

**СВОЙСТВА  
ЛОГАРИФМОВ и  
ТЕОРЕМЫ  
ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ**

# ОТМЕТИМ ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. Отрицательные числа и нуль не имеют логарифмов. [  $b > 0$  ]
2. При любом основании  $a$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ) логарифм единицы равен нулю. [  $\log 1 = 0$  ]
3. Логарифм числа, равного основанию, всегда есть единица [  $\log_a a = 1$  ]

# Теоремы о логарифмах произведения, частного, степени и корня

▲ Теорема 1. Логарифм произведения двух чисел равен сумме логарифмов сомножителей по тому же основанию:

$$\log_a(N_1N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2.$$

▲ Теорема 2. Логарифм частного двух чисел равен разности логарифмов делимого и делителя по тому же основанию:

$$\log_a \frac{N_1}{N_2} = \log_a N_1 - \log_a N_2.$$

▲ Теорема 3. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания:

$$\log_a(N^m) = m \log_a N.$$

▲ Теорема 4 (следствие из теоремы 3). Логарифм корня равен

1. Содержание

1.1. Введение

1.2. Цели и задачи

1.3. Методология

1.4. Результаты

1.5. Заключение

210—220. Прологарифмировать следующие выражения:

$$210. x = \frac{ab}{c^3}.$$

Решение. Применив сначала теорему 2, а затем теоремы 1 и 3, получим

$$\log x = \log(ab) - \log(c^3) = \log a + \log b - 3\log c.$$

Здесь и в следующих примерах основание логарифма мы не пишем, так как полученные равенства справедливы при любом основании.

$$211. x = \sqrt{\frac{3a^2b}{c^5}}.$$

Решение. Применим последовательно теоремы 2, 1 и 3. Находим

$$\begin{aligned}\log x &= \frac{1}{2} \log \left( \frac{3a^2b}{c^5} \right) = \frac{1}{2} [\log(3a^2b) - \log(c^5)] = \frac{1}{2} \log(3a^2b) - \\ &- \frac{1}{2} \log(c^5) = \frac{1}{2} (\log 3 + 2\log a + \log b) - \frac{5}{2} \log c = \frac{1}{2} \log 3 + \log a + \\ &+ \frac{1}{2} \log b - \frac{5}{2} \log c.\end{aligned}$$

$$212. x = \frac{a^2(a+b)^3}{(a-b)^2c^3}.$$

Решение. Применяя теоремы 2, 1 и 3, получим

$$\begin{aligned}\log x &= \log[a^2(a+b)^3] - \log[(a-b)^2c^3] = \log a^2 + \log(a+b)^3 - \log(a-b)^2 - \\ &- \log c^3 = 2\log a + 3\log(a+b) - 2\log(a-b) - 3\log c.\end{aligned}$$

По данному результату логарифмирования мы можем найти исходное выражение. Это действие называется *потенцированием*.

221–228. По известному логарифму числа  $x$  найти это число:

$$221. \log x = \log a + \log b - \log c.$$

Решение. В силу утверждений обратных теорем 1 и 2, запи-

$$\text{шем } \log x = \log \frac{ab}{c}, \text{ откуда } x = \frac{ab}{c}.$$

$$222. \log x = 3\log a + 2\log(a+b) - \frac{1}{2}\log c.$$

Решение. Согласно утверждениям обратным теоремам 3, 4, 1 и 2, получим

$$\log x = \log a^3 + \log(a+b)^2 - \log\sqrt{c} = \log \frac{a^3(a+b)^2}{\sqrt{c}}; \quad \log x = \log \frac{a^3(a+b)}{\sqrt{c}};$$

$$x = \frac{a^3(a+b)}{\sqrt{c}}.$$



# Домашнее задание:

Прологарифмировать следующие выражения:



По известному логарифму числа  $x$  найти это число:

