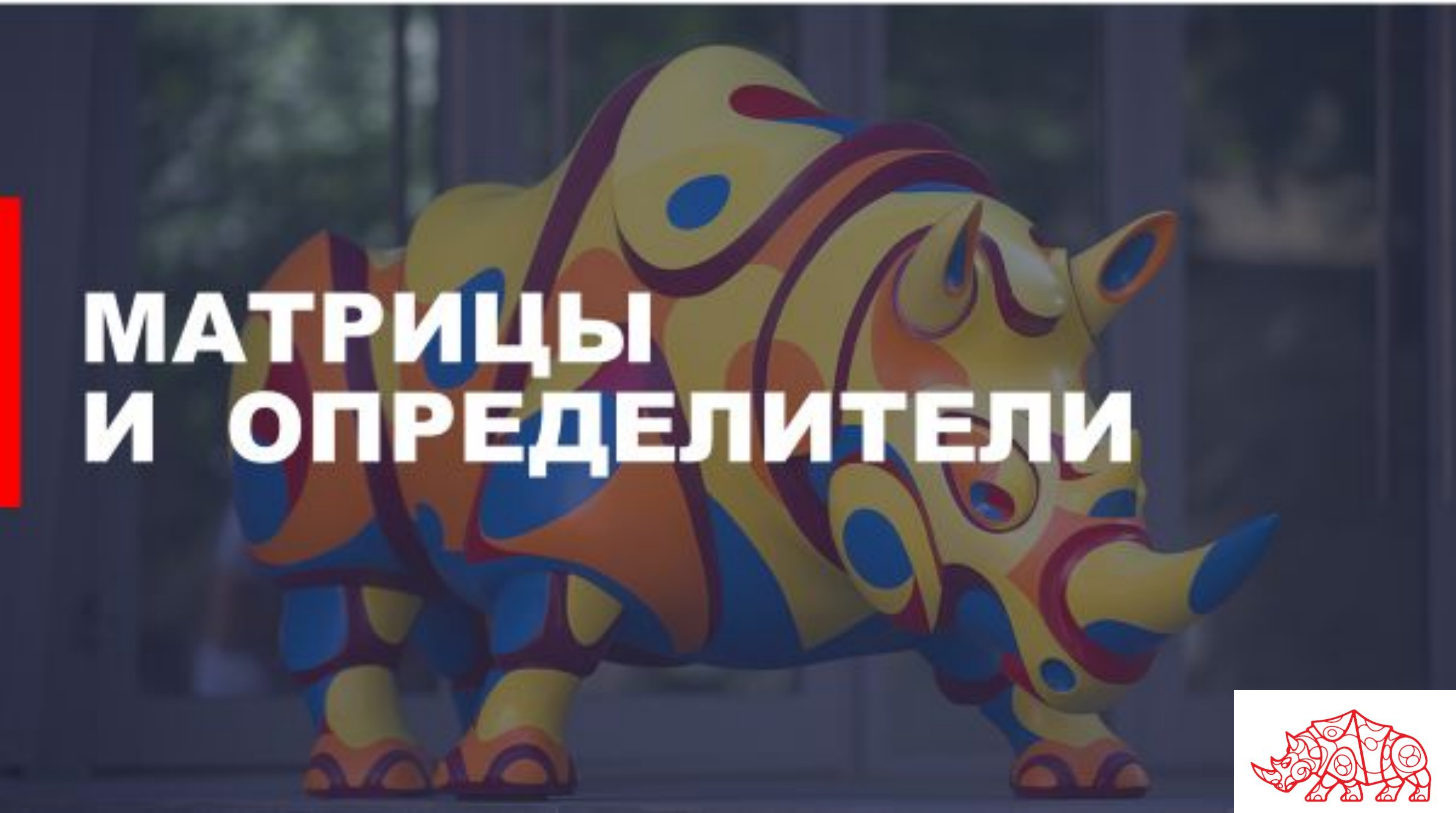
УНИВЕРСИТЕТ СИНЕРГИЯ | БОЛЬШЕ ЧЕМ ОБРАЗОВАНИЕ

МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ



ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

2

Литература:
Линейная алгебра
Хамидуллин Р.Я. Гулиян Б.Ш.
Занятие 3

1.3. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

Матрица A^{-1} называется обратной к матрице А, если

$$AA^{-1}=A^{-1}A=E$$

где Е – единичная матрица

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

УНИВЕРСИТЕТ СИНЕРГИЯ

Алгоритм нахождения обратной матр

1

Определяем, квадратная ли матрица. Если нет, то обратной матрицы для нее не существует.

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

УНИВЕРСИТЕТ СИНЕРГИЯ

2

***Находим определитель матрицы.
Если он равен нулю, то обратной матрицы не существует.***

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

УНИВЕРСИТЕТ СИНЕРГИЯ

3

Заменяем каждый элемент матрицы его алгебраическим дополнением.

4

Полученную матрицу транспонируем.

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

5

Каждый элемент полученной матрицы делим на определитель исходной матрицы. Получаем матрицу, обратную к данной

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

6

Делаем проверку.
Для этого перемножаем полученную и исходную матрицы.
Должна получиться единичная матрица.

Пример.

Найти матрицу, обратную к матрице А

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Решение:

Применяем алгоритм нахождения обратной матрицы.

1. **Матрица квадратная, следовательно обратная матрица для нее существует.**

2. **Находим определитель:**

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1 \neq 0$$

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

3 **Находим алгебраические дополнения каждого элемента матрицы:**

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot M_{11} = 2$$

$$A_{12} = (-1)^3 \cdot M_{12} = -3$$
$$A_{21} = (-1)^3 \cdot M_{21} = -1$$
$$A_{22} = (-1)^2 \cdot M_{22} = 2$$

Составляем из полученных значений матрицу:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

4 **Транспонируем ее:**

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

5 **Каждый элемент матрицы делим на определитель Δ=1 и получаем обратную матрицу:**

$$\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}}$$

1.3. ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

6 **Проверяем:**

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) & 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \\ 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) & 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

Практикум :

Найти матрицы, обратным данным:

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & -2 \\ 8 & -5 & 1 \end{pmatrix}$