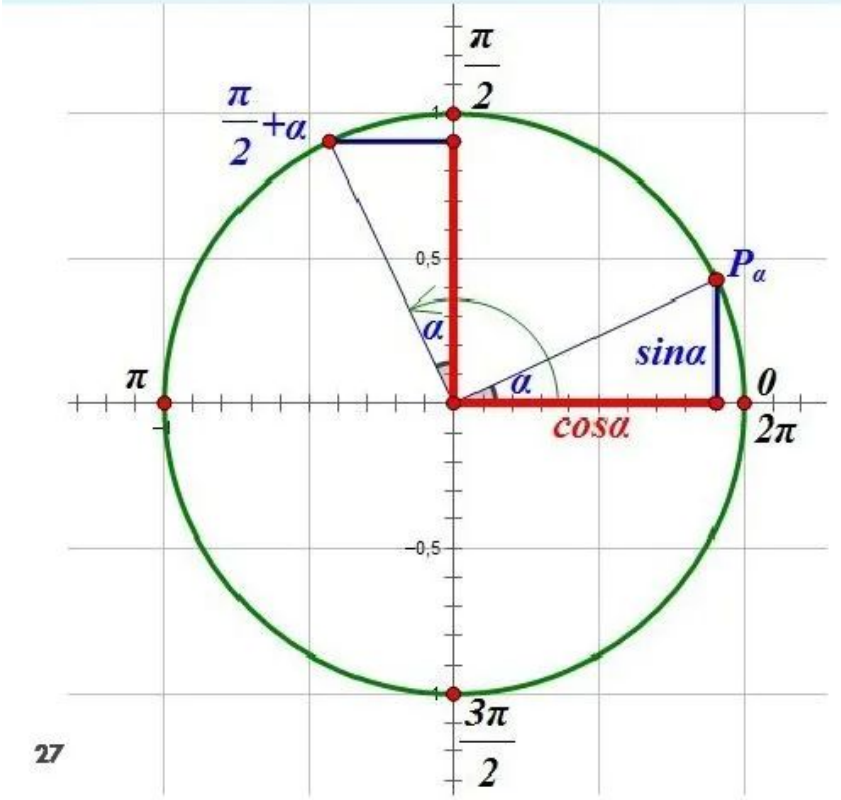
Пользуясь формулами сложения, найдите: 1) $\cos 75^\circ$;

Докажите тождество:
1) $\dfrac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta$;

- Формулы приведения

Построим углы и рассмотрим образованные треугольники.

Формулы приведения



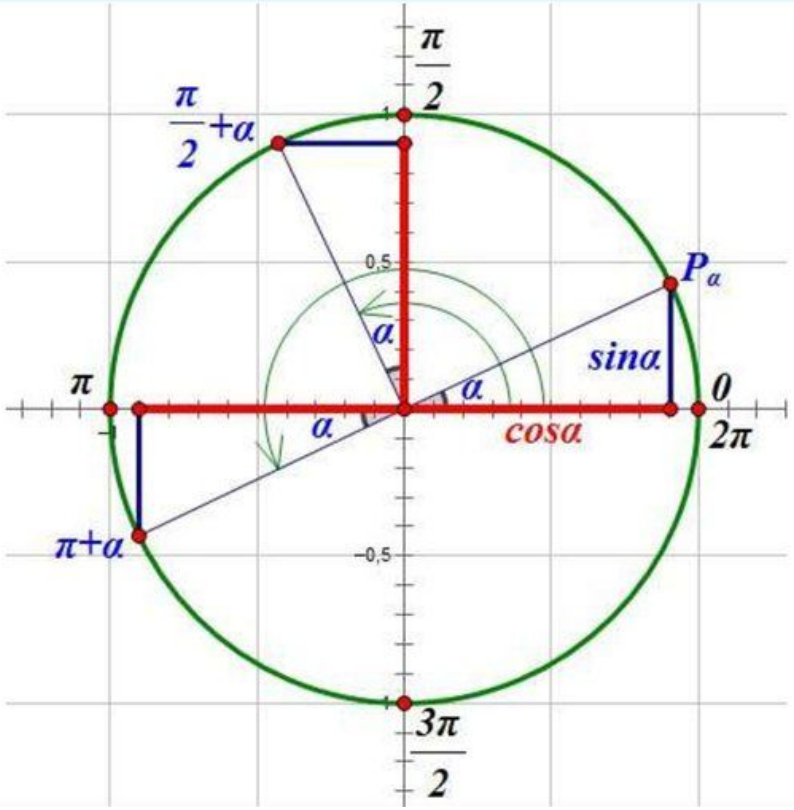
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$$

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha}=-ctg\alpha$$

$$ctg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha}=-tg\alpha$$

Формулы приведения



$$\sin(\pi+\alpha) = -sin\alpha$$
$$\cos(\pi+\alpha) = -cos\alpha$$

$$tg(\pi+\alpha) = \frac{-sin\alpha}{-cos\alpha} = tg\alpha$$

$$ctg(\pi+\alpha) = \frac{-cos\alpha}{-sin\alpha} = ctg\alpha$$

Формулы приведения

Формулы приведения – это формулы, сводящие значения тригонометрической функции аргумента вида $\frac{\pi n}{2} \pm \alpha,\ n \in Z$ *к функции аргумента* α.

Функция	Аргумент t						
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$
$\sin t$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\cos t$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

Правило.

- 1..Если в формулах приведение содержатся углы
- $(\pi \pm \alpha)$ и $(2\pi \pm \alpha)$, то наименование функции не меняется , а если содержатся углы
- $(\frac{\pi}{2} \pm \alpha)$ и $(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha)$, то наименование функции меняется на конфункцию.
- 2. Знак функции определяется по четверти, в которой оканчивается первоначально заданный угол

Тригонометрические выражения

Найдите $\sin(\frac{7\pi}{2} - \alpha)$, если $\sin\alpha = 0,8$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

$$\sin(\frac{7\pi}{2} - \alpha) = \sin(2\pi + \frac{3\pi}{2} - \alpha) = \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = -\sqrt{1 - 0,8^2} = -0,6$$

Перед корнем знак минус, так как косинус во 2 четверти <0

$$-\cos\alpha = -(-0,6) = 0,6$$

Задание 1. Выразите тригонометрические функции через угол меньше 45°.

$$\sin 168^\circ = \sin(180^\circ - 12^\circ) = \sin 12^\circ$$

$$\cos 123^\circ = \cos(90^\circ + 33^\circ) = -\sin 33^\circ$$

$$tg 174^\circ = tg(180^\circ - 6^\circ) = -tg 6^\circ$$

$$tg 263^\circ = tg(270^\circ - 7^\circ) = ctg 7^\circ$$

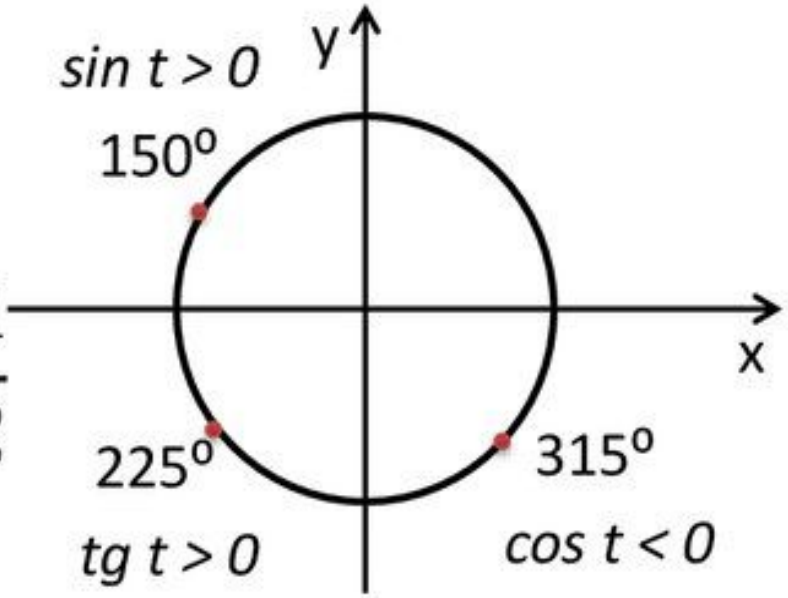
$$ctg(-380^\circ) = -ctg(360^\circ + 20^\circ) = -ctg 20^\circ$$

$$\cos(-969^\circ) = \cos(270^\circ - 31^\circ) = -\sin 31^\circ$$

Пример:

$\frac{\pi}{2} + t$

Найти а) $sin\ 150°$, *б)* $tg\ 225°$, в) $cos\ 315°$.



Решение:

а) $sin\ 150° = sin(90° + 60°) = cos\ 60° = \frac{1}{2}$

в) $tg\ 225° = tg\ (180° + 45°) = tg\ 45° = 1$

б) $cos\ 315° = cos(270° + 45°) = -sin\ 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

ЗАДАНИЕ 3. *УПРОСТИТЕ ВЫРАЖЕНИЕ.*

$$\frac{-tg132^\circ \cdot ctg228^\circ - \cos 115^\circ \cdot \cos 245^\circ}{ctg197^\circ \cdot ctg253^\circ + tg155^\circ tg295^\circ} =$$

$$\frac{-tg(90^\circ + 42^\circ) \cdot ctg(270^\circ - 42^\circ) - \cos(90^\circ + 25^\circ) \cdot \cos(270^\circ - 25^\circ)}{ctg(180^\circ + 17^\circ) \cdot ctg(270^\circ - 17^\circ) + tg(180^\circ - 25^\circ) \cdot tg(270^\circ + 25^\circ)} =$$

$$\frac{ctg42^\circ \cdot tg42^\circ - \sin 25^\circ \cdot \sin 25^\circ}{ctg17^\circ \cdot tg17^\circ + tg25^\circ \cdot ctg25^\circ} =$$

$$\frac{1 - \sin^2 25^\circ}{2} = \frac{1}{2}\cos^2 25^\circ$$

С-11. Формулы приведения

Вариант 1

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $(\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ$;

б) $\cos \frac{11\pi}{3} \operatorname{ctg}\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$.

2. Упростите выражение $\dfrac{\sin(\pi - \alpha)}{2\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.

Решим задание № 530(1)

- Cos $630^o - sin1470^o - ctg1125^0$

Домашнее задание:

- 1. Выучить материал урока.
- 2. Выполнить решения: Алимов Ш. А. № 526(2,4,6,8); № 530 (2,4)