

*МБОУ «Кормиловский лицей»
индивидуальный проект за курс основного общего образования*

Пифагоровы тройки чисел.

работу выполнила ученица 8 А класса

МБОУ «Кормиловский лицей»

Пахомова Виктория

- Теорема Пифагора применяется в геометрии на каждом шагу, она нашла широкое применение в практике и обыденной жизни. Но, кроме самой теоремы, мы изучили также и теорему, обратную к теореме Пифагора. В связи с изучением уже этой теоремы, у нас состоялось знакомство с пифагоровыми тройками чисел, т.е. с наборами из 3-х натуральных чисел **a**, **b** и **c**, для которых справедливо соотношение: **$c^2=a^2+b^2$** . К таким наборам относят, например, следующие тройки:
 - **3,4,5; 5,12,13; 7,24,25; 8,15,17; 20,21,29; 9,40,41; 12,35,37**
 - **$a=2kmn$ $b=k(m^2-n^2)$ $c=k(m^2+n^2)$**
- **Гипотеза:** Проверить справедливость этих формул и найти другие, существующие формулы для вычисления пифагоровых чисел.

- **Объект исследования** - теорема Пифагора и числа
- **Предмет исследования** – формулы для вычисления Пифагоровых троек чисел
- **Методы** - научного исследования, которые применялись в данной работе: анализ, сравнение, математическое вычисление.

ЦЕЛИ:

1. Найти формулы для вычисления пифагоровых троек чисел;
2. Найти количество пифагоровых троек чисел.

Задачи исследования:

- Проанализировать существующие формулы для нахождения пифагоровых троек чисел;
- Выявить количество пифагоровых треугольников;
- Проанализировать свойства пифагоровых треугольников;
- Вычислить различными способами пифагоровы тройки чисел и определить их количество;
- определить типы геометрических задач, при решении которых целесообразно применение полученных формул.

Нахождение основного Пифагорова треугольника (формулы древних индусов)

- Сначала докажем формулы $a = 2kmn$
 $b = k(m^2 - n^2)$ $c = k(m^2 + n^2)$,
- Обозначим длины катетов через x и y , а
длину гипотенузы через z . По теореме
Пифагора имеем равенство: $x^2 + y^2 = z^2$

- если произведение двух взаимно простых чисел является квадратом натурального числа, то каждое из этих чисел также является квадратом натурального числа.

$a = m^2$ и $b = n^2$, где **m** и **n** – взаимно простые числа, т.к. они являются делителями взаимно простых чисел **a** и **b** .

- На основании равенства (5) имеем:
- **$z = m^2 + n^2$, $x = m^2 - n^2$, $c^2 = ab = m^2 * n^2$;**
- **$c = mn$**
- **$y = 2mn$.**

Вывод

- в каждом основном пифагоровом треугольнике хотя бы один из катетов делится на 4.
- Отсюда следует, что нет пифагоровых треугольников, все стороны которого были бы простыми числами.

Пифагоровы треугольники – близнецы

- *три последовательных натуральных числа могут быть сторонами пифагорова треугольника только в случае египетского треугольника.*
- $(3,4,5)$, $(5,12,13)$, $(7,24,25)$, $(20,21,29)$, $(9,40,41)$,
 $(11, 60,61)$, $(13,84,85)$;

число пифагоровых близнецов с гипотенузой меньшей
 10 , 10^2 , 10^3 , 10^4 ,
равно 1 , 7 , 24 , 74 соответственно.

Составление пифагоровых троек различными способами

- $z = \frac{k^2 + l^2}{2}$ $y = \frac{k^2 - l^2}{2}$ $x = kl$

k	l	x	y	z
3	1	3	4	5
5	1	5	12	13
5	3	15	8	17
7	1	7	24	25
7	3	21	20	29
7	5	35	12	37
9	1	9	40	41

Заключение

- В работе
- - доказаны формулы древних индусов
- - проведено исследование на количество пифагоровых троек (их бесконечно много)
- - указаны способы нахождения пифагоровых троек
- - изучены некоторые свойства пифагоровых треугольников.
- - приведены примеры задач с использованием пифагоровых троек чисел.
- Для меня это была очень интересная тема и находить ответы на мои вопросы стало очень интересным занятием. В дальнейшем я планирую рассмотреть связь пифагоровых троек с последовательностью Фибоначчи и теоремой Ферма и узнать еще много свойств пифагоровых треугольников.