МБОУ «Кормиловский лицей»
индивидуальный проект за курс основного общего образования

Пифагоровы тройки чисел.

работу выполнила ученица 8 А класса
МБОУ «Кормиловский лицей»
Пахомова Виктория

- Теорема Пифагора применяется в геометрии на каждом шагу, она нашла широкое применение в практике и обыденной жизни. Но, кроме самой теоремы, мы изучили также и теорему, обратную к теореме Пифагора. В связи с изучением уже этой теоремы, у нас состоялось знакомство с пифагоровыми тройками чисел, т.е. с наборами из 3-х натуральных чисел a, b и c, для которых справедливо соотношение: $c^2=a^2+b^2$. К таким наборам относят, например, следующие тройки:
- ***3,4,5; 5,12,13; 7,24,25; 8,15,17; 20,21,29; 9,40,41; 12,35,37***
- $a=2kmn \quad b=k(m^2-n^2) \quad c=k(m^2+n^2)$
- **Гипотеза:** Проверить справедливость этих формул и найти другие, существующие формулы для вычисления пифагоровых чисел.

- **Объект исследования -** теорема Пифагора и числа
- **Предмет исследования** – формулы для вычисления Пифагоровых троек чисел
- **Методы -** научного исследования, которые применялись в данной работе: анализ, сравнение, математическое вычисление.

ЦЕЛИ:

1. Найти формулы для вычисления пифагоровых троек чисел;

2. Найти количество пифагоровых троек чисел.

Задачи исследования:

- Проанализировать существующие формулы для нахождения пифагоровых троек чисел;
- Выявить количество пифагоровых треугольников;
- Проанализировать свойства пифагоровых треугольников;
- Вычислить различными способами пифагоровы тройки чисел и определить их количество;
- определить типы геометрических задач, при решении которых целесообразно применение полученных формул.

Нахождение основного Пифагорова треугольника (формулы древних индусов)

- Сначала докажем формулы $a = 2kmn$ $b = k(m^2-n^2)$ $c = k(m^2+n^2)$,
- Обозначим длины катетов через x и y, а длину гипотенузы через z. По теореме Пифагора имеем равенство: $x^2+y^2=z^2$

- <u>если произведение двух взаимно простых чисел является квадратом натурального числа, то каждое из этих чисел также является квадратом натурального числа.</u>

  $\boldsymbol{a = m^2}$ и $\boldsymbol{b = n^2}$, где $\boldsymbol{m}$ и $\boldsymbol{n}$ – взаимно простые числа, т.к. они являются делителями взаимно простых чисел $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.
- На основании равенства (5) имеем:
- $\boldsymbol{z = m^2+n^2, \quad x = m^2-n^2, c^2 = ab = m^2 * n^2 ;}$
- $\boldsymbol{c = mn}$
- $\boldsymbol{y = 2mn.}$

Вывод

- в каждом основном пифагоровом треугольнике хотя бы один из катетов делится на 4.
- Отсюда следует, что нет пифагоровых треугольников, все стороны которого были бы простыми числами.

Пифагоровы треугольники – близнецы

- *три последовательных натуральных числа могут быть сторонами пифагорова треугольника только в случае египетского треугольника.*
- (3,4,5), (5,12,13), (7,24,25), (20,21,29), (9,40,41), (11, 60,61), (13,84,85);

число пифагоровых близнецов с гипотенузой меньшей 10, 10^2, 10^3, 10^4,

равно 1, 7, 24, 74 соответственно.

Составление пифагоровых троек различными способами

- $z = \dfrac{k^2+l^2}{2}$ $y = \dfrac{k^2-l^2}{2}$ $x = kl$

k	*l*	*x*	*y*	*z*
3	1	3	4	5
5	1	5	12	13
5	3	15	8	17
7	1	7	24	25
7	3	21	20	29
7	5	35	12	37
9	1	9	40	41

Заключение

- В работе
- - доказаны формулы древних индусов
- -проведено исследование на количество пифагоровых троек (их бесконечно много)
- -указаны способы нахождения пифагоровых троек
- -изучены некоторые свойства пифагоровых треугольников.
- - приведены примеры задач с использованием пифагоровых троек чисел.
- Для меня это была очень интересная тема и находить ответы на мои вопросы стало очень интересным занятием. В дальнейшем я планирую рассмотреть связь пифагоровых троек с последовательностью Фибоначчи и теоремой Ферма и узнать еще много свойств пифагоровых треугольников.