

The background features a light blue gradient with various mathematical formulas in a light grey font, including the quadratic formula, trigonometric identities like $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, and the Pythagorean theorem. A black pencil is positioned diagonally across the page, pointing towards the top right. A grey ruler is visible at the bottom right corner.

Линейная алгебра

Тема: «Матрицы»

Составитель: Людмила Михайловна
Коренюгина

Определение матриц

Матрица – это прямоугольная таблица чисел или выражений.

Пример 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Числа в матрице называются элементами матрицы.

Элементы матрицы расположены в строчках и столбцах.

Количество строк и столбцов называется размерностью матрицы.



Виды матриц

Единичная матрица – это такая матрица, у которой все элементы главной диагонали единицы, а все остальные равны нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица называется нулевой, если все её элементы равны нулю.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Порядок квадратных матриц

Матрица называется квадратной, если число ее строк равно числу столбцов ($m = n$)

Если число строк матрицы не равно числу столбцов матрицы, то матрица называется прямоугольной.

Для квадратных матриц указывается только их порядок.

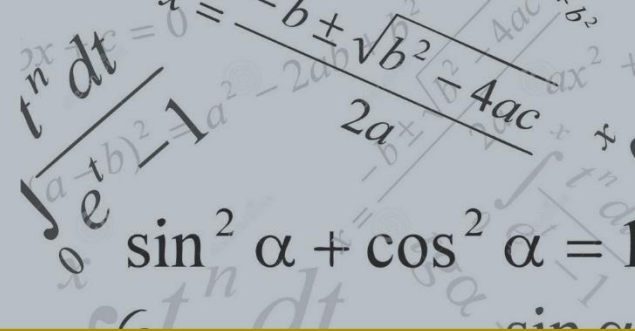
(2x2) – второго порядка; (3x3) – третьего порядка и т. д.

Матрицы второго порядка.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Матрица третьего порядка

Диагонали матриц



В квадратных матрицах можно выделить элементы, стоящие в главной диагонали и элементы, стоящие в побочной диагонали.

Главная диагональ проходит из левого верхнего угла в правый нижний угол.

Побочная диагональ проходит из левого нижнего угла в правый верхний угол.

Диагональная матрица – это такая квадратная матрица, у которой элементы по главной диагонали отличны от нуля, а все остальные элементы равны нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Определение размерности матриц

Пример 2

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

m=3 строки, n=2 столбца

Размерность матрицы В равна (3 x 2)

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

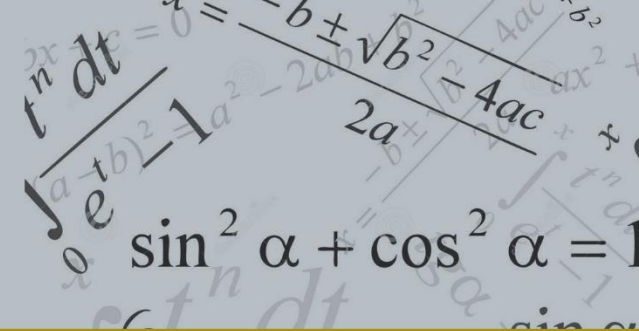
Размерность матрицы С равна (2 x 3)

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Размерность матрицы Д равна (3 x 3)



Виды матриц



Матрица называется треугольной, если под главной диагональю стоят все элементы – нули, а остальные а остальные элементы – отличие нуля.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

Верхняя треугольная матрица

Матрица называется трапецевидной, если под главной диагональю стоят элементы нули и есть нулевые строки.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Действия над матрицами

$$\frac{t^n dt}{\sqrt{a+bt^2-1}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} x^2 + c$$
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Матрицы можно складывать, вычитать, умножать на число, делить на число, умножать одну матрицу на другую, транспонировать, находить для квадратной матрицы обратную .

Складывать можно матрицы только одной размерности! Результатом сложения двух матриц будет матрица той же размерности.

Законы сложения матриц

Коммутативный закон сложения матриц / от перемены мест при сложении матриц результат не изменяется/.

$$\mathbf{A+B=B+A}$$

Ассоциативный закон сложения матриц./ матрицы можно складывать в любом порядке/

$$\mathbf{(A+B)+C=A+(B+C)}$$

Действия над матрицами

$$\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt = \arcsin \frac{t}{a} + C$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + t^2}} dt = \arcsinh \frac{t}{a} + C$$
$$\int \frac{1}{t^2 + a^2} dt = \frac{1}{a} \arctan \frac{t}{a} + C$$
$$\int \frac{1}{t^2 - a^2} dt = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{t-a}{t+a} \right| + C$$
$$\int \frac{1}{t^2 + a^2} dt = \frac{1}{a} \arctan \frac{t}{a} + C$$
$$\int \frac{1}{t^2 - a^2} dt = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{t-a}{t+a} \right| + C$$
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Чтобы сложить две матрицы, нужно сложить элементы, стоящие на одинаковых местах в матрицах.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 7 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 3+6 \\ 2+7 & -1+2 \\ 0+9 & 4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 9 & 1 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Чтобы вычесть две матрицы, нужно из элементов первой матрицы вычесть элементы второй матрицы, стоящие на одинаковых местах в матрицах

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 6 \\ 7 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 & 1 \\ 6 & 7 & 9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-5 & 1-2 & 2-4 & 6-1 \\ 7-6 & 3-7 & 4-9 & 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & -4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

Действия над матрицами

Умножение матрицы на число

Чтобы умножить матрицу на число, нужно умножить на это число каждый элемент матрицы.

$$3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 9 \\ 3 & 0 & 6 \\ -12 & 15 & 9 \end{pmatrix}$$

Умножение двух матриц

Умножать матрицы можно только в случае, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. $A = (m \times n)$ $B = (n \times p)$.

Размерность матрицы, равной произведению двух матриц равна (число строк первой матрицы \times число столбцов второй матрицы)

$A \times B \neq B \times A$ /При умножении двух матриц коммутативный (переместительный) закон не выполняется/.

Умножение матриц (пример)

$$D = A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 15 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = -1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$a_{12} = -1 \cdot 5 + 2 \cdot 0 = -5$$

$$a_{21} = 3 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) = 6 - 1 = 5$$

$$a_{22} = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 0 = 15$$

$$a_{31} = 2 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 0$$

$$a_{32} = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 10$$

Транспонирование матриц

Транспонирование матриц

Чтобы транспонировать матрицу, нужно строки и столбцы поменять местами

$$A^T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Спасибо за внимание

- [ШАБЛОН презентации авторы: Горяйнова
Екатерина \(Екатерина Пашкова\)](#)
<http://pedsovet.su/index/8-11345>
- Михаил Горяйнов