

Первообразная

*«Будущее за профессиями, способными работать
в информационном обществе.»*

А.Ф. Киселев

Основные вопросы урока:

1. Понятие интегрирования.
2. Определение первообразной.
3. Примеры нахождения первообразных.
4. Основное свойство первообразной.
5. Геометрический смысл основного свойства первообразной.
6. Таблица первообразных.

Понятие интегрирования

$$S(t) = \frac{gt^2}{2}$$

$$S'(t) = v(t) = gt$$

$$v'(t) = a(t) = g$$

Дифференцирование

Интегрирование

Интегрирование – операция, обратная дифференцированию

Определение первообразной

Определение. Функция F называется *первообразной* для функции f на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

Устные упражнения

1. Найти функцию F , если известно, что $f'(x) = 3x^2$
2. Вместо точек поставьте какую – нибудь функцию, удовлетворяющую равенству:

$$a)(\dots)' = 2x; \quad б)(\dots)' = \cos x; \quad в)(\dots)' = -\frac{1}{x^2}; \quad г)(\dots)' = \frac{1}{2\sqrt{x}};$$

$$д)(\dots)' = \frac{1}{\sin^2 x}; \quad е)(\dots)' = 2 \sin x.$$

Примеры нахождения первообразной

Пример 1. Функция $F(x) = 2x^2 - 3x$ есть первообразная для функции $f(x) = 4x - 3$ на интервале $(-\infty; \infty)$.

$$F'(x) = (2x^2 - 3x)' = 2(x^2)' - 3 \cdot x' = 4x - 3 = f(x)$$

для всех $x \in (-\infty; \infty)$

Пример 2. Тело движется по закону $S(t) = \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2$.

Доказать, что скорость определяется формулой $v(t) = 2t^2 - 3t$.

Доказательство

$$\begin{aligned} S'(t) &= \left(\frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2 \right)' = \frac{2}{3}(t^3)' - \frac{3}{2}(t^2)' + (2)' = \\ &= \frac{2}{3} \cdot 3t^2 - \frac{3}{2} \cdot 2t + 0 = 2t^2 - 3t = v(t). \end{aligned}$$

Основное свойство первообразной

Все первообразные функции f можно записать с помощью одной формулы, которую называют *общим видом первообразных для функции f* .
Справедлива следующая теорема (*основное свойство первообразных*):

Теорема *Любая первообразная для функции f на промежутке I может быть записана в виде*

$$F(x) + C \tag{1}$$

Где $F(x)$ - *одна из первообразных для функции $f(x)$ на промежутке I , а C - произвольная постоянная.*

Доказательство

По условию функция F – первообразная для f на промежутке I . Следовательно,

$$F'(x) = f(x)$$

для любого $x \in I$, поэтому –

$(F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x) + 0 = f(x)$, т.е. $F(x) + C$ – первообразная для функции f .

Геометрический смысл основного свойства первообразной

Основному свойству первообразной можно придать геометрический смысл:

Графики любых двух первообразных для функции получаются друг из друга параллельным переносом вдоль оси Oy

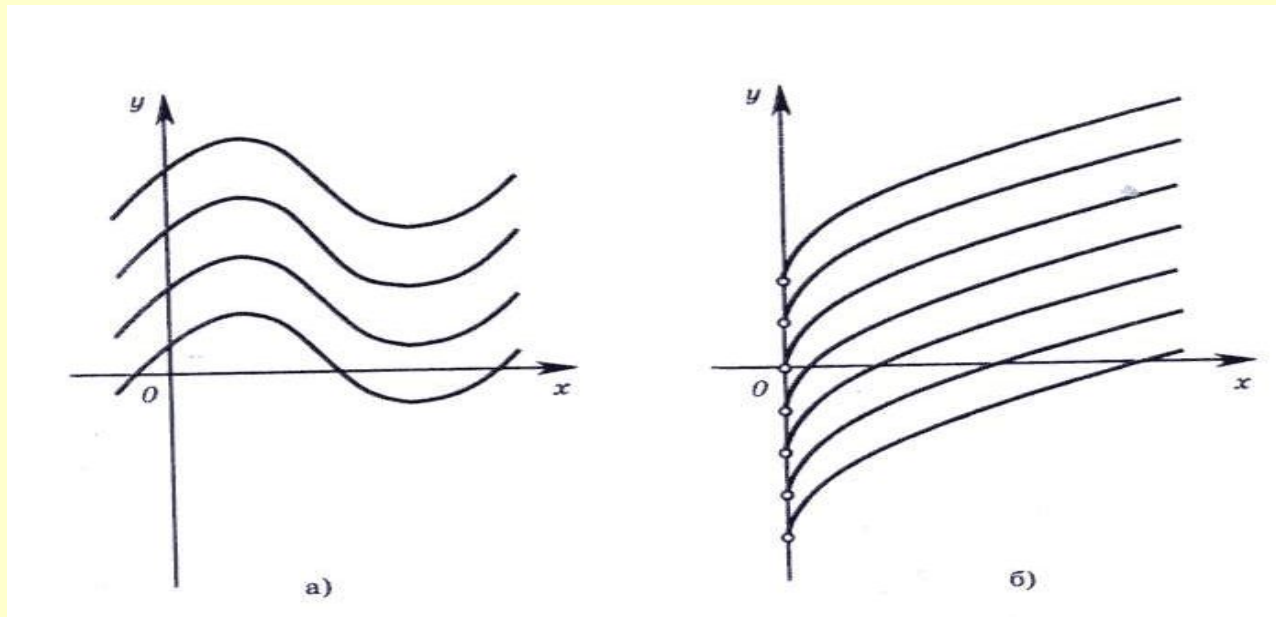


Таблица первообразных

Функция f	k (постоянная)	x^n ($n \in \mathbb{Z}$, $n \neq -1$)	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
Общий вид первообразных для f	$kx + C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$2\sqrt{x} + C$	$-\cos x + C$	$\sin x + C$	$\operatorname{tg} x + C$	$-\operatorname{ctg} x + C$