Первообразная

«Будущее за профессиями, способными работать в информационном обществе.»

А.Ф. Киселев

Основные вопросы урока:

1. Понятие интегрирования.
2. Определение первообразной.
3. Примеры нахождения первообразных.
4. Основное свойство первообразной.
5. Геометрический смысл основного свойства первообразной.
6. Таблица первообразных.

Понятие интегрирования

Дифференцирование

$$S(t) = \frac{gt^2}{2}$$

$$S'(t) = \upsilon(t) = gt$$

$$\upsilon'(t) = a(t) = g$$

Интегрирование

Интегрирование – операция, обратная дифференцированию

Определение первообразной

Определение. Функция F называется ***первообразной*** для функции f на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$

Устные упражнения

1. Найти функцию F, если известно, что $f'(x) = 3x^2$
2. Вместо точек поставьте какую – нибудь функцию, удовлетворяющую равенству:

$$а)(\ldots)' = 2x;\ \ б)(\ldots)' = \cos x;\ в)(\ldots)' = -\frac{1}{x^2};\ \ г)(\ldots)' = \frac{1}{2\sqrt{x}};$$

$$д)(\ldots)' = \frac{1}{\sin^2 x};\ \ е)(\ldots)' = 2\sin x.$$

Примеры нахождения первообразной

Пример 1. Функция $F(x)=2x^2-3x$ есть первообразная для функции $f(x)=4x-3$ на интервале $(-\infty;\infty)$, т.к.

$$F'(x)=(2x^2-3x)'=2(x^2)'-3\cdot x'=4x-3=f(x)$$

для всех $x\in(-\infty;\infty)$

Пример 2. Тело движется по закону $S(t)=\frac{2}{3}t^3-\frac{3}{2}t^2+2.$

Доказать, что скорость определяется формулой $\upsilon(t)=2t^2-3t.$

Доказательство

$$S'(t)=(\frac{2}{3}t^3-\frac{3}{2}t^2+2)'=\frac{2}{3}(t^3)'-\frac{3}{2}(t^2)'+(2)'=$$

$$=\frac{2}{3}3t^2-\frac{3}{2}\cdot 2t+0=2t^2-3t=\upsilon(t).$$

Основное свойство первообразной

Все первообразные функции f можно записать с помощью одной формулы, которую называют *общим видом первообразных для функции* f. Справедлива следующая теорема *(основное свойство первообразных):*

Теорема ***Любая первообразная для функции*** f ***на промежутке*** I ***может быть записана в виде***

$$F(x) + C \qquad (1)$$

Где $F(x)$ ***- одна из первообразных для функции*** $f(x)$ ***на промежутке*** I ***, а*** C ***- произвольная постоянная.***

Доказательство

По условию функция F – первообразная для f на промежутке I. Следовательно,

$$F'(x) = f(x)$$

для любого $x \in I$, поэтому –

$$(F(x)+C)' = F'(x) + C' = f(x) + 0 = f(x), \textit{т.е.}\ \ F(x)+C$$

- первообразная для функции f.

Геометрический смысл основного свойства первообразной

Основному свойству первообразной можно придать геометрический смысл:

Графики любых двух первообразных для функции получаются друг из друга параллельным переносом вдоль оси *Oy*

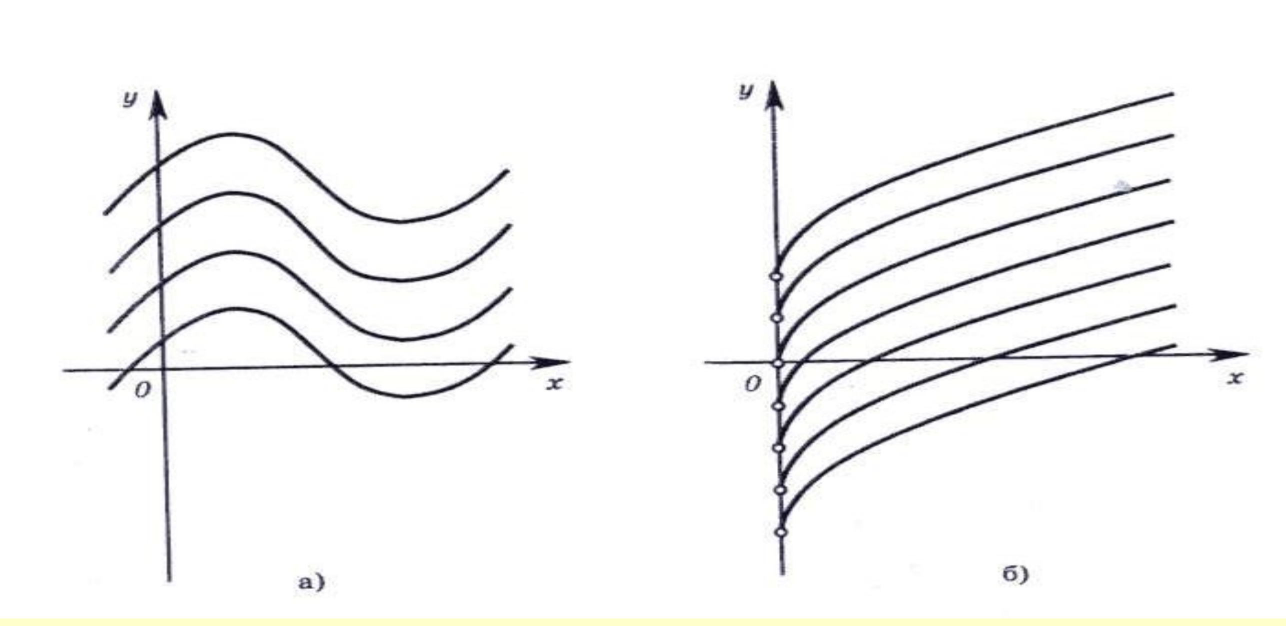

Таблица первообразных

Функция f	k (постоянная)	x^n ($n \in Z$, $n \neq -1$)	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
Общий вид первообразных для f	$kx+C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$2\sqrt{x}+C$	$-\cos x+$ $+C$	$\sin x+C$	$\operatorname{tg} x+C$	$-\operatorname{ctg} x+$ $+C$