

*МБОУ «Кормиловский лицей»  
индивидуальный проект за курс основного общего образования*

# *Пифагоровы тройки чисел.*

работу выполнила ученица 8 А класса

МБОУ «Кормиловский лицей»

Пахомова Виктория

- Теорема Пифагора применяется в геометрии на каждом шагу, она нашла широкое применение в практике и обыденной жизни. Но, кроме самой теоремы, мы изучили также и теорему, обратную к теореме Пифагора. В связи с изучением уже этой теоремы, у нас состоялось знакомство с пифагоровыми тройками чисел, т.е. с наборами из 3-х натуральных чисел **a**, **b** и **c**, для которых справедливо соотношение:  **$c^2=a^2+b^2$** . К таким наборам относят, например, следующие тройки:
  - **3,4,5; 5,12,13; 7,24,25; 8,15,17; 20,21,29; 9,40,41; 12,35,37**
  - **$a=2kmn$      $b=k(m^2-n^2)$      $c=k(m^2+n^2)$**
- **Гипотеза:** Проверить справедливость этих формул и найти другие, существующие формулы для вычисления пифагоровых чисел.

- **Объект исследования** - теорема Пифагора и числа
- **Предмет исследования** – формулы для вычисления Пифагоровых троек чисел
- **Методы** - научного исследования, которые применялись в данной работе: анализ, сравнение, математическое вычисление.

## **ЦЕЛИ:**

1. Найти формулы для вычисления пифагоровых троек чисел;
2. Найти количество пифагоровых троек чисел.

# Задачи исследования:

- Проанализировать существующие формулы для нахождения пифагоровых троек чисел;
- Выявить количество пифагоровых треугольников;
- Проанализировать свойства пифагоровых треугольников;
- Вычислить различными способами пифагоровы тройки чисел и определить их количество;
- определить типы геометрических задач, при решении которых целесообразно применение полученных формул.

# Нахождение основного Пифагорова треугольника (формулы древних индусов)

- Сначала докажем формулы  $a = 2kmn$   
 $b = k(m^2 - n^2)$        $c = k(m^2 + n^2)$ ,
- Обозначим длины катетов через  $x$  и  $y$ , а  
длину гипотенузы через  $z$ . По теореме  
Пифагора имеем равенство:  $x^2 + y^2 = z^2$

- если произведение двух взаимно простых чисел является квадратом натурального числа, то каждое из этих чисел также является квадратом натурального числа.

**$a = m^2$  и  $b = n^2$** , где  **$m$**  и  **$n$**  – взаимно простые числа, т.к. они являются делителями взаимно простых чисел  **$a$**  и  **$b$** .

- На основании равенства (5) имеем:
- **$z = m^2 + n^2$ ,  $x = m^2 - n^2$ ,  $c^2 = ab = m^2 * n^2$  ;**
- **$c = mn$**
- **$y = 2mn$ .**

# Вывод

- в каждом основном пифагоровом треугольнике хотя бы один из катетов делится на 4.
- Отсюда следует, что нет пифагоровых треугольников, все стороны которого были бы простыми числами.

# Пифагоровы треугольники – близнецы

- *три последовательных натуральных числа могут быть сторонами пифагорова треугольника только в случае египетского треугольника.*
- $(3,4,5)$ ,  $(5,12,13)$ ,  $(7,24,25)$ ,  $(20,21,29)$ ,  $(9,40,41)$ ,  
 $(11, 60,61)$ ,  $(13,84,85)$ ;

число пифагоровых близнецов с гипотенузой меньшей  
 $10$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  
равно  $1$ ,  $7$ ,  $24$ ,  $74$  соответственно.

# Составление пифагоровых троек различными способами

- $z = \frac{k^2 + l^2}{2}$        $y = \frac{k^2 - l^2}{2}$        $x = kl$

$k$	$l$	$x$	$y$	$z$
3	1	3	4	5
5	1	5	12	13
5	3	15	8	17
7	1	7	24	25
7	3	21	20	29
7	5	35	12	37
9	1	9	40	41

# Заключение

- В работе
- - доказаны формулы древних индусов
- - проведено исследование на количество пифагоровых троек (их бесконечно много)
- - указаны способы нахождения пифагоровых троек
- - изучены некоторые свойства пифагоровых треугольников.
- - приведены примеры задач с использованием пифагоровых троек чисел.
- Для меня это была очень интересная тема и находить ответы на мои вопросы стало очень интересным занятием. В дальнейшем я планирую рассмотреть связь пифагоровых троек с последовательностью Фибоначчи и теоремой Ферма и узнать еще много свойств пифагоровых треугольников.