СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ и ТЕОРЕМЫ ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ

ОТМЕТИМ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. Отрицательные числа и нуль не имеют логарифмов. [b> 0]
2. При любом основании а (а>0, а≠1) логарифм единицы равен нулю.[log 1 = 0]
3. Логарифм числа, равного основанию, всегда есть единица [$\log_a a = 1$]

Теоремы о логарифмах произведения, частного, степени и корня

Теорема 1. *Логарифм произведения двух чисел равен сумме логарифмов сомножителей по тому же основанию:*

$$\log_a(N_1N_2)=\log_a N_1+\log_a N_2.$$

Теорема 2. *Логарифм частного двух чисел равен разности логарифмов делимого и делителя по тому же основанию:*

$$\log_a\frac{N_1}{N_2}=\log_a N_1-\log_a N_2.$$

▲ **Теорема 3.** *Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания:*

$$\log_a(N^m) = m\log_a N.$$

▲ **Теорема 4** (следствие из теоремы 3). *Логарифм корня равен*

Прологарифмировать некоторое выражение, заданное в виде произведения, частного, степени или корня, – значит выразить логарифм этого выражения через логарифмы составляющих его чисел. Это позволяют сделать теоремы 1–4.

210—220. Прологарифмировать следующие выражения:

210. $x=\frac{ab}{c^3}$.

Решение. Применив сначала теорему 2, а затем теоремы 1 и 3, получим

$$\log x=\log(ab)-\log(c^3)=\log a+\log b-3\log c.$$

Здесь и в следующих примерах основание логарифма мы не пишем, так как полученные равенства справедливы при любом основании.

211. $x=\sqrt{\frac{3a^2b}{c^5}}$.

Решение. Применим последовательно теоремы 2, 1 и 3. Находим

$$\log x=\frac{1}{2}\log\left(\frac{3a^2b}{c^5}\right)=\frac{1}{2}[\log(3a^2b)-\log(c^5)]=\frac{1}{2}\log(3a^2b)-$$
$$-\frac{1}{2}\log(c^5)=\frac{1}{2}(\log 3+2\log a+\log b)-\frac{5}{2}\log c=\frac{1}{2}\log 3+\log a+$$
$$+\frac{1}{2}\log b-\frac{5}{2}\log c.$$

212. $x=\frac{a^2(a+b)^3}{(a-b)^2c^3}$.

Решение. Применив теоремы 2, 1 и 3, получим

$$\log x=\log[a^2(a+b)^3]-\log[(a-b)^2c^3]=\log a^2+\log(a+b)^3-\log(a-b)^2-$$
$$-\log c^3=2\log a+3\log(a+b)-2\log(a-b)-3\log c.$$

По данному результату логарифмирования мы можем найти исходное выражение. Это действие называется *потенцированием.*

221—228. По известному логарифму числа x найти это число:

221. $\log x = \log a + \log b - \log c.$

Решение. В силу утверждений, обратных теоремам 1 и 2, запишем $\log x = \log \frac{ab}{c}$, откуда $x = \frac{ab}{c}$.

222. $\log x = 3\log a + 2\log(a+b) - \frac{1}{2}\log c.$

Решение. Согласно утверждениям, обратным теоремам 3, 4, 1 и 2, получим

$$\log x = \log a^3 + \log(a+b)^2 - \log\sqrt{c} = \log\frac{a^3(a+b)^2}{\sqrt{c}};\quad \log x = \log\frac{a^3(a+b)}{\sqrt{c}};$$

$$x = \frac{a^3(a+b)}{\sqrt{c}}.$$

Домашнее задание:

Прологарифмировать следующие выражения:

По известному логарифму числа x найти это число: