

# МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ



2

*Литература:  
Линейная алгебра  
Хамидуллин Р.Я. Гулиян  
Б.Ш.  
Занятие 3*



# 1.3. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

*Матрица  $A^{-1}$  называется обратной к матрице  $A$ , если*

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E$$

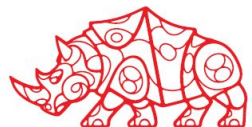
*где  $E$  – единичная матрица*



## Алгоритм нахождения обратной матрицы

1

*Определяем, квадратная ли матрица. Если нет, то обратной матрицы для нее не существует.*



2

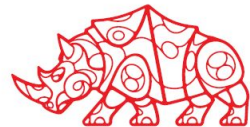
*Находим определитель  
матрицы.*

*Если он равен нулю, то  
обратной  
матрицы не  
существует.*



3

*Заменяем каждый  
элемент  
матрицы  
его алгебраическим  
дополнением.*



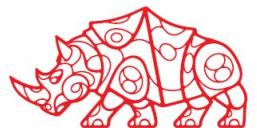
4

*Полученную матрицу  
транспонируем.*



5

*Каждый элемент  
полученной матрицы  
делим  
на определитель  
исходной  
матрицы. Получаем  
матрицу, обратную*





6

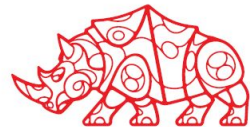
*Делаем проверку.  
Для этого  
перемножаем  
полученную и  
исходную матрицы.  
Должна получиться  
единичная матрица.*



## Пример.

Найти матрицу,  
обратную к матрице  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$



## *Решение:*

Применяем алгоритм нахождения обратной матрицы.

① Матрица квадратная, следовательно обратная матрица для нее существует.

② Находим определитель:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1 \neq 0$$



③ Находим алгебраические дополнения каждого элемента матрицы:

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot M_{11} = 2$$

$$A_{12} = (-1)^3 \cdot M_{12} = -3$$

$$A_{21} = (-1)^3 \cdot M_{21} = -1$$

$$A_{22} = (-1)^2 \cdot M_{22} = 2$$

Составляем из полученных значений матрицу:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$



④ Транспонируем ее:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

⑤ Каждый элемент матрицы делим на определитель  $\Delta=1$  и получаем обратную матрицу:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$



⑥

Проверяем:

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) & 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$



**Практикум :**

**Найти матрицы, обратным данным:**

1. 
$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$$

2. 
$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & -2 \\ 8 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

