Критериальная система и методика оценивания

геометрических заданий 23, 24, 25 модуля «Геометрия» повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом КИМ ОГЭ по математике

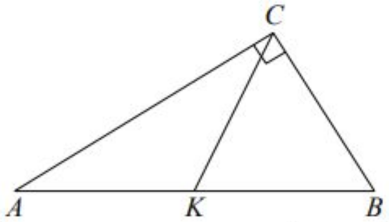
Вебинар №3

Лазарева Ольга Владимировна – председатель ПК ГИА-9 по математике Московской области

АСОУ

АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

23 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.



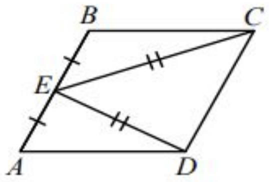
Решение.

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} =$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{36+64} = 5.$$

Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

24 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

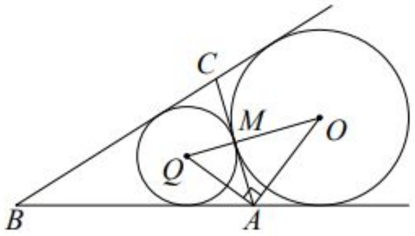


Доказательство.
Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам. Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна $180°$, то углы равны $90°$. Такой параллелограмм — прямоугольник.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

25 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Решение.
Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC.
Точка касания M окружностей делит AC пополам.
Лучи AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой.



Из прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4{,}5.$$

Ответ: 4,5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

1. Общие научно-методические подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом. Специфические подходы к системе оценивания выполнения заданий с развернутым ответом по математике.
2. Задачи на применение формул планиметрии. Задания на применение свойств и признаков геометрических фигур, методы их решения. Дополнительные факты из геометрии, применяемые учащимися на ОГЭ. Критерии, используемые для оценки выполнения заданий 23, 25 с развернутым ответом по математике (заданий модуля «Геометрия»).
3. Задачи на доказательство на ОГЭ. Требования к обоснованию утверждений. Основные ошибки и недочеты в решении заданий № 24 ОГЭ. Критерии, используемые для оценки выполнения задания 24 с развернутым ответом по математике (заданий модуля «Геометрия»).
4. Методика оценивания ответов экзаменуемых на основе разработанных критериев с примерами характерных ответов и типичных ошибок. Подходы к решению нестандартных ситуаций.

5. Оформление результатов проверки, соблюдение установленных технических

Общие научно-методические подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом. Специфические подходы к системе оценивания выполнения заданий с развернутым ответом по математике

АСОУ
АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Общие подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

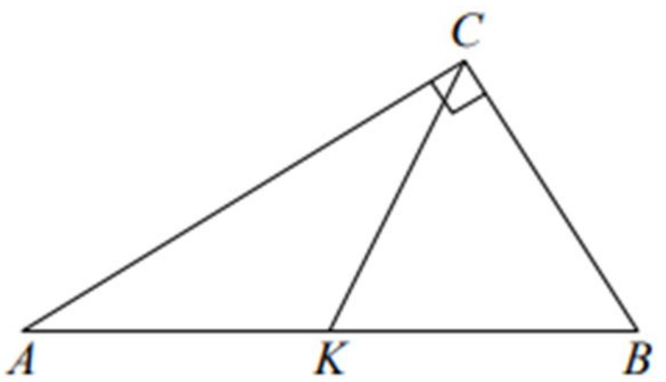
Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: **решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений обучающегося**. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов). Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.

Задание 23 демонстрационного варианта 2022 года

23 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 + BC^2} =$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{36 + 64} = 5.$$



Ответ: 5.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

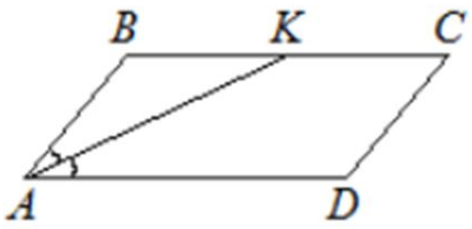
Общие подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

Решение участника экзамена может иметь логику, отличную от логики решения, данного в критериях (аль

Задание 23. Пример 1. Решение 1/3

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD.

Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

По формуле периметра параллелограмма находим:

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

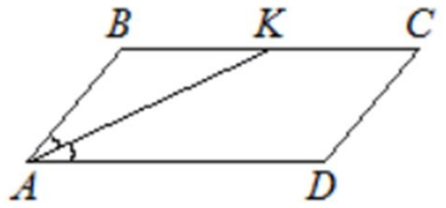
Общие подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

Решение участника экзамена может иметь логику, отличную от логики решения, данного в критериях (аль

Задание 23. Пример 1. Решение 2/3

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.
AK — биссектриса угла BAD.
Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.
В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

Общие подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

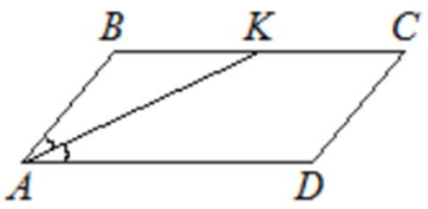
Решение участника экзамена может иметь логику, отличную от логики решения, данного в критериях (альте

Задание 23. Пример 1. Решение 3

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. AK — биссектриса угла BAD. Следовательно, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.



В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

Общие подходы к проверке и оценке выполнения заданий с развернутым ответом

Участник экзамена может использовать без доказательства математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего о ния

При использовании обобщенной схемы оценивания каждого из заданий 20–25 рекомендуется обращать внимание на следующие моменты:

При проверке правильности решения необходимо проверять корректность промежуточных шагов решения, в том числе числовых выкладок (при необходимости, с помощью калькулятора). Наличие ошибок в промежуточных выкладках, даже не повлиявших на итоговый ответ, означает наличие математически некорректного перехода в решении задачи, что не позволяет оценить решение задачи максимальным баллом.

Если участник экзамена решает задачу с другими числовыми данными, то такое решение задачи оценивается в 0 баллов, даже если он решают содержательно более сложную задачу.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

№ 24.

Дано:

ABCD-ромб

AH-высота

$DH = 24$

$CH = 2$

Найти: $AH = ?$

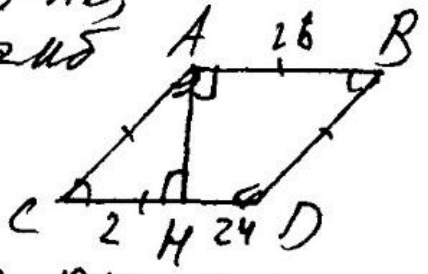
Решение:

$CD = CA = BD = AB$,

т.к. ABCD-ромб

$\Downarrow$

$CH + HD = 26$



$CD = AB = AC = BD = 26$, ~~т.к.~~

~~CA=~~ (по теор. Пифагора)

$AH^2 = 26^2 - 2^2 = 676 - 4 =$

$= 672$

$AH = \sqrt{672} = 4\sqrt{42}$

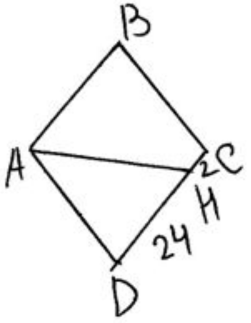
Ответ. $4\sqrt{42}$.

При использовании обобщенной схемы оценивания каждого из заданий 20–25 рекомендуется обращать внимание на следующие моменты:

Ошибки в соотношении длин отрезков на рисунке в геометрической задаче, не влекут за собой снижения баллов за решение геометрической задачи, если на рисунке верно отображена геометрическая конфигурация и верно обозначены точки, описанные в решении.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



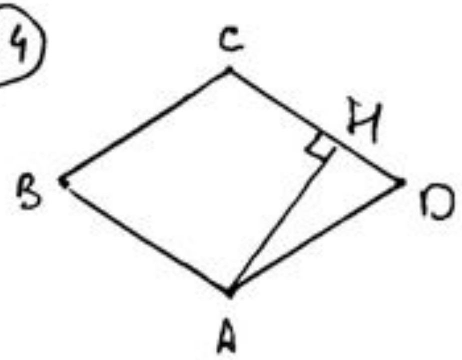
Т.к. у ромба все стороны равны, то $AB = BC = CD = DA = 26$. Тогда $AH^2 = AD^2 - DH^2 =$ $= 676 - 576 = 100 = 10^2$.

Ответ: $AH = 10$.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.

24



Дано:

ABCD - ромб

AH - высота

CH = 2

DH = 24

AH - ?

Решение:

1) Т.к. ромб стороны равны $CD = AD = CH + DH$

$AD = 26$

2) $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2}$ (по th Пифагора на $\triangle AHD$)

$AH = \sqrt{676 - 576} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

Отв: $10\sqrt{2}$

Задачи на применение формул планиметрии. Задания на применение свойств и признаков геометрических фигур, методы их решения. Дополнительные факты из геометрии, применяемые учащимися на ОГЭ. Критерии, используемых для оценки выполнения заданий 23, 25 с развернутым ответом по математике (заданий модуля «Геометрия»)

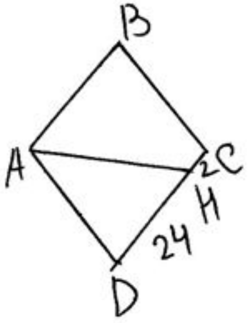
АСОУ
АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

При использовании обобщенной схемы оценивания каждого из заданий 20–25 рекомендуется обращать внимание на следующие моменты:

Ошибки в соотношении длин отрезков на рисунке в геометрической задаче, не влекут за собой снижения баллов за решение геометрической задачи, если на рисунке верно отображена геометрическая конфигурация и верно обозначены точки, описанные в решении.

Высота, опущенная из вершины ромба, делит противоположную сторону на отрезки равные 24 и 2, считая от вершины острого угла. Вычислите длину высоты ромба.

Ответ: 10.



Т.к. у ромба все стороны равны, то $AB = BC = CD = DA = 26$. Тогда $AH^2 = AD^2 - DH^2 =$
$= 676 - 576 = 100 = 10^2$.

Ответ: $AH = 10$.

Задание 23 модуля «Геометрия»

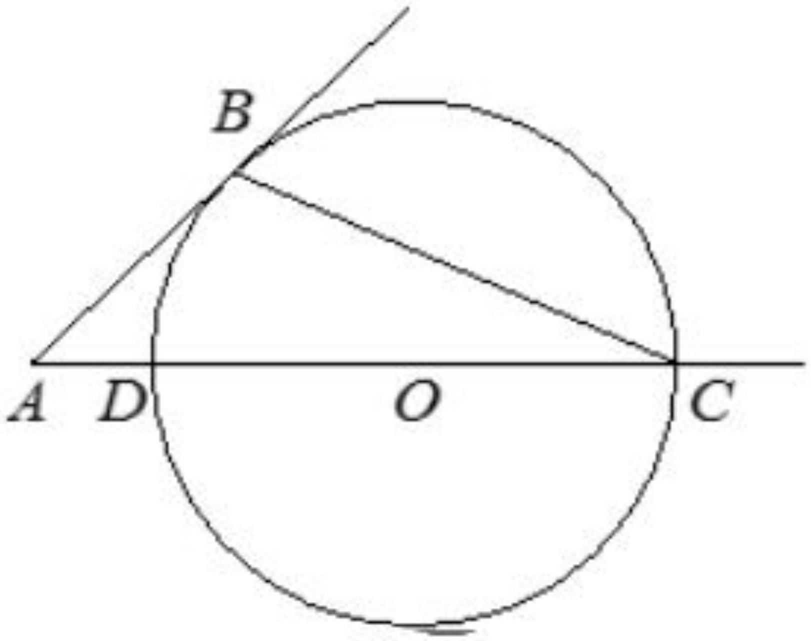
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB=8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Пусть $AC=x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC(AC-CD);\ 64 = x(x-3{,}6),\text{ откуда}$$

$$x=10.$$



Ответ: 10.

Задание 23 модуля «Геометрия»

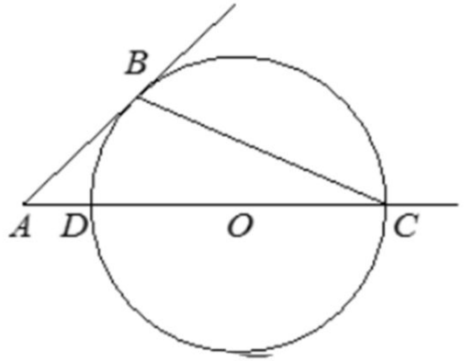
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Пусть $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3{,}6)$, откуда $x = 10$.

Ответ: 10.

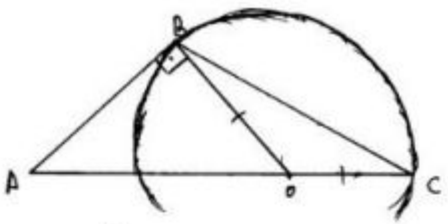


Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Задание 23 модуля «Геометрия»

Дано:
т. $O \in AC$
$d = 3,6$
$AB = 8$

AC - ?



Решение:

т.к. окружность проходит через т. B и т. C, то OB и OC – радиусы $\Rightarrow OB = OC = \frac{d}{2} = 1,8$

т.к. окружность касается прямой AB в т. B $\Rightarrow$ AB - касательная к окружности $\Rightarrow OB \perp AB$

По теореме Пифагора находим в прямоугольном треугольнике ABO гипотенузу AO. $AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$

$AO = \sqrt{8^2 + 1,8^2} = 8,2$

$AC = AO + OC$ (по св-ву отрезков)

$AC = 8,2 + 1,8 = 10$

Ответ: $AC = 10$.

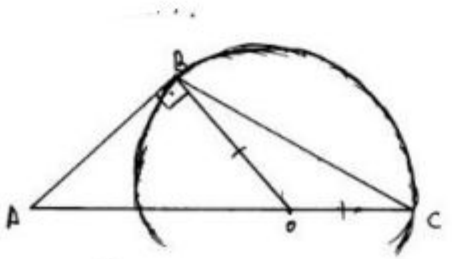
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

Задание 23 модуля «Геометрия»

Дано:
т. $O \in AC$
$d = 3{,}6$
$AB = 8$

AC - ?



Решение:

т.к. окружность проходит через т. B и т. C, то OB и OC – радиусы $\Rightarrow OB = OC = \frac{d}{2} = 1{,}8$

т.к. окружность касается прямой AB в т. $B \Rightarrow$ AB - касательная к окружности $\Rightarrow OB \perp AB$

По теореме Пифагора находим в прямоугольном треугольнике ABO гипотенузу AO. $AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$

$AO = \sqrt{8^2 + 1{,}8^2} = 8{,}2$

$AC = AO + OC$ (по св-ву отрезков)

$AC = 8{,}2 + 1{,}8 = 10$

Ответ: $AC = 10$.

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

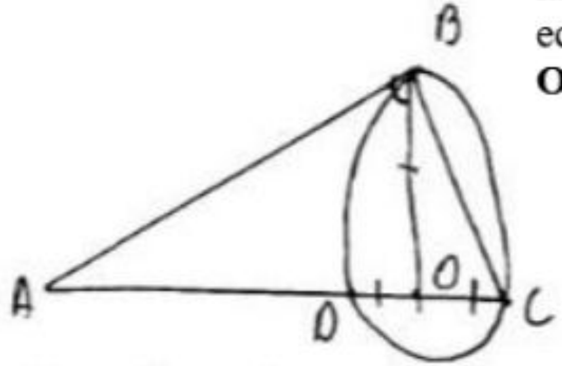
Ответ: 10.

2 балла

Задание 23 модуля «Геометрия»

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.



Пусть ~~ВД~~ центр окр. О;

AC ∩ окружность в точках D и C

$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3,6/2$

$\angle OBA = 90$ т.к. AB кас. $\Rightarrow$

по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3,6}{2}\right)^2 = \cancel{64 + 12,96 = 76,96 \Rightarrow}$

~~$\Rightarrow AC = \sqrt{76,96} + 3,6$~~

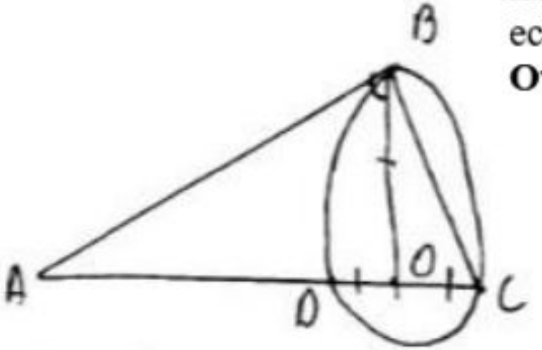
~~Ответ: $AC = \sqrt{7}$~~

$= 64 + 3,24 = 67,24 = 8,2^2 \Rightarrow AC = 8,2 + 3,6 = 11,8$

Ответ: $AC = 11,8$

Задание 23 модуля «Геометрия»

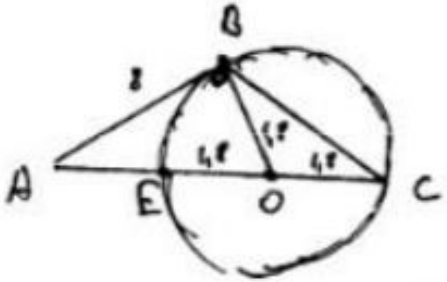
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.
Ответ: 10.



Пусть ~~ВА~~ центр окр. O;
AC ∩ окружность в точках D и C
$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3{,}6/2$
$\angle OBA = 90$ т.к. AB кас. $\Rightarrow$
по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3{,}6}{2}\right)^2 = \cancel{64 + 12{,}96 = 76{,}96} \Rightarrow$
~~$\Rightarrow AC = \sqrt{76{,}96} + 3{,}6$~~
~~Ответ: $AC = \sqrt{7}$~~
$= 64 + 3{,}24 = 67{,}24 = 8{,}2^2 \Rightarrow AC = 8{,}2 + 3{,}6 = 11{,}8$
Ответ: AC = 11,8

0 баллов

Задание 23 модуля «Геометрия»



Пусть O – центр данной окружности

$\angle ABO = 90^\circ$ по свойст. кас.

$$\begin{cases} AO^2 = BO^2 + AB^2 \text{ по теор. пиф.} \\ \underset{\text{радиус}}{BO} = \frac{1}{2}\underset{\text{диамет.}}{EC} = 1{,}8 \text{ по услов.} \end{cases}$$

$AO^2 = 3{,}24 + 64 = 67{,}24$

$AO = 8{,}2$

$OC = 1{,}8$ т.к. это радиус.

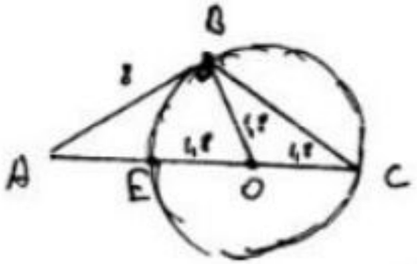
$AC = OC + AO = 10$

Ответ: 10

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

Задание 23 модуля «Геометрия»



Пусть O – центр данной окружности

$\angle ABO = 90^\circ$ по свойст.

$AO^2 = BO^2 + AB^2$ по теор. пиф.

$BO = \frac{1}{2} EC = 1,8$ по услов.

радиус диаметр

$AO^2 = 3,24 + 64 = 67,24$

$AO = 8,2$

$OC = 1,8$ см. это радиус.

$AC = OC + AO = 10$

Ответ: 10

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

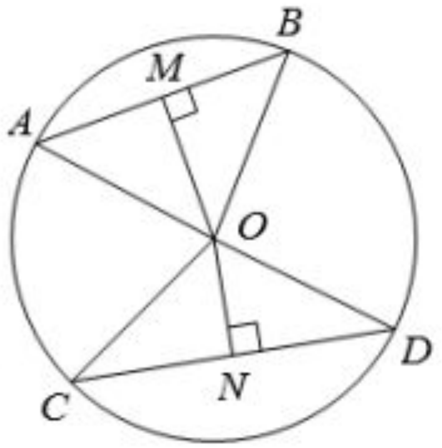
2 балла

Задание 23 модуля «Геометрия»

Задание 23.

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Решение.



Пусть OM и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.
Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем:

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 25.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 25$, откуда $ON = \sqrt{OC^2 - \left(\frac{CD}{2}\right)^2} = 7$.

Получаем, что расстояние от центра окружности до хорд CD равно 7.
Ответ: 7.

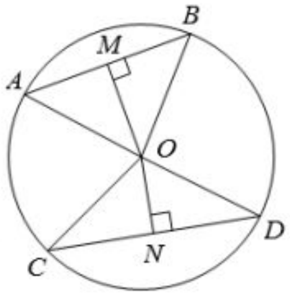
Задание 23 модуля «Геометрия»

Задание 23.

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Решение.

Пусть OM и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM=MB$ и $CN=ND$.



Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем:

$$OB=\sqrt{OM^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=25.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO=OB=25$, откуда $ON=\sqrt{OC^2-\left(\frac{CD}{2}\right)^2}=7$.

Получаем, что расстояние от центра окружности до хорд CD равно 7.

Ответ: 7.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

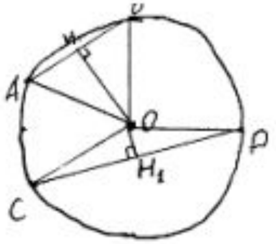
Задание 23 модуля «Геометрия»

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

Дано:
$\omega(O;R)$ – Окружность
AB – хорда
CD – хорда
$AB = 14$
$CD = 48$
$OH \perp AB$
$OH_1 \perp CD$
$OH = 24$

$OH_1 = ?$



1) $AO = OB = OC = OD$ (радиусы)
2) из п. 1 $\Rightarrow \triangle AOB$ и $\triangle COD$ - равнобедренные
3) из п. 2 $\Rightarrow OH$ и OH_1 - медианы (высоты, проведённые к основанию равнобедренного треугольника) $\Rightarrow AH = \frac{14}{2} = 7$

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:
$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$
$AO = 25$
5) из п. 1 и п. 4 $\Rightarrow CO = 25$
6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:
$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$
$OH_1 = 7$
Ответ: $OH_1 = 7$

Задание 23 модуля «Геометрия»

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

Дано:

$\omega(O; R)$ – Окружность

AB – хорда

CD – хорда

$AB = 14$

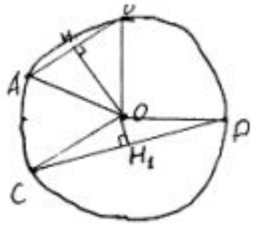
$CD = 48$

$OH \perp AB$

$OH_1 \perp CD$

$OH = 24$

$OH_1 = ?$



1) $AO = OB = OC = OD$ (радиусы)

2) из п. 1 => $\triangle AOB$ и $\triangle COD$ - равнобедренные

3) из п. 2 => OH и OH_1 - медианы (высоты, проведённые к основанию равнобедренного треугольника) => $AH = \frac{14}{2} = 7$

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:

$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$

$AO = 25$

5) из п. 1 и п. 4 => $CO = 25$

6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:

$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$

$OH_1 = 7$

Ответ: $OH_1 = 7$

2 балла

Задание 23 модуля «Геометрия»

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB=14$, $CD=48$, $OK=24$

Найти: OH.

Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK=24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO=OB=R$ (радиус) $\Rightarrow$ OK - высота, медиана, биссектриса; $AK=KB=14:2=7$.

$OB^2=7^2+24^2$

$OB^2=49+576$

$OB^2=625$

$OB=25$

Т.к. $AO=OB=CO=OD$, то $AO=OB=CO=OD=25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO=OD=R$ (радиус) $\Rightarrow$ OH - высота, медиана, биссектриса; $CH=HD=48:2=24$.

$OH^2=25^2-24^2$

$OH^2=625-576$

$OH^2=49$

$OH=7$

Ответ: 7.

Задание 23 модуля «Геометрия»

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB = 14$, $CD = 48$, $OK = 24$

Найти: OH.

Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK = 24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO = OB = R$ (радиусы) $\Rightarrow$ OK - высота, медиана, биссектриса; $AK = KB = 14:2 = 7$.

$OB^2 = 7^2 + 24^2$

$OB^2 = 49 + 576$

$OB^2 = 625$

$OB = 25$

Т.к. $AO = OB = CO = OD$, то $AO = OB = CO = OD = 25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO = OD = R$ (радиусы) $\Rightarrow$ OH - высота, медиана, биссектриса; $CH = HD = 48:2 = 24$.

$OH^2 = 25^2 - 24^2$

$OH^2 = 625 - 576$

$OH^2 = 49$

$OH = 7$

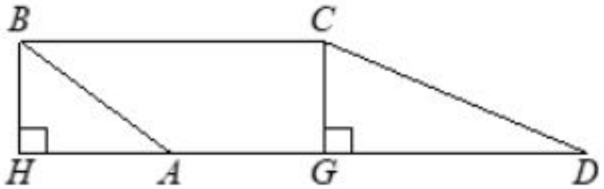
Ответ: 7.

1 балл

Задание 23 модуля «Геометрия»

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135°, а $CD = 17$.

Решение.



Проведём перпендикуляры $BH = CG$ к прямой AD.

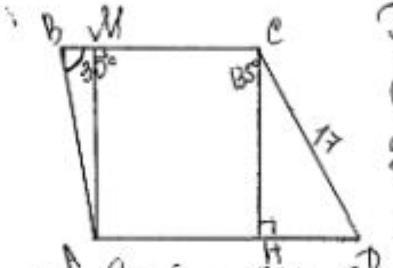
В прямоугольном треугольнике CDG угол GCD равен 45°, следовательно, $CG = CD \cdot \cos 45^\circ = \frac{17\sqrt{2}}{2}$.

В прямоугольном треугольнике ABH катет $BH = CG = \frac{17\sqrt{2}}{2}$, а угол ABH равен 60°. Значит, $AB = \frac{BH}{\cos 60^\circ} = \frac{17\sqrt{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 17\sqrt{2}$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Задание 23 модуля «Геометрия»



Дано: $ABCD$ - тр; $\angle ABC = 30°$; $\angle BCD = 135°$; $CD = 17$

Найти: AB

Решение:

Д.п. проведём CH - высота к основанию AD ⇒ $\angle CHD = \angle BCH = 90°$ ⇒ $\angle HCD = 135° - 90° = 45°$

Р/м $\triangle CHD$ по теореме о сумме $\angle \triangle$ ⇒ $\angle CDH = 180° - 90° - 45° = 45°$

⇒ т.к $\angle HCD = \angle CDH = 45°$ ⇒ $\triangle CHD$ - р/б ⇒ $CH = HD$

Д.п. проведём высоту AM к основанию BC

Р/м $\triangle ABM$: т.к. $\angle MBA = 30°$ ⇒ по св-ву катета, лежащего напротив $\angle 30°$ ⇒ катет равен половине гипотенузы ⇒ $AM = \frac{1}{2}AB$ ⇒ $AB = 2AM$

$AM = CH$ - высота; ⇒ $AB = 2 \cdot CH$

Р/м $\triangle CHD$: по теореме Пифагора ⇒ $CH^2 + HD^2 = CD^2$; $2CH^2 = CD^2$; $CH^2 = \frac{CD^2}{2}$;

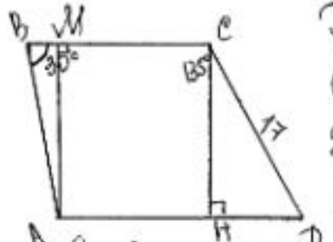
$CH = \sqrt{\frac{CD^2}{2}}$; Р/м $\triangle ABM$; $AB = 2CH = 2 \cdot \sqrt{\frac{CD^2}{2}} =$

$= \sqrt{\frac{4 \cdot CD^2}{2}} = \sqrt{2CD^2} = \sqrt{2 \cdot 17^2} = \sqrt{2 \cdot 289} = 17\sqrt{2}$

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135°, а $CD = 17$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.

Задание 23 модуля «Геометрия»



Дано: $ABCD$ – тр; $\angle ABC = 30°$; $\angle BCD = 135°$;
$CD = 17$

Найти: AB

Решение:

Д.п. проведём CH – высота к основанию AD ⇒ $\angle CHD = \angle BCH = 90°$ ⇒ $\angle HCD = 135° - 90° = 45°$

Р/м $\triangle CHD$ по теореме о сумме $\angle \triangle$ ⇒ $\angle CDH = 180° - 90° - 45° = 45°$

⇒ т.к. $\angle HCD = \angle CDH = 45°$ ⇒ $\triangle CHD$ – р/б ⇒ $CH = HD$

Д.п. проведём высоту AM к основанию BC

Р/м $\triangle ABM$ т.к. $\angle MBA = 30°$ ⇒ по св-ву катета, лежащего напротив $\angle 30°$ ⇒ катет равен половине гипотенузы ⇒ $AM = \frac{1}{2} AB$ ⇒ $AB = 2AM$

$AM = CH$ – высота; ⇒ $AB = 2 \cdot CH$

Р/м $\triangle CHD$ по теореме Пифагора ⇒ $CH^2 + HD^2 = CD^2$; $2CH^2 = CD^2$; $CH^2 = \frac{CD^2}{2}$;

$CH = \sqrt{\frac{CD^2}{2}}$; Р/м $\triangle ABM$; $AB = 2CH = 2 \cdot \sqrt{\frac{CD^2}{2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot CD^2}{2}} = \sqrt{2CD^2} = \sqrt{2 \cdot 17^2} = \sqrt{2 \cdot 289} = 17\sqrt{2}$

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $30°$ и $135°$, а $CD = 17$.

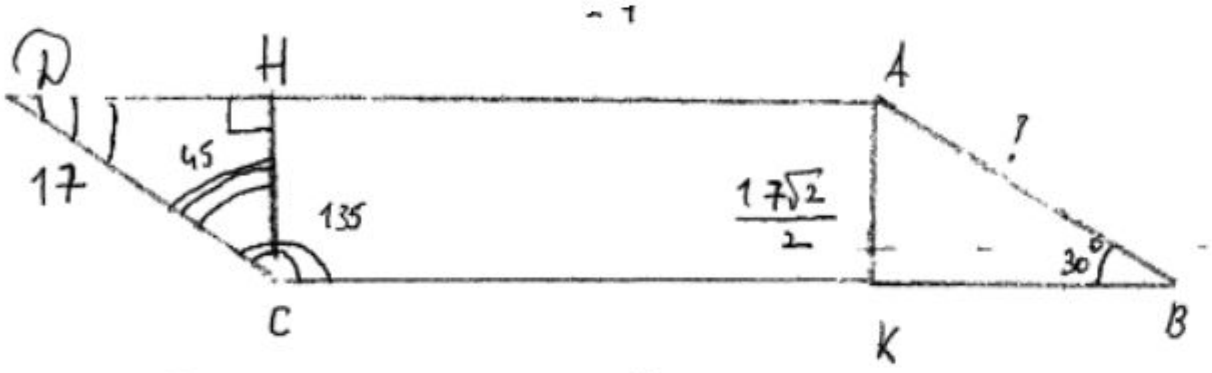
Ответ: $17\sqrt{2}$.

2 балла

Задание 23 модуля «Геометрия»

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $30°$ и $135°$, а $CD = 17$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.



$\angle DCH = 135 - 90 = 45°$

ΔDHC – МБ $\Rightarrow DH = HC = x$ $\quad x^2 + x^2 = 17^2$

$2x^2 = 289 \Rightarrow x = \frac{17\sqrt{2}}{2}$

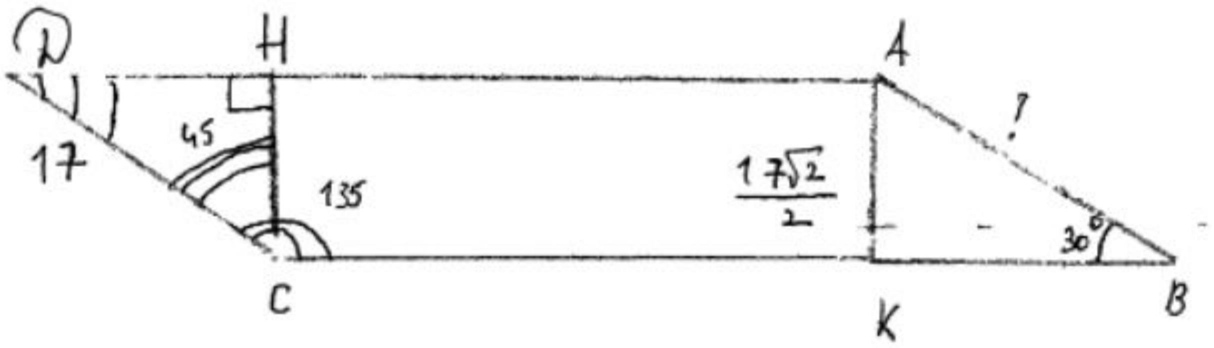
$\Delta AKB \Rightarrow AB = 2 \cdot \frac{17\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$

Ответ: $17\sqrt{2}$

Задание 23 модуля «Геометрия»

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $30°$ и $135°$, а $CD = 17$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.



$\angle DCH = 135 - 90 = 45°$

ΔDHC – МБ $\Rightarrow DH = HC = x$ $\quad x^2 + x^2 = 17^2$

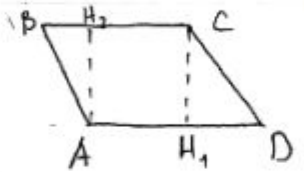
$2x^2 = 289 \Rightarrow x = \frac{17\sqrt{2}}{2}$

$\Delta AKB \Rightarrow AB = 2 \cdot \frac{17\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$

Ответ: $17\sqrt{2}$

0 баллов

Задание 23 модуля «Геометрия»



Дано: $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle BCD = 135^\circ$, $CD = 17$, $CH_1 = AH_2 = h$

AB – ?

Решение: $\angle BCH_1 = 90^\circ$

$\angle BCD = \angle BCH_1 + \angle DCH_1 \Rightarrow \angle DCH_1 = \angle BCD - \angle BCH_1$

$\angle DCH_1 = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ \Rightarrow \angle D = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCH_1 = \angle D \Rightarrow \triangle CH_1D$ – равнобедренный (CD – основание)

$CH_1 = DH_1$ (стороны при основании равнобедренного треугольника) $= x$

$x^2 + x^2 = 17^2$

$2x^2 = 289$

$x^2 = 144,5$

$x = \sqrt{144,5}$

$CH_1 = \sqrt{144,5} \Rightarrow AH_2 = \sqrt{144,5}$ (высоты равны)

$AH_2 = \frac{1}{2} AB$ (катет, лежащий напротив угла в 30°) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2 AH_2$

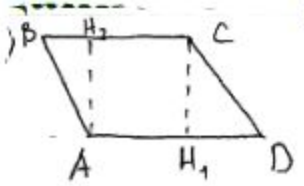
$AB = 2\sqrt{144,5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{144,5} = \sqrt{578}$

Ответ: $AB = \sqrt{578}$

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135°, а $CD = 17$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.

Задание 23 модуля «Геометрия»



Дано: $\angle ABC = 30°$, $\angle BCD = 135°$, $CD = 17$, $CH_1 = AH_2 = h$

$AB - ?$

Решение: $\angle BCH_1 = 90°$

$\angle BCD = \angle BCH_1 + \angle DCH_1 \Rightarrow \angle DCH_1 = \angle BCD - \angle BCH_1$

$\angle DCH_1 = 135° - 90° = 45° \Rightarrow \angle D = 180° - 90° - 45° = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCH_1 = \angle D \Rightarrow \triangle CH_1D$ – равнобедренный (CD – основание)

$CH_1 = DH_1$ (стороны при основании равнобедренного треугольника) $= x$

$x^2 + x^2 = 17^2$

$2x^2 = 289$

$x^2 = 144{,}5$

$x = \sqrt{144{,}5}$

$CH_1 = \sqrt{144{,}5} \Rightarrow AH_2 = \sqrt{144{,}5}$ (высота равна)

$AH_2 = \frac{1}{2}AB$ (катет, лежащий напротив угла в $30°$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 2AH_2$

$AB = 2\sqrt{144{,}5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{144{,}5} = \sqrt{578}$

Ответ: $AB = \sqrt{578}$

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно $30°$ и $135°$, а $CD = 17$.

Ответ: $17\sqrt{2}$.

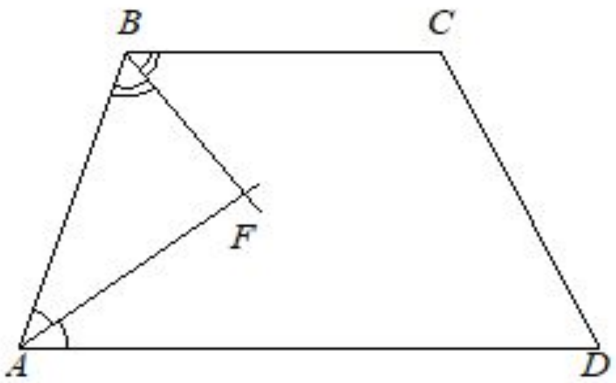
1 балл

Задание 23 модуля «Геометрия»

Задание №23 (выполнение 13,03%)

Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F. Найдите AB, если $AF = 12$, $BF = 9$.

Решение.



Сумма углов, прилежащих к боковой стороне трапеции, равна $180°$, значит,

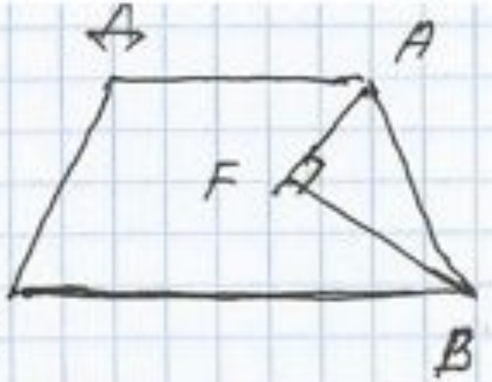
$$\angle ABF + \angle BAF = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BAD) = 90°$$

Получаем, что треугольник ABF прямоугольный с прямым углом F.
По теореме Пифагора находим AB:

$$AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

Ответ: 15.

Задание 23 модуля «Геометрия»



1) $\angle A + \angle B = 180^\circ$, т.к. это односторонние углы при $AD \parallel CB$ и секущей AB

2). $\angle BAF = \frac{1}{2}\angle A$

$\angle ABF = \frac{1}{2}\angle B$, то

$\angle BAF + \angle FBA = 90^\circ$

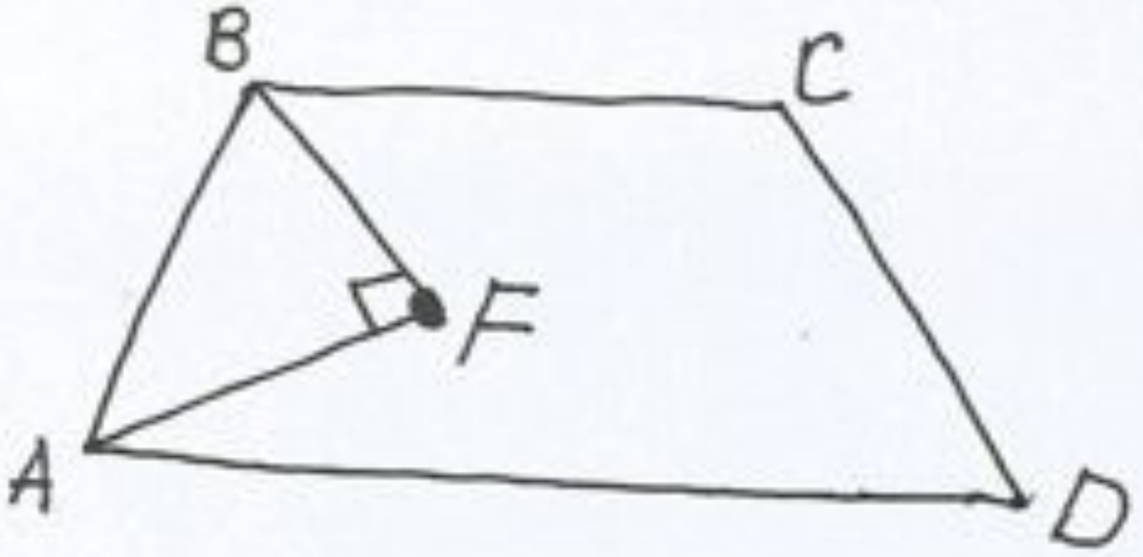
3) $AB^2 = AF^2 + FB^2$

$AB = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ см

Ответ: 15

Задание 23 модуля «Геометрия»

$$AB^2 = AF^2 + FB^2$$
$$AB^2 = 12^2 + 9^2$$
$$AB^2 = 144 + 81$$
$$AB^2 = 225$$
$$AB = 15$$

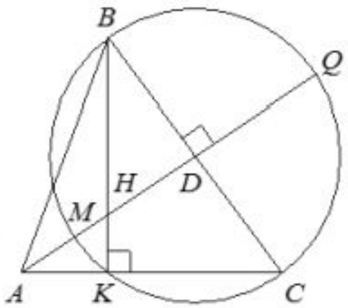


Задание 25 модуля «Геометрия»

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 9$, $MD = 3$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Решение.

Пусть окружность с диаметром BC вторично пересекается с прямой AC в точке K (см. рис.). Поскольку BK — высота остроугольного треугольника ABC, точка K лежит на стороне AC.



Продолжим высоту AD за точку D до пересечения с окружностью в точке Q. Тогда $DQ = MD = 3$.

По следствию из теоремы о касательной и секущей

$AK \cdot AC = AM \cdot AQ = (AD - MD) \cdot (AD + MQ) =$
$= 6 \cdot 12 = 72.$

Из подобия прямоугольных треугольников AKH и ADC следует, что

$\frac{AK}{AH} = \frac{AD}{AC}$, откуда $AK \cdot AC = AD \cdot AH = 9AH$.

Значит, $9AH = 72$. Следовательно, $AH = 8$.

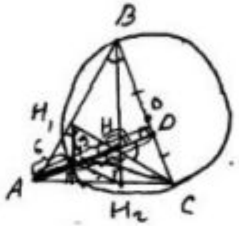
Ответ: 8.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Задание 25 модуля «Геометрия»

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 9$, $MD = 3$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Ответ: 8.



Дано:

$\triangle ABC$; ~~∠B – острый~~ O – окружность

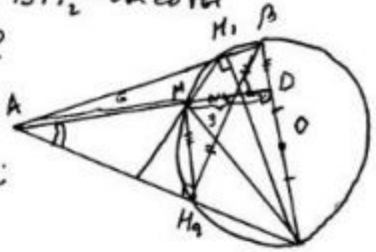
$BC = d$

$AB = 9$ $MD = 3$

точка H – точка пересечения высот

AD; CH_1; BH_2 – высоты

Найти: $AH = ?$



Решение:

$\triangle ABC$ – данный треугольник;

BC – диаметр окружности O.

$AD = 9$; $MD = 3$

$AM = AD - MD = 9 - 3 = 6$ (по аксиоме измерения отрезков).

Доп. построения.

Построю ~~отр~~ отрезок MC.

Рассмотрю $\triangle AH_1H$ и $\triangle DCH$.

Они подобны по 1-ому признаку подобия треугольников.

Значит $K = \frac{AD}{MC} = \frac{H_1H}{DM} = \frac{AB}{DC}$.

$K = \frac{9}{MC} = \frac{H_1H}{3} = \frac{AB}{DC} = K$

Пусть $MH = x$ см $x > 0$, тогда $AH = x + 6$ см.

~~Рассмотрю △ABD и △ABH;~~

~~Они подобны, значит K = 1,5.~~

Рассмотрю $\triangle HBD$ и $\triangle MH_2H$.

Они равны по 1-ому признаку равенства △.

($\angle MHH_2 = \angle BHC$ как вертикальные)

($H_2H = BH$; $H_1H = CH$)

Следовательно $MD = MH + HD = 3 : 2 = 1{,}5$.

$AH = AM + MH$.

$6 + 1{,}5 = 7{,}5$ (по аксиоме измерения отрезков)

Ответ: 7,5 см.

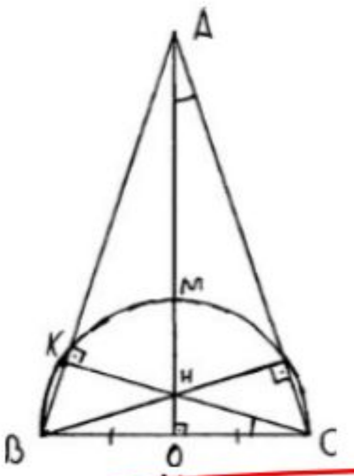
$6 + 2x = 9$

$x = 1{,}5$

$AH = 7{,}5$

0 баллов

Задание 25 модуля «Геометрия»



На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 9$, $MD = 3$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Ответ: 8.

Решение:

т. M делит отрезок AD в отношении $\frac{AM}{MD} = \frac{AD-MD}{MD} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$, считая от вершины

=> т. M - точка пересечения медиан △ABC. ~~но так~~

AM - медиана △ABC, но т.к. AM ∈ AD, то есть

AD является и высотой, и медианой △ABC одновременно =>

△ABC - равнобедренный (по признаку).

Рассмотрим △AOC и △CKB. [redacted]

∠KBO = ∠OCA (по св-ву равнобедренного треугольника)

∠AOC = ∠CKB = 90° =>

△AOC ∼ △CKB (по двум углам).

Рассмотрим △CKB и △CDH:

[redacted] ∠KCB - общий;

∠BKC = ∠HDC = 90° =>

△CKB ∼ △CDH.

Т.к. △AOC ∼ △CKB, △CKB ∼ [redacted] △CDH } => △AOC ∼ △CDH (по

т.к. △AOC ∼ △CDH, то => $\frac{DC}{AD} = \frac{HD}{DC}$ =>

$DC^2 = AD \cdot HD$; $HD = \frac{DC^2}{AD}$; $HD = \frac{3^2}{9} = 1$

AH = AD - HD (по св-ву отрезков)

AH = 9 - 1 = 8

Ответ: 8.

0 баллов

Задание 25 модуля «Геометрия»

На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 9$, $MD = 3$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

Ответ: 8.

1) дополним полуокружность до окружности $\omega(O;R)$

2) $BA \cap \omega = H_1$; $AC \cap \omega = H_2$; $AD \cap \omega = M; K$

3) т.к. BC диаметр $\Rightarrow \angle BH_1C = \angle BH_2C = 90 \Rightarrow$

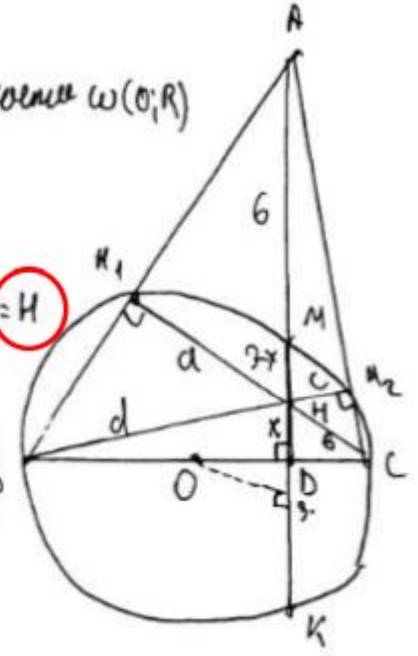
CH_1 и BH_2 высоты $\triangle ABC \Rightarrow AD \cap BH_2 \cap BH_1 = H$

пусть $DH = x$;

4) проведем сер. ⊥ $MK \Rightarrow$ он проходит через O

$\Rightarrow$ сер ⊥ $\parallel BC$ но они $\cap$ в $O \Rightarrow BC$ проходит через сер $MK \Rightarrow MD = DK = 3$

5) пусть $H_1H = a$; $HC = b$; $HH_2 = c$; $BH = d$



$\triangle H_1HA \sim \triangle DHC$ т.к. $\angle ADC = 90 = \angle AH_1C$; $\angle H_1HA = \angle DHC \Rightarrow$

$\frac{a}{x} = \frac{9-x}{b} \Rightarrow ab = (9-x)x$

~~аналогично~~ по теореме о произведении секущих

$ab = (3-x)(3+x) = 9 - x^2 \Rightarrow 9x - x^2 = 9 - x^2 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$

Ответ: $AH = 9 - 1 = 8$

2 балла

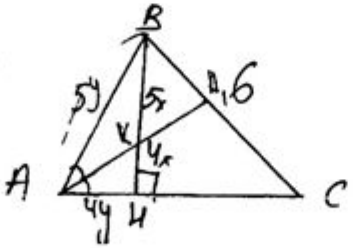
Задание 25 модуля «Геометрия»

Пример 1.

Биссектриса угла *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 5:4, считая от вершины. *BC* равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

Б26.



Дано: $\triangle ABC$, бис $\angle A$ делит BH (5:4), $BC=6$

Найти: R.

Б26. AA_1 – бис $\Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{HK} = \frac{5}{4}$ $AB=5y$, $AH=4y$ $\Rightarrow BH=3y$ и $BH=9x$

$9x=3y$ $\quad 3x=y$ $\quad 2R = \frac{a}{\sin\angle A} = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{6}{\sin\angle A}$ $\quad \sin\angle A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

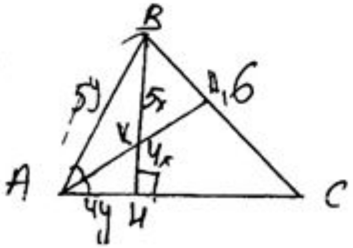
Задание 25 модуля «Геометрия»

Пример 1.

Биссектриса угла A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 5:4, считая от вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

Б26.



Дано: $\triangle ABC$, бис $\angle A$ делит BH (5:4), $BC=6$

Найти: R.

Б26. AA_1 – бис $\Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{AH}{HK} = \frac{5}{4}$ $AB=5y$, $AH=4y$ $\Rightarrow BH=3y$ и $BH=9x$

$9x=3y$ $3x=y$ $2R = \frac{a}{\sin\angle A} = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{6}{\sin A}$ $\sin\angle A = \frac{3y}{5y} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

Комментарий.

Решение незаконченное: формула для нахождения радиуса выписана, все компоненты найдены, но не получен итоговый результат.

Оценка эксперта: 1 балл.

Задание 25 модуля «Геометрия»

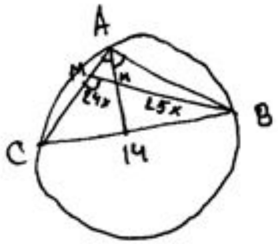
Биссектриса A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 25:24, считая от вершины. BC равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

26.

Дано:
AH – биссектриса
$\frac{HM}{BH} = \frac{24}{25}$
$BC = 14$

Найти:
R



Решение:

AH – биссектриса (по условию)

$\Downarrow$

$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$

Пусть $AM = 24y$, тогда $AB = 25y$

$\Downarrow$

$MB = 7y$ (по теореме Пифагора)

$\Downarrow$

$\sin\angle A = \frac{7}{25}$

$\Leftarrow$

$2R = \frac{CB}{\sin\angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$

$\Downarrow$

$R = 25$

Ответ: 25.

Задание 25 модуля «Геометрия»

Биссектриса *A*, треугольника *ABC* делит высоту *BH* в отношении 25:24, считая от вершины. *BC* равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

$\boxed{26.}$

Дано:

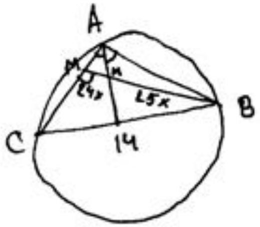
AH - биссектриса

$\frac{HM}{BH} = \frac{24}{25}$

$BC = 14$

Найти:

R



Решение:

AH – биссектриса (по условию)

$\Downarrow$

$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BH} = \frac{24}{25}$

Пусть $AM = 24y$, тогда $AB = 25y$

$\Downarrow$

$MB = 7y$ (по теореме Пифагора)

$\Downarrow$

$\sin\angle A = \frac{7}{25}$

$\Leftarrow$

$2R = \frac{CB}{\sin\angle A} = \frac{14}{\frac{7}{25}} = 50$

$\Downarrow$

$R = 25$

Ответ: 25.

Комментарий.

Решение верное.

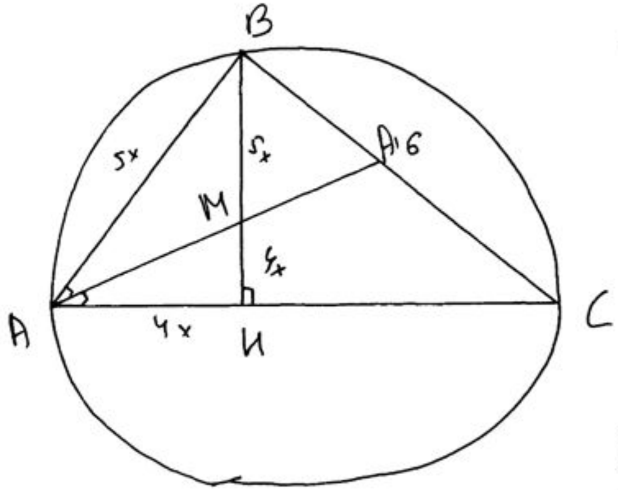
Оценка эксперта: 2 балла.

Задание 25 модуля «Геометрия»

Биссектриса угла A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 5:4, считая с вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

26.



Дано:

Окр$(O;R)$

$\triangle ABC$

$BC = 6$

AA_1 - биссектриса

BH - высота.

$BM:MH = 5:4$.

Найти:

R

Решение:

$$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}\sin A} = \frac{3}{\sin A}.$$

1. Рассмотрим $\triangle ABH$:

$$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{9x}{AB} = \frac{9\cancel{x}}{5\cancel{x}} = 1{,}8$$ (т.к. AM делит основание, в том же отношении, что и боковые стороны) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{\sin A} = \frac{3}{1{,}8} = 1\tfrac{2}{3}$$

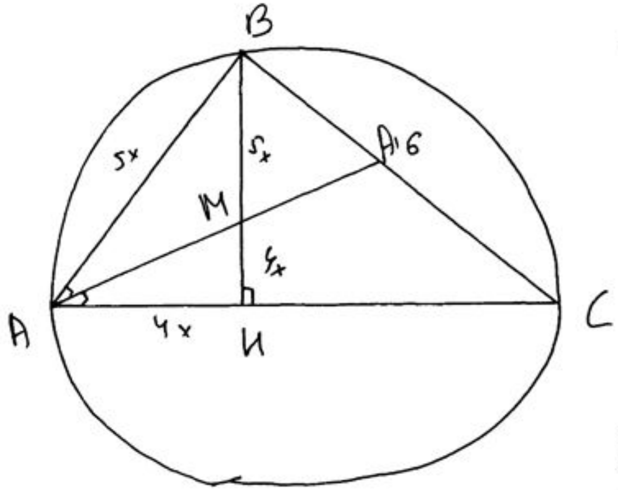
Ответ: $R = 1\tfrac{2}{3}$.

Задание 25 модуля «Геометрия»

Биссектриса угла A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 5:4, считая с вершины. BC равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 5.

26.



Дано:
Окр$(O;R)$
$\triangle ABC$
$BC = 6$
AA_1 - биссектриса
BH - высота.
$BM:MH = 5:4$.
Найти:
R

Решение:

$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\cancel{6}\,3}{\cancel{2}\sin A} = \frac{3}{\sin A}$.

1. Рассмотрим $\triangle ABH$:

$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{9x}{AB} = \frac{9\cancel{x}}{5\cancel{x}} = 1{,}8$ (т.к. AM делит основание, в том же отношении, что и боковые стороны) $\Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{3}{\sin A} = \frac{3}{1{,}8} = \cancel{2{,}6} \; 1\frac{2}{3}$

Ответ: $R = \cancel{2{,}6}. \; 1\frac{2}{3}$.

Комментарий.

Логическая ошибка, неверно применено свойство биссектрисы.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Задание 25 модуля «Геометрия»

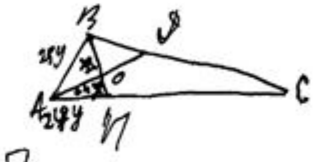
Биссектриса A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 25:24, считая от вершины. BC равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.

Дано:
$\triangle ABC$
BH – высота
AD – биссектриса
$BC=14$
$BO:OH=25x:24x$

R – ?

2 6.



Решение:

1) $\frac{AB}{AH}=\frac{BO}{OH}=\frac{24(y)}{25(y)}$ – свойство биссектрисы в $\triangle ABH$

2) $\triangle ABH$ – прямоугольный =>
$25y^2 = AB^2 = AH^2+BH^2$ (Пифагор) =>
$25y^2 = 24y^2+(49x)^2 \Rightarrow 49y^2=(49x)^2 \Rightarrow y^2=49x^2$
$\Rightarrow y=7x$

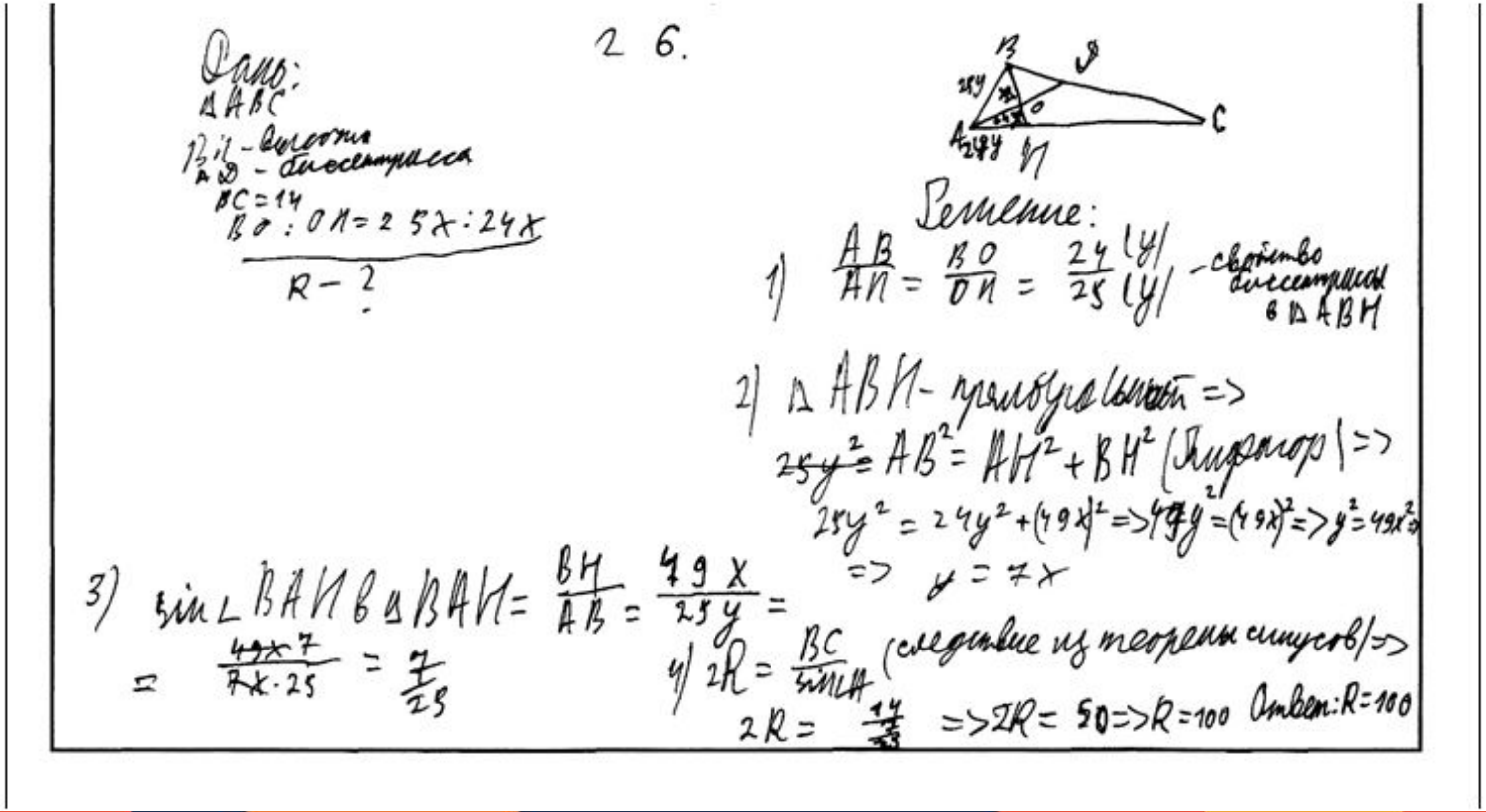
3) $\sin\angle BAH$ в $\triangle BAH = \frac{BH}{AB}=\frac{49x}{25y}= \frac{\cancel{49x}\cdot 7}{\cancel{7x}\cdot 25}=\frac{7}{25}$

4) $2R=\frac{BC}{\sin\angle A}$ (следствие из теоремы синусов) =>
$2R=\frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R=50 \Rightarrow R=100$ Ответ: $R=100$

Задание 25 модуля «Геометрия»

Биссектриса A, треугольника ABC делит высоту BH в отношении 25:24, считая от вершины. BC равно 14. Найдите радиус описанной окружности.

Ответ: 25.


Дано:
$\triangle ABC$
BH – высота
AO – биссектриса
$BC=14$
$BO:OH = 25x:24x$
R – ?

2 6.

Решение:

1) $\frac{AB}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{24y}{25y}$ – свойство биссектрисы в $\triangle ABH$

2) $\triangle ABH$ – прямоугольный $\Rightarrow$
$\cancel{25y^2} = AB^2 = AH^2 + BH^2$ (Пифагор) $\Rightarrow$
$25y^2 = 24y^2 + (49x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (49x)^2 \Rightarrow y^2 = 49x^2$
$\Rightarrow y = 7x$

3) $\sin\angle BAH$ в $\triangle BAH = \frac{BH}{AB} = \frac{49x}{25y} = \frac{49x \cdot 7}{7x \cdot 25} = \frac{7}{25}$

4) $2R = \frac{BC}{\sin\angle A}$ (следствие из теоремы синусов) $\Rightarrow$
$2R = \frac{14}{\frac{7}{25}} \Rightarrow 2R = 50 \Rightarrow R = 100$ Ответ: $R=100$

Комментарий.

Арифметическая ошибка.

Оценка эксперта: 1 балл.

Задачи на доказательство на ОГЭ. Требования к обоснованию утверждений. Основные ошибки и недочеты в решении заданий № 24 ОГЭ. Критерии, используемых для оценки выполнения задания 24 с развернутым ответом по математике (заданий модуля «Геометрия»)

АСОУ

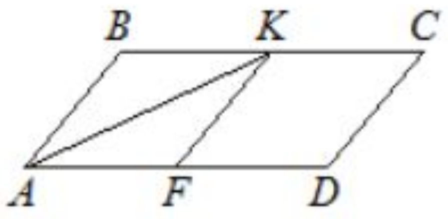
АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Доказательство.

Проведём прямую KF параллельно стороне AB (см. рисунок). Поскольку $BK = KC = AB$, параллелограмм $ABKF$ является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

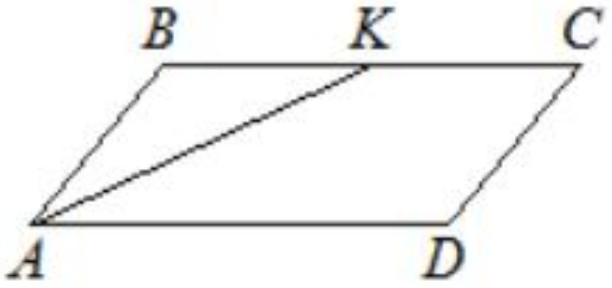


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Доказательство.



Треугольник ABK равнобедренный, поскольку

$BK = \frac{1}{2}BC = AB$, тогда углы BAK и BKA равны.

Углы BAK и KAD равны как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.

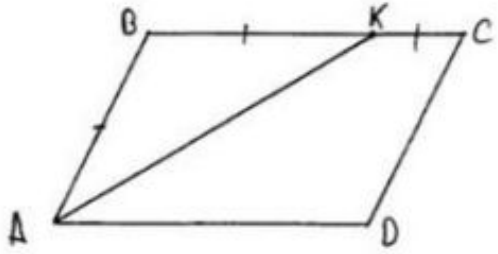
Получили: $\angle BAK = \angle BKA$ и $\angle BKA = \angle KAD$, следовательно, $\angle BAK = \angle KAD$. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано:
ABCD-параллелограмм
BC = 2 AB
K - середина BC

Доказать:
AK - биссектриса угла BAD



Доказательство:

Т.к. K - середина BC, то BK = KC =>
BK = ½BC = AB => △ ABK - равнобедренный
∠BAK = ∠BKA (по св-ву равнобедренного треугольника)

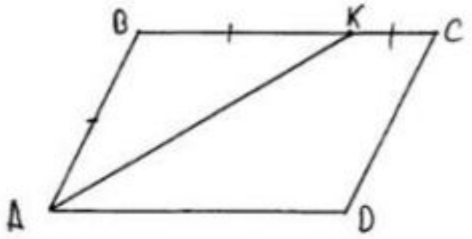
Рассмотрим углы BKA и KAD:
∠BKA = ∠KAD (как внутренние накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK).
∠BAK = ∠BKA = ∠KAD =>
∠BAK = ∠KAD => AK - биссектриса ∠BAD
(по признаку)
Ч.т.д.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано:
ABCD-параллелограмм
BC = 2AB
K - середина BC

Доказать:
AK - биссектриса угла BAD



Доказательство:

Т.к. K - середина BC, то BK = KC =>
BK = ½BC = AB => △ABK - равнобедренный
∠BAK = ∠BKA (по св-ву равнобедренного треугольника)

Рассмотрим углы BKA и KAD:
∠BKA = ∠KAD (как внутренние накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK).
∠BAK = ∠BKA = ∠KAD =>
∠BAK = ∠KAD => AK - биссектриса ∠BAD
(по признаку)
ч.т.д.

2 балла

Задание 24 модуля «Геометрия»

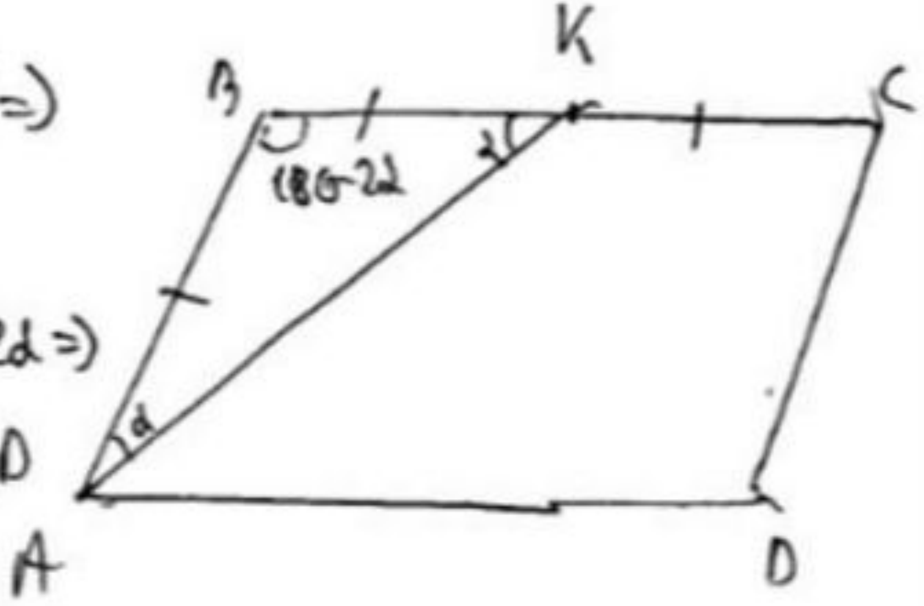
Пусть $AB = a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow BK = a \Rightarrow \triangle ABK$ р/б $\Rightarrow$

$\angle BAK = \angle BKA = \alpha \Rightarrow \angle ABK = 180 - 2\alpha$

т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAD + \angle ABK = 180 \Rightarrow \angle BAK = 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD = \alpha \Rightarrow \angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK$ бис. $\angle BAD$

$\square$



Задание 24 модуля «Геометрия»

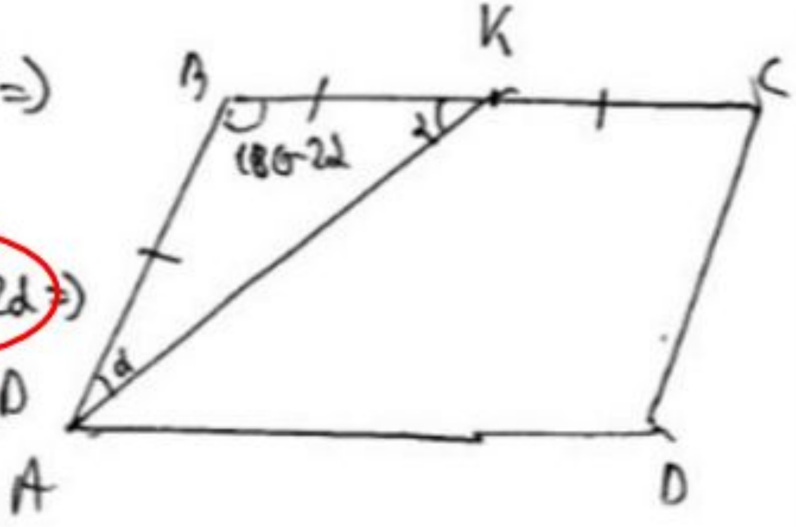
Пусть $AB=a \Rightarrow BC=2a \Rightarrow BK=a \Rightarrow \triangle ABK$ р/б $\Rightarrow$

$\angle BAK=\angle BKA=\alpha \Rightarrow \angle ABK=180-2\alpha$

т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAD+\angle ABK=180 \Rightarrow \angle BAK=2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD=\alpha \Rightarrow \angle BAK=\angle KAD \Rightarrow AK$ бис. $\angle BAD$

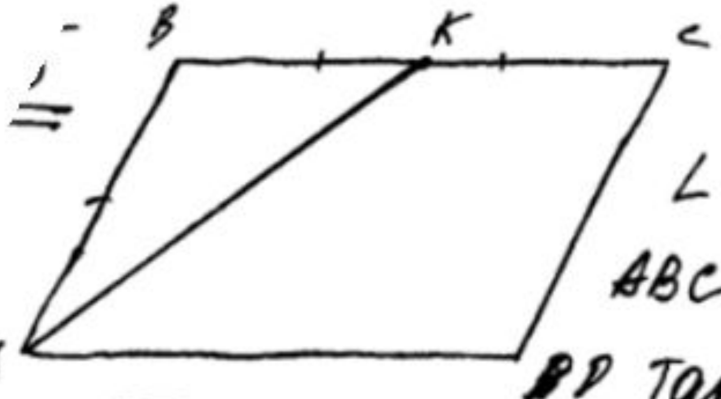
□



0 баллов

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.



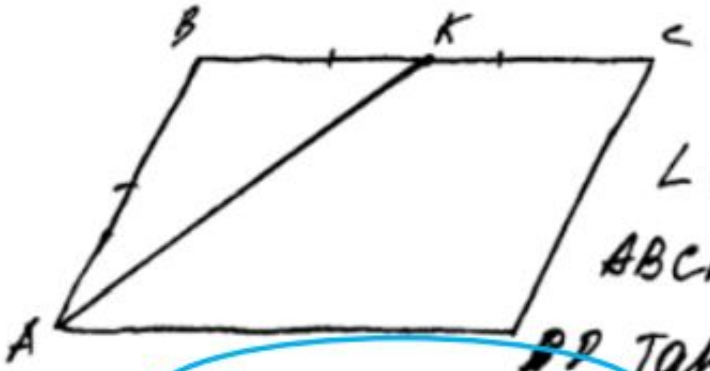
Пусть $\angle ABK=\alpha$, тогда $\angle ADC=\alpha$, $\angle BAD=\angle BCD=180-\alpha$, так как $ABCD$ — параллелограмм. $AB=BK$ так как $BC=2AB$ и $BK=\frac{1}{2}BC$.

Значит $\angle BAK=\angle BKA=(180-\alpha):2=90-\frac{1}{2}\alpha$. ~~Значит~~ Тогда $\angle KAD=180-\alpha-(90-\frac{1}{2}\alpha)=90-\frac{1}{2}\alpha$ значит $\angle KAD=\angle BAK$

Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.



Пусть $\angle ABK=\alpha$, тогда $\cancel{\angle}$ $\angle ADC=\alpha$, $\angle BAD=\angle BCD=180-\alpha$, так как $ABCD$ — параллелограмм. $AB=BK$ так как $BC=2AB$ и $BK=\frac{1}{2}BC$.

Значит $\angle BAK=\angle BKA=(180-\alpha):2=90-\frac{1}{2}\alpha$. ~~Значит~~ Тогда $\angle KAD=180-\alpha-(90-\frac{1}{2}\alpha)=90-\frac{1}{2}\alpha$ значит $\angle KAD=\angle BAK$

Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

1 балл

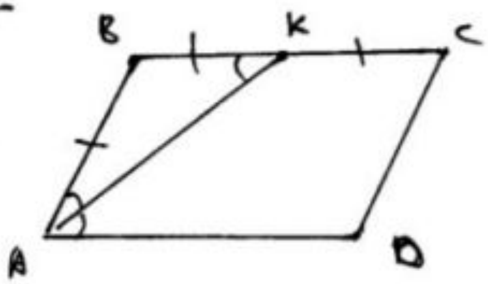
Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: $ABCD$ – паралелогр.

$BC = 2AB$

$BK = KC$



$BK = \frac{1}{2} BC = AB$ по усл.

$\triangle ABK$ – равноб.

$\angle BAK = \angle BKA$ по опр. рав. тр.

$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.

$\Downarrow$

$\angle BAK = \angle KAD$

$\Downarrow$

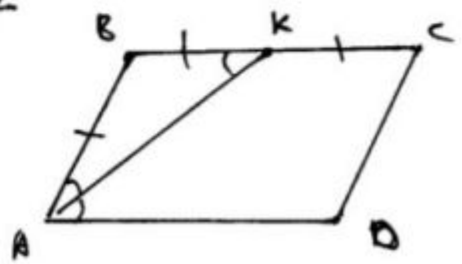
AK – биссектриса

Ч.Т.Д.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: $ABCD$ – параллелогр.
$BC = 2AB$
$BK = KC$



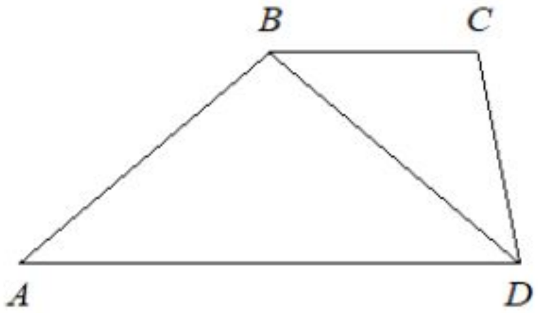
$BK = \frac{1}{2} BC = AB$ по усл.
$\triangle ABK$ – равноб.
$\angle BAK = \angle BKA$ по опр. рав. тр.
$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.
$\Downarrow$
$\angle BAK = \angle KAD$
$\Downarrow$
AK – биссектриса
ч. т. д.

0 баллов

Задание 24 модуля «Геометрия»

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.

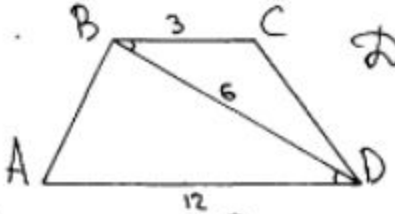


В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие, кроме того, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2$. Поэтому треугольники CBD и BDA подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Задание 24 модуля «Геометрия»

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



Дано: $ABCD$; $AB \not\parallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC = 3$; $AD = 12$; $BD = 6$.

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и BD-секущая).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$

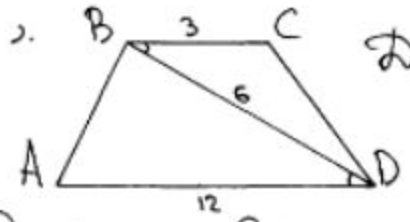
$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$

$$k = 2 = 2$$

Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



Дано: $ABCD$; $AB \nparallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC=3$; $AD=12$;
$BD=6$.

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и BD-секущая).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$

$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$

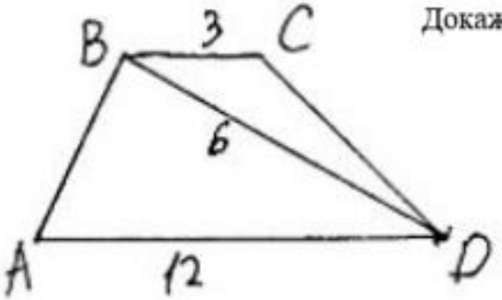
$k = 2 = 2$

Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

2 балла

Задание 24 модуля «Геометрия»

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



Дано:
$ABCD$ - трап.
$BC \parallel AD$
$BC = 3$
$AD = 12$
$BD = 6$

Т.д.:
$\triangle CBD \sim \triangle BDA$

1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. н/л при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

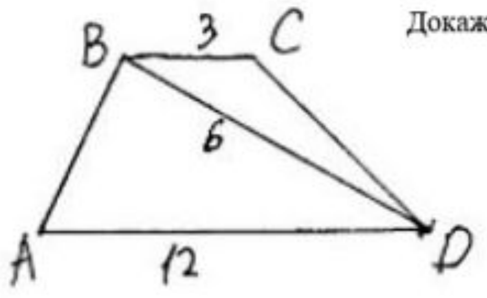
2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ $\left(\frac{12}{6} = \frac{6}{3}\right)$

3) Из п.1 и п.2 => $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по равному углу и 2 соответственным сторонам)

ч.т.д.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.



Дано:
$ABCD$ - трап.
$BC \parallel AD$
$BC = 3$
$AD = 12$
$BD = 6$

Т.д.:
$\triangle CBD \sim \triangle BDA$

1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. н/л при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ $\left(\frac{12}{6} = \frac{6}{3}\right)$

3) Из п.1 и п.2 $\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$

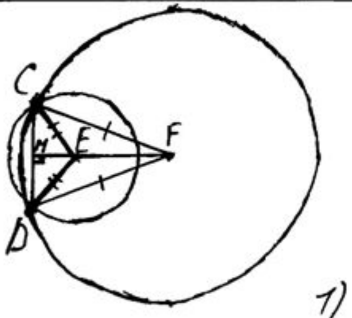
(по равному углу и 2 соответственным сторонам)

ч.т.д.

2 балла

Задание 24 модуля «Геометрия»

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.



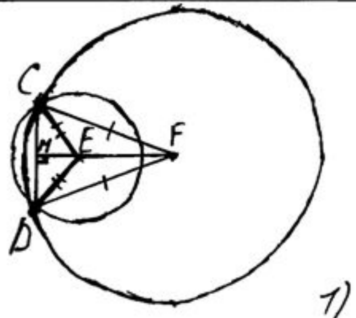
Дано: C и D - точки пересечения окружностей;
E и F по одну сторону от CD.
Док-ть: $CD \perp EF$
Док-во:

1) Проведём радиусы CE; ED; CF и FD.
2) Рассмотрим тр-к CDE. Радиусы равны => => тр-к равнобедренный.
3) Проведём медиану EM. В равнобедренном тр-нике медиана, проведённая к основанию явл. высотой => EM - высота.
4) Рассмотрим тр-к CFD. Радиусы равны => => тр-к равнобедренный => медиана, проведённая к основанию явл. высотой. => => FM - медиана и высота.
5) Высоты EM и FM лежат на одной прямой с отрезком FE; Основание CD лежит на прямой CD.
6) Так как высоты тр-ков $\perp$ к основанию CD и лежат на одной прямой с EF, то $EF \perp CD$.

Ч.Т.Д.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.



Дано: C и D - точки пересечения окружностей;
E и F по одну сторону от CD.
Док-ть: $CD \perp EF$
Док-во:

1) Проведём радиусы CE; ED; CF и FD.
2) Рассмотрим тр-к CDE. Радиусы равны => => тр-к равнобедренный.
3) Проведём медиану EM. В равнобедренном тр-нике медиана, проведённая к основанию явл. высотой => EM - высота.
4) Рассмотрим тр-к CFD. Радиусы равны => => тр-к равнобедренный => медиана, проведённая к основанию явл. высотой. => => FM - медиана и высота.
5) Высоты EM и FM лежат на одной прямой с отрезком FE; Основание CD лежит на прямой CD.
6) Так как высоты тр-ников $\perp$ к основанию CD и лежат на одной прямой с EF, то $EF \perp CD$.
Ч.Т.Д.

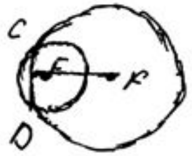
Комментарий.

Неточность в обосновании (см. пункт 5)

Оценка эксперта: 1 балл.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.



Дано: окружность с центром в точке E, окружность с центром в точке F, точки C, D - точки пересечения окружностей

Доказать: $EF \perp CD$

~~1) Рассмотрим треугольник CFD.~~

2) Пусть пересечение EF и CD - H, а пересечение с окружностью
смотри на обороте →

3) Так как центры окружностей находятся на одной прямой, CD их общая хорда, а ~~EF~~ FL - радиус одной из окружностей, то FH делит CD пополам.

4) Рассмотрим треугольник CFD, FH - медиана CD,

5) $FD = FC$, т.к. они являются радиусами окружности

6) следовательно $\triangle CFD$ - равнобедренный, следовательно FH также является высотой, следовательно $EF \perp CD$

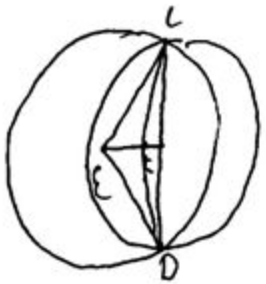
Комментарий.

Не доказано, почему FH делит CD пополам.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Задание 24 модуля «Геометрия»

Две окружности с центрами E и F пересекаются в точках C и D, центры E и F лежат по одну сторону относительно прямой CD. Докажите, что прямая CD перпендикулярна прямой EF.



Дано: окр. ц. E, окр. ц. F

окр. пересекаются в C и D;

Док-ть: $CD \perp EF$

Док-во.

1). Проведем радиусы EC, ED, FC, FD

$EC = ED$ (радиусы) => E равноудалена от C и D

$FC = FD$ (радиусы) => F равноудалена от C и D

=> EF - сер. перпендикуляр к CD => $EF \perp CD$ ч.т.д.

Комментарий.

Классическое доказательство данного факта.

Оценка эксперта: 2 баллов.

В презентации использованы материалы:

- Курсов ФГБНУ ФИПИ «Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным программам основного общего образования в 2021 году» (авт. А.В.Семенов)
- Методических материалов для предметных комиссий субъектов Российской Федерации по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ 2021 года
- Статистико-аналитического отчета о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2021 году в Московской области

Спасибо за внимание!

АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ