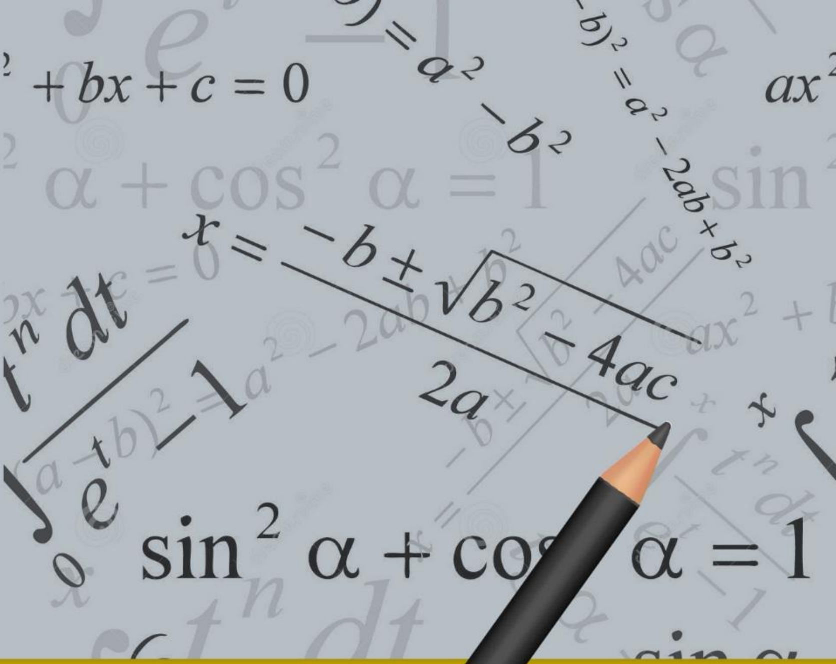

Линейная алгебра

Тема: «Матрицы»

Составитель: Людмила Михайловна
Коренюгина

Определение матриц

Матрица – это прямоугольная таблица чисел или выражений.
Пример 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Числа в матрице называются элементами матрицы.
Элементы матрицы расположены в строчках и столбцах.
Количество строк и столбцов называется размерностью матрицы.

Виды матриц

Единичная матрица – это такая матрица, у которой все элементы главной диагонали единицы, а все остальные равны нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица называется нулевой, если все её элементы равны нулю.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Порядок квадратных матриц

Матрица называется квадратной, если число ее строк равно числу столбцов (m = n)
Если число строк матрицы не равно числу столбцов матрицы, то матрица называется прямоугольной.
Для квадратных матриц указывается только их порядок.
(2х2) – второго порядка; (3х3) третьего порядка и т. д.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Матрицы второго порядка.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Матрица третьего порядка

Диагонали матриц

В квадратных матрицах можно выделить элементы, стоящие в главной диагонали и элементы, стоящие в побочной диагонали.
Главная диагональ проходит из левого верхнего угла в правый нижний угол.
Побочная диагональ проходит из левого нижнего угла в правый верхний угол.
Диагональная матрица – это такая квадратная матрица, у которой элементы по главной диагонали отличны от нуля, а все остальные элементы равны нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Определение размерности матриц

Пример 2 $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ m=3 строки, n=2 столбца

Размерность матрицы В равна (3 x 2)

$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ Размерность матрицы С равна (2 x 3)

$Д = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ Размерность матрицы Д равна (3 x 3)

Виды матриц

Матрица называется треугольной, если под главной диагональю стоят все элементы – нули, а остальные а остальные элементы – отличие нуля.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

Верхняя треугольная матрица

Матрица называется трапецевидной, если под главной диагональю стоят элементы нули и есть нулевые строки.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Действия над матрицами

Матрицы можно складывать, вычитать, умножать на число, делить на число, умножать одну матрицу на другую, транспонировать, находить для квадратной матрицы обратную .

Складывать можно матрицы только одной размерности! Результатом сложения двух матриц будет матрица той же размерности.

Законы сложения матриц

Коммутативный закон сложения матриц / от перемены мест при сложении матриц результат не изменяется/.

A+B=B+A

Ассоциативный закон сложения матриц./ матрицы можно складывать в любом порядке/

(A+B)+C=A+(B+C)

Действия над матрицами

Чтобы сложить две матрицы, нужно сложить элементы, стоящие на одинаковых местах в матрицах.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 3+6 \\ 2+7 & -1+2 \\ 0+9 & 4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 9 & 1 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Чтобы вычесть две матрицы, нужно из элементов первой матрицы вычесть элементы второй матрицы, стоящие на одинаковых местах в матрицах

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 6 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 6 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-5 & 1-2 & 2-4 & 6-1 \\ 7-6 & 3-7 & 4-9 & 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & -4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Действия над матрицами

Умножение матрицы на число

Чтобы умножить матрицу на число, нужно умножить на это число каждый элемент матрицы.

$$3\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Умножение двух матриц

Умножать матрицы можно только в случае, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. A= (m x n) B= (n x p).

Размерность матрицы, равной произведению двух матриц равна (число строк первой матрицы X число столбцов второй матрицы)

A x B B x A /При умножении двух матриц коммутативный (переместительный) закон не выполняется/.

Умножение матриц (пример)

$$D = A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 15 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = -1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$a_{12} = -1 \cdot 5 + 2 \cdot 0 = -5$$

$$a_{21} = 3 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 6 - 1 = 5$$

$$a_{22} = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 0 = 15$$

$$a_{31} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$$

$$a_{32} = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 10$$

Транспонирование матриц

Транспонирование матриц

Чтобы транспонировать матрицу, нужно строки и столбцы поменять местами

$$A^T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Спасибо за внимание

- [ШАБЛОН презентации авторы: Горяйнова Екатерина (Екатерина_Пашкова) http://pedsovet.su/index/8-11345]
- Михаил Горяйнов