# Основные положения анализа неопределенностей

*Воробьев Ю.Б.*

**Компьютерные Технологии**

*Национальный исследовательский университет "Московский Энергетический Институт", Россия*

АЭС
КАФЕДРА АТОМНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ

Обоснование безопасности ЯЭУ

Моделирование аварийных процессов

Численное моделирование с помощью Интегральных Кодов

Моделирование на Интегральных Стендах

Неопределённость результатов моделирования

Неопределённость при переносе результатов с ИС на натурную ЯЭУ

# Основные типы неопределенностей

- ***Неопределенность*** – параметр модели, аварии, АЭС, о котором отсутствует детерминистическая информация а есть только вероятностные характеристики

- Epistemic – неопределенности связанные с неточностью нашего знания о процессах, явлениях, моделях
- Aleatory – неопределенности имеющие чисто вероятностную природу
- Как определить вероятностные характеристики неопределенности?
    - Эксперименты
    - Экспертные оценки – система PIRT (A Phenomena Identification and Ranking Table), равномерное распределение

# Неопределенности

***Неопределенность расчёта по коду, обусловленная неопределённостью параметров расчетной модели*** – разброс результатов расчёта по коду, вызванный неопределённостью параметров модели, имеющих статистическую природу (например, физико-химические свойства материалов, геометрические размеры, коэффициенты эмпирических уравнений, лежащих в основе расчётной модели ПС и т.д.).

***Неопределённость расчёта по коду, обусловленная неопределённостью расчётной модели*** – разброс результатов расчёта по коду, вызванный неопределённостями, связанными с выбором уравнений, гипотезами, допущениями и упрощениями, принятыми в процессе построения расчётной модели, в том числе с разбиением расчетной модели на элементы (контрольные объёмы, конечные элементы и т.д.), с выбором метода численного решения и шага интегрирования используемой в коде системы уравнений, а также с негативным влиянием эффекта неквалифицированного пользователя

## Интегральные Коды для анализа безопасности АЭС

Код Улучшенной Оценки
Результат должен быть максимально близок к реальным физическим явлениям и проходить через середину доверительного интервала экспериментальных данных.

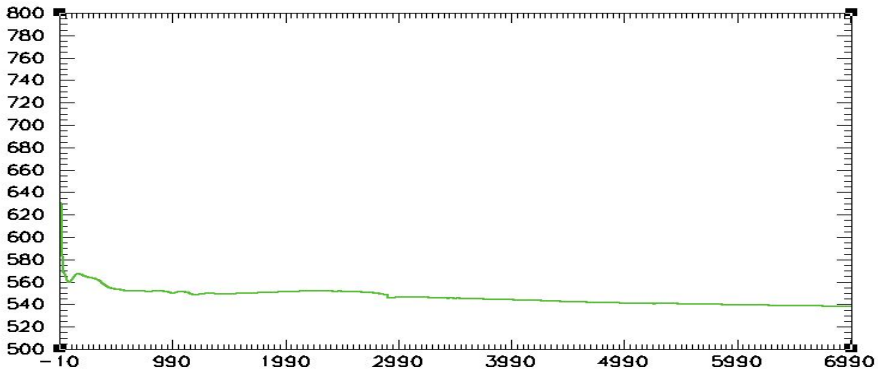
Консервативный Оценочный Код (КОК)
Неопределённость уже включена в код и результат является наихудшим из всех возможных с точки зрения безопасности АЭС. Область применения кодов этого класса сильно ограничена.

Результаты каждого индивидуального расчёта по коду КУО содержат неопределённости, связанные с:

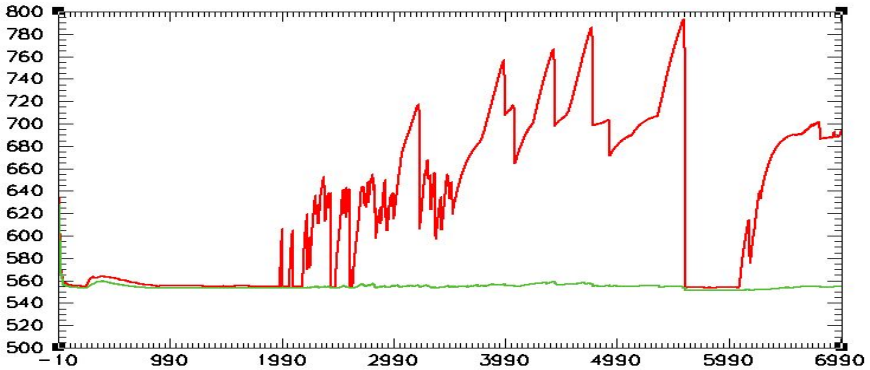
- ✔ технологическими отклонениями элементов конструкции и требованиями к системе контроля и управления ЯЭУ,
- ✔ погрешностью, вносимой при нодализации модели,
- ✔ используемыми в коде замыкающими соотношениями,
- ✔ эффектом пользователя,
- ✔ определением и обоснованием эксплуатационных границ,
- ✔ расчётными оценками текущих значений входных параметров и характеристик.

Таким образом, результаты стандартных расчётов аварийных процессов на АЭС могут нести большую неточность и высокую степень неопределенности.

При этом разброс между максимальными и минимальными кривыми важных критериев безопасности, например, максимальной температуры оболочки ТВЭЛов, может достигнуть 400 К$^{o}$ и даже выше.




температура оболочки максимально нагруженного ТВЭЛа для стандартного расчета RELAP5.




температура оболочки максимально нагруженного ТВЭЛа с учетом неопределенности.

Для некоторых аварийных режимов существует достаточно высокий уровень вероятности того, что они могут привести к опасной ситуации, если учесть соответствующие неопределенности.

Таким образом, возникает потребность в анализе неопределённости расчётной модели и её чувствительности к исходным данным.

Существующие методы анализа неопределённости можно разделить на три группы:

1. Методы, основанные на экстраполяции точности с ИС на натурную ЯЭУ (UMAE)

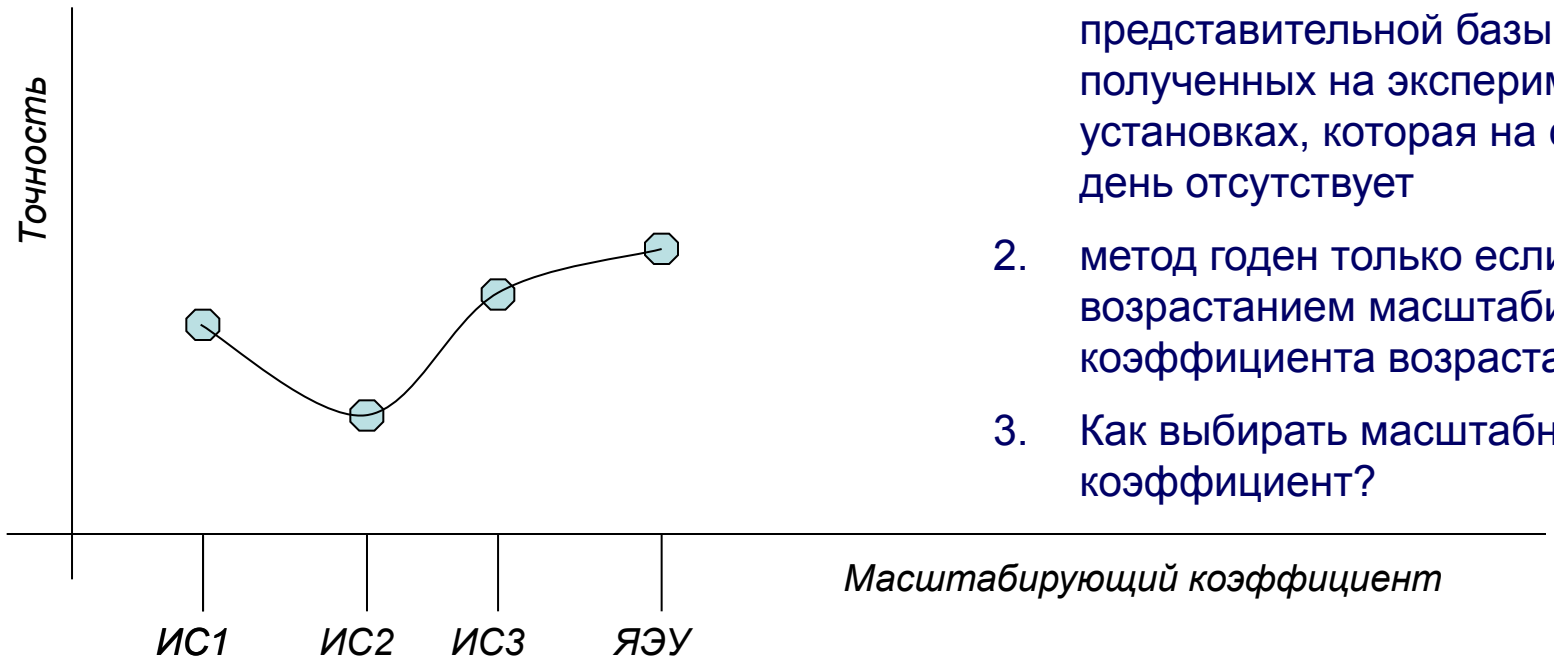
2. Методы с использованием экспертных оценок (AEAW)

3. Вероятностные методы (GRS, CSAU, IPSN)

Рассмотрим основные из них

## Первая группа: экстраполяция точности с ИС на натурную ЯЭУ

UMAE (Uncertainty Methodology based on Accuracy Extrapolation)



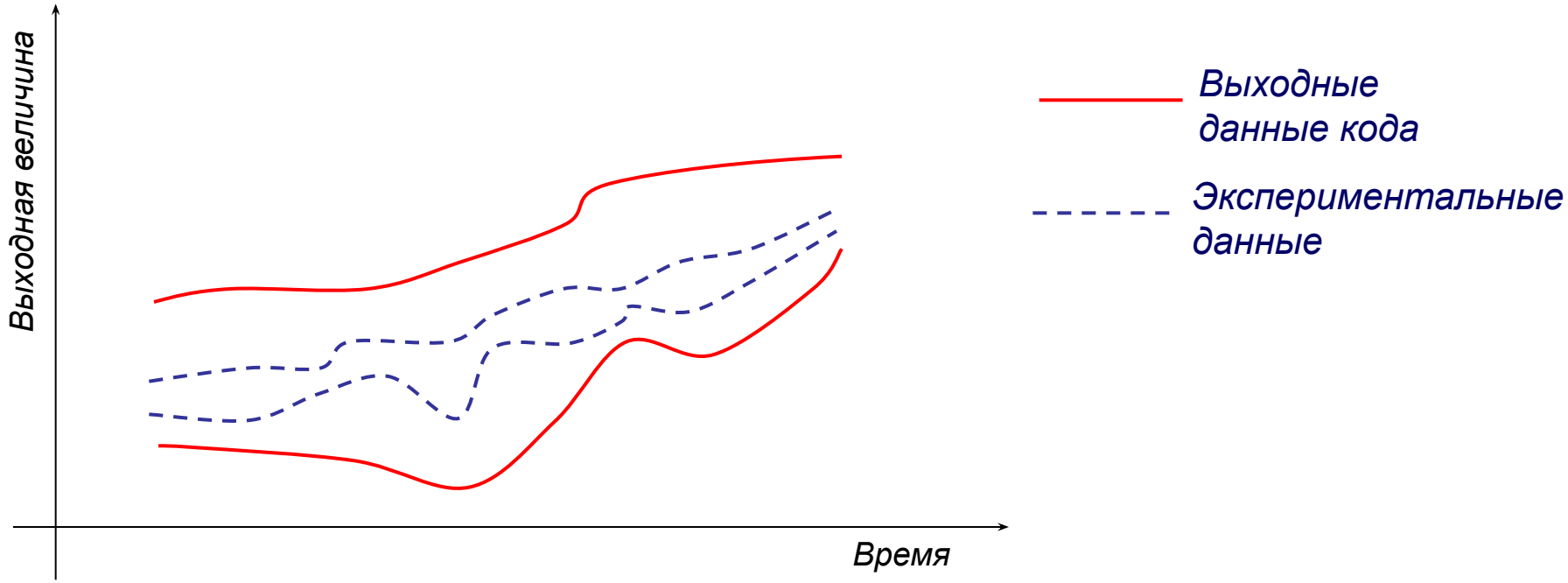

Недостатки:

1. необходимо наличие представительной базы данных, полученных на экспериментальных установках, которая на сегодняшний день отсутствует
2. метод годен только если с возрастанием масштабирующего коэффициента возрастает точность
3. Как выбирать масштабный коэффициент?

## Вторая группа: метод экспертных оценок

### AEAW (Atomic Energy Authority Winfrith)

Неопределённость входных данных кода оценивают тремя величинами: “нижнее” значение, “верхнее значение” и “среднее” значение. Каждый параметр принимает или верхнее или нижнее значение, а остальные фиксируются на среднем значении и проводятся тестовые расчёты.

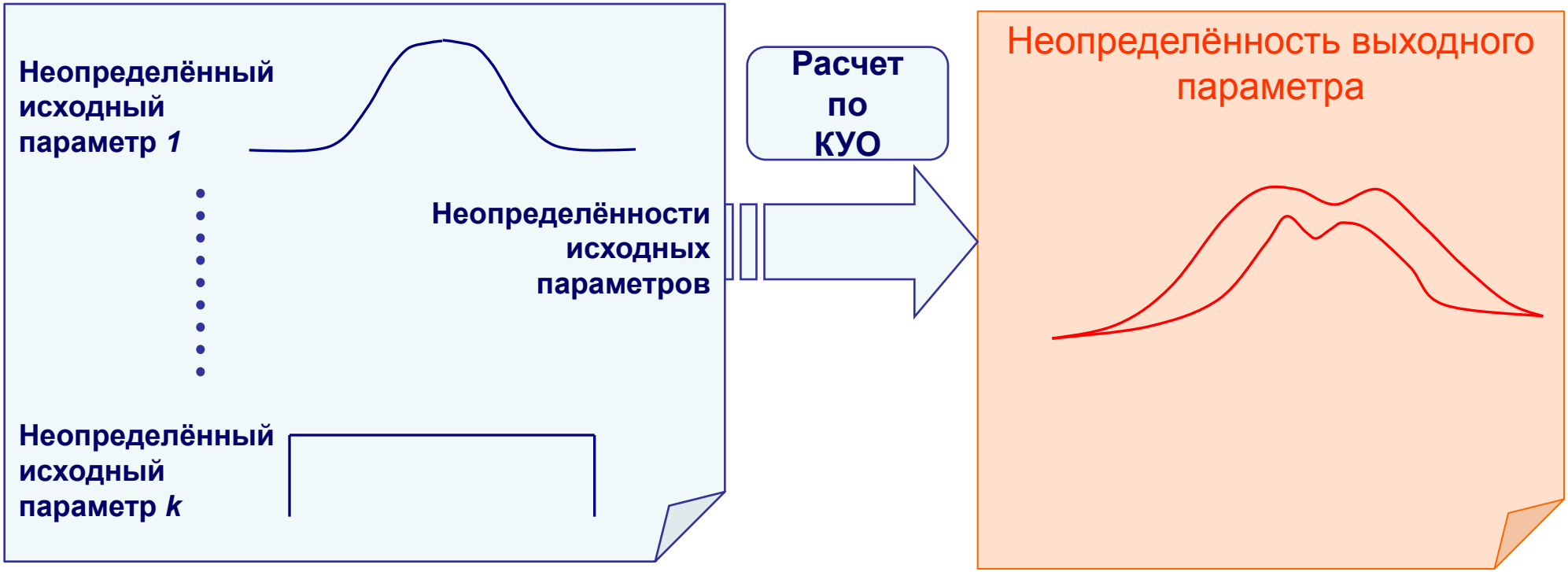


Третья группа: вероятностные методы

GRS и IPSN

CSAU (Code Scaling Applicability and Uncertainty evaluation)

Эти методы характеризуются тем, что значения исходных неопределённых параметров варьируются случайным образом



- метод Монте-Карло для анализа неопределенности
  - Много вариантов >50000 – 95% дов. интер. для параметров → **поверхность отклика - CSAU**
  - использовать как результирующее стандартное распределение + КС или $\chi^2$
  - МК симуляция величины $x_i$ с распределением f(x), квантиль $f_i$ ⇒ абсолютная ошибка $\Delta x_i = \frac{\sqrt{f_i(1-f_i)}}{f(x_i)} \frac{1}{\sqrt{n}}$
- Альтернатива → формула Вилкса для определения необходимого количества расчетов
- непараметрический метод в качестве подходящего метода анализа чувствительности (АЧ)
- метод поверхности отклика или мета-модели

# 1- Метод Монте-Карло (ММК).

1. генерация варианта входных неопределенных параметров на основе случайных чисел и распределений каждого параметра;
2. применение расчетной модели (в данной работе RELAP5) при сгенерированном варианте для получения одного варианта изменения результирующего параметра (например, максимальной температуры оболочки ТВЭЛов);
3. повторение предыдущих шагов для большего количества итераций.

# 2- Формула Вилкса.

**ТОЛЕРАНТНЫЙ ИНТЕРВАЛ**: Интервал, определенный по случайной выборке таким способом, что можно утверждать с указанным уровнем доверия, что **интервал содержит не менее чем заданную долю совокупности.**

**Доверительный интервал** — термин, используемый в математической статистике при интервальной оценке статистических параметров, более предпочтительной при небольшом объёме выборки, чем точечная. Доверительным называют интервал, который **покрывает неизвестный параметр с заданной надёжностью**.

Один из наиболее важных этапов при использовании ММК – это определение необходимого минимального количества расчетов и толерантного интервала для выходных данных ($Y$) (в частности, изменение максимальной температуры оболочки ТВЭЛов). Для этого используется формула Вилкса, которая имеет следующий вид:

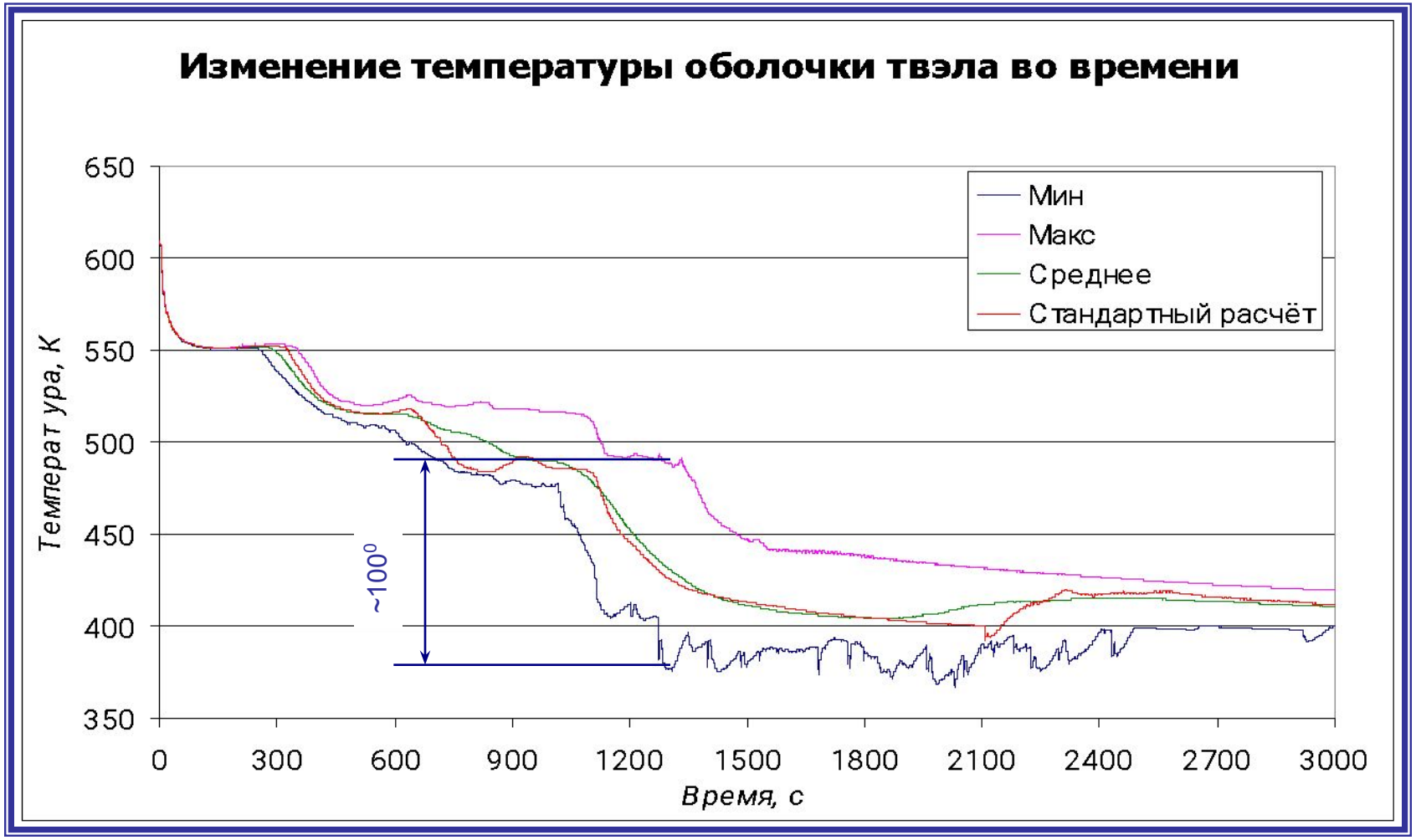
$1-\alpha^N-N(1-\alpha^N)\,\alpha^{N-1} \geq \beta$, где $P\{P(m \leq Y \leq M) \geq \alpha\} \geq \beta$

$Y$ - выходные неопределенные данные; $m$, $M$ означают минимальное и максимальное значение (интервал изменения); $\alpha$, $\beta$ - вероятности события; $N$- необходимое минимальное количество расчётов.

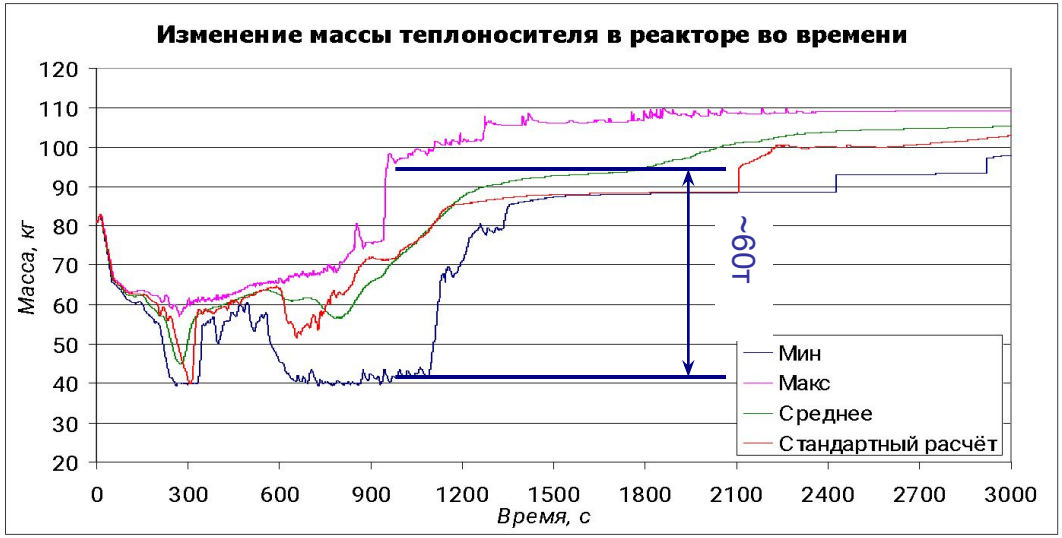
Например, для получения 95% толерантного интервала изменения температуры оболочки максимально нагруженного ТВЭЛа ($Y$) с 95% уверенности, необходимо провести N=93 расчёта.

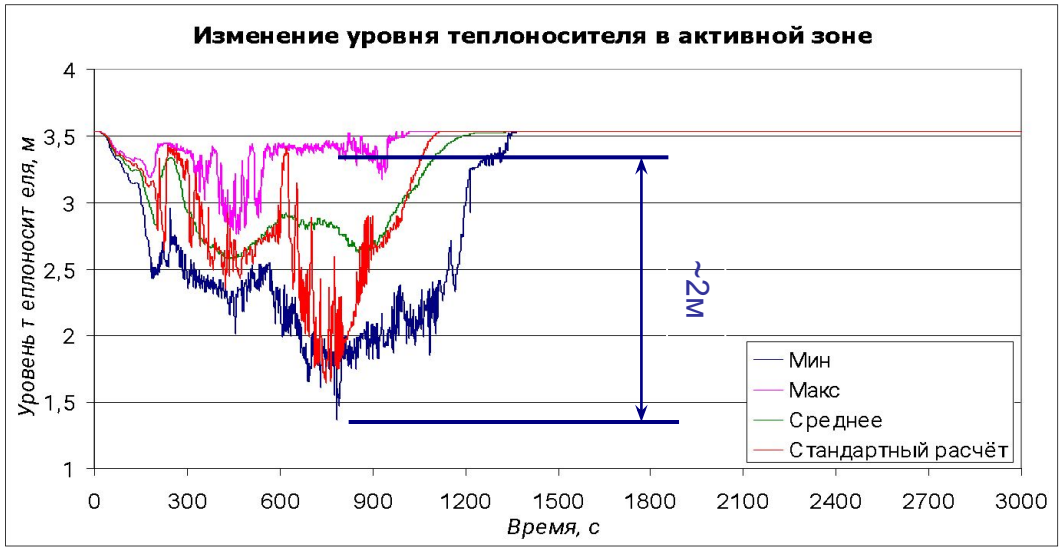
| № № | Название неопределённого параметра | Диапазон изменения ±3σ | | Тип вероятностного распределения |
|---|---|---|---|---|
| | | Мин | Макс | |
| 1 | Температура в ГЕ №1, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 2 | Температура в ГЕ №2, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 3 | Температура в ГЕ №3, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 4 | Температура в ГЕ №4, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 5 | Температура подаваемой воды в насосе высокого давления №1, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 6 | Температура подаваемой воды в насосе высокого давления №2, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 7 | Температура подаваемой воды в насосе высокого давления №3, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| 8 | Температура подаваемой воды в насосе высокого давления №4, $^0$К | 325,50 | 360,50 | Нормальное |
| | ▪ ▪ ▪ | | | |
| 27 | Скорость открытия (закрытия) клапана БРУ-К, %/с | 0,06600 | 0,07333 | Равномерное |
| 28 | Температура аварийной питательной воды в петле №1, $^0$К | 418,25 | 453,25 | Нормальное |
| 29 | Температура аварийной питательной воды в петле №2, $^0$К | 418,25 | 453,25 | Нормальное |
| 30 | Температура аварийной питательной воды в петле №3, $^0$К | 418,25 | 453,25 | Нормальное |
| 31 | Температура аварийной питательной воды в петле №4, $^0$К | 418,25 | 453,25 | Нормальное |

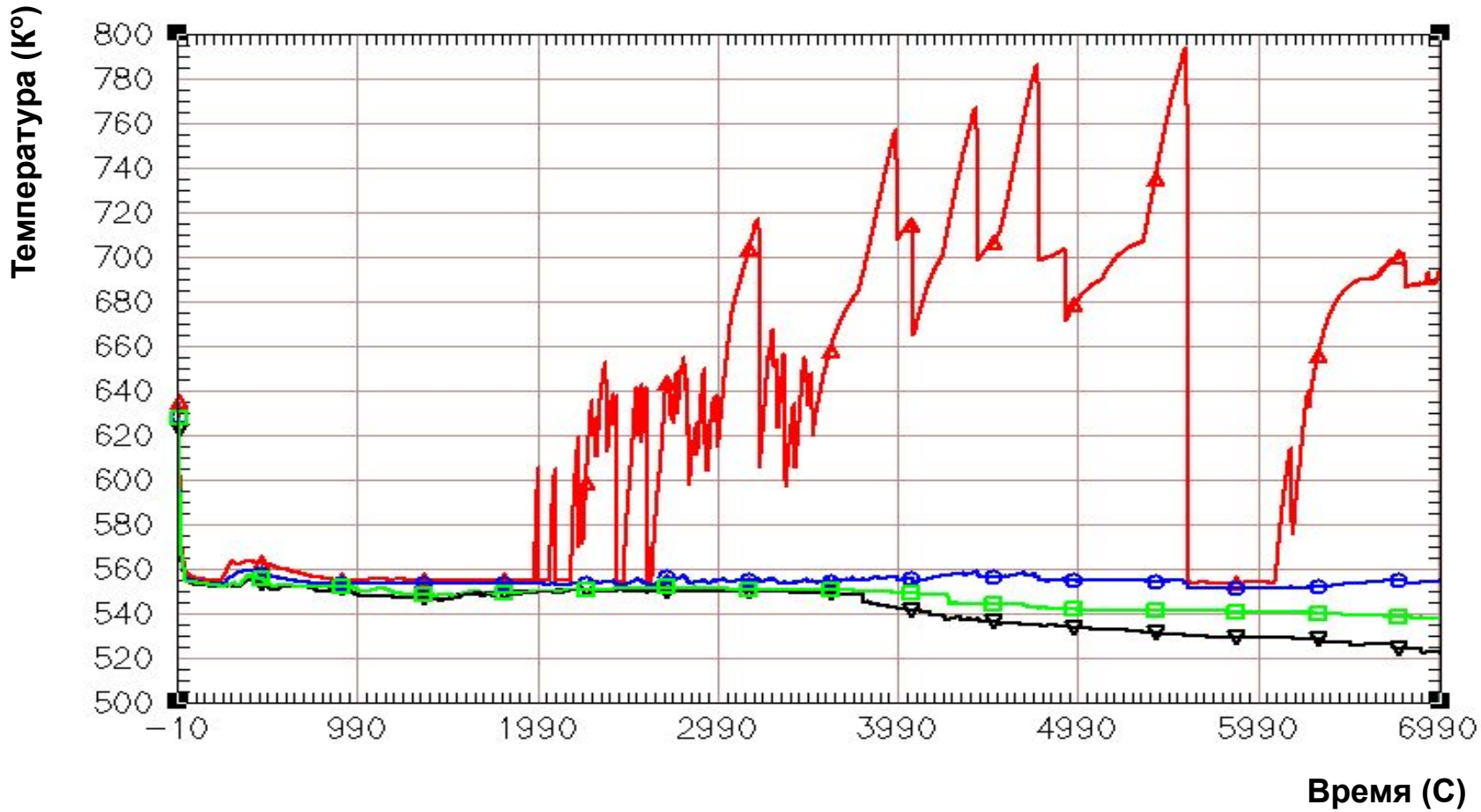
## Результаты анализа неопределённости для температуры оболочки ТВЭЛа



1. Влияние неопределённости входных параметров расчётной модели на начальной стадии невелико.
2. Ширина толерантного интервала не является постоянной величиной во времени.
3. Результаты стандартного расчёта близки к средним значениям.



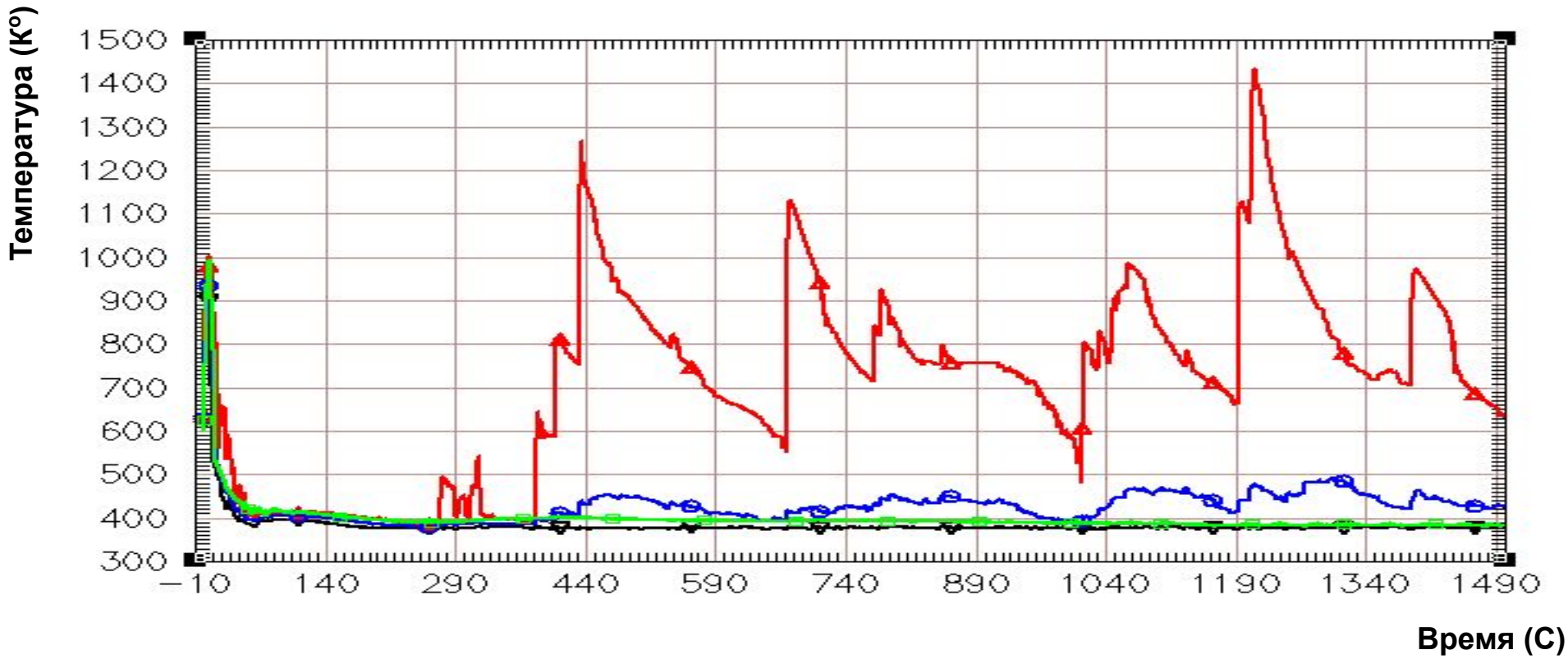






**Зависимость температуры оболочки максимально нагруженного ТВЭЛа от времени аварийного процесса ДУ 50мм с отказом трех насосов высокого давления САОЗа и неопределенных параметров.**

- **максимальная**
- **минимальная**
- **средняя**
- **стандартный расчет RELAP5 без учета неопределенности параметров**

## Анализ неопределенности для экстремального аварийного случая, например, гильотинного разрыва ГЦТ.




Зависимость температуры оболочки максимально нагруженного ТВЭЛа от времени аварийного процесса большой течи с отказом трех насосов высокого давления САОЗа и неопределенных параметров.

максимальная минимальная средняя

стандартный расчет RELAP5 без учета неопределенности параметров

Последним этапом является проведение анализа чувствительности, который позволяет выделить наиболее влияющие неопределенные параметры.

- Основные методы анализа чувствительности:
  - Параметрические методы
  - Непараметрические методы

## Основные методы Анализа Чувствительности

Параметрические методы

Коэффициент корреляции Пирсона

$r_{xy}$ определяет меру линейной зависимости между двумя переменными

$$r_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

# Основные методы Анализа Чувствительности

## Непараметрические методы

Коэффициент корреляции Спирмена $\rho$ аналогичен $r_{xy}$ Пирсона, вычисленного по рангам. Но при этом предъявляет меньшие требования к выборке.

1. Ранжирование
2. $d_i \rightarrow X_i - Y_i$ – ранг

для монотонных данных

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i}^{N} d_i^2}{N(N^2 - 1)}$$

Коэффициент корреляции *τ*-Кендалла. В отличие от $\rho$ Спирмена, эта статистика даёт более достоверную информацию о мере зависимости между двумя переменными. При этом к выборке также не предъявляются жёсткие требования.

τ - Кендалла – расположение двух величин в одном порядке

1. Ранжирование X, Y
2. C – совпадающие ранги – суммарное число наблюдений следующих за текущим с возрастанием ранга Y
3. D – несовпадающие - суммарное число наблюдений следующих за текущим с понижающимся рангом Y

$$\tau_c = \frac{C - D}{N \cdot (N-1)/2}$$

# Планы экспериментов

- **Индексы чувствительности Соболя** – идеальный вариант но очень большое количество вычислений
- ***Основная идея***:
  - фиксация некого параметра $X_i=x'_i \rightarrow$ определяем $V_y=V(Y|X_i=x'_i)$ (V- оператор определения вариации (дисперсии)) – интегрируем по k-1 координатам
  - усреднение по всем возможным изменениям $x'_i \rightarrow E(V(Y|X_i))$ (E – оператор усреднения по $X_i$ – только по i)
    - $V(Y|X_i) \Rightarrow \downarrow E(V(Y|X_i)) \Rightarrow$ влияние $X_i \uparrow \rightarrow$ **фиксация $x_i$ уменьшает вариацию** Y – **остаточный эффект**
  - Варьируем $\updownarrow x_i$ и находим среднее; затем разные $\updownarrow x_i$ и вариацию среднего $\Rightarrow$
    - $\uparrow V(E(Y|X_i))$ => влияние $X_i \uparrow$ - **основной эффект**

# Планы экспериментов

- $V_y = E(V(Y|X_i)) + V(E(Y|X_i)) \Rightarrow \downarrow E(V(Y|X_i)) \equiv \uparrow V(E(Y|X_i))$
- используем как меру чувствительности $V(E(Y|X_i))$
- $S_i = \frac{V(E(Y|X_i))}{V_y}$ индекс чувствительности – изменение от 0 →1 ;

  **фактор первого порядка**
  - Лучше чем регрессионный коэффициент т.к. оценивает **нелинейность**
  - Фракция уменьшения вариации если только $X_i$ определено
- $\sum_{i=1}^{k} S_i \leq 1$ ; чисто аддитивная модель $\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} S_i = 1$
- $S_{ij} = \frac{V(E(Y|X_i,X_j))}{V_y}$ комбинированный эффект компонент $X_i$ и $X_j$ -

  **фактор второго порядка → учет не аддитивной части!**

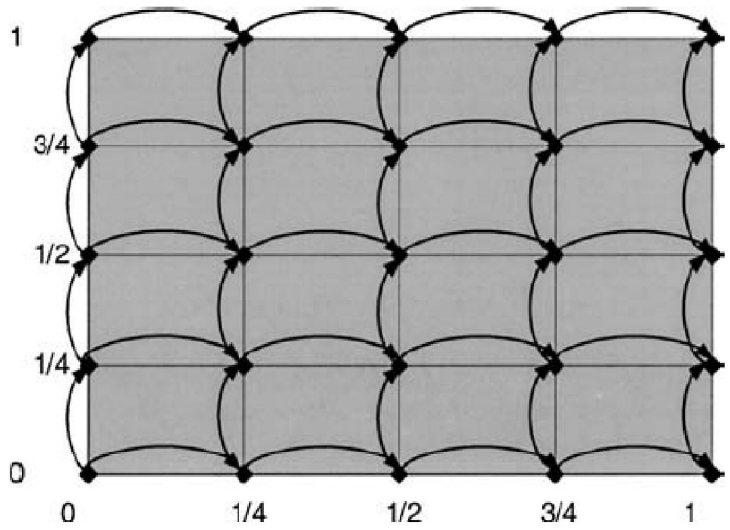
- Учет взаимовлияния между компонентами на Y – факторы 1,2,…,k-го порядка
- Всего $2^k$-1: $$\sum_i S_i + \sum_i \sum_{j>i} S_{ij} + \sum_i \sum_{j>i} \sum_{l>j} S_{ijl} + \ldots S_{12\ldots k} = 1$$
- глобальный эффект чувствительности для параметра $X_i$ - ***Фракция уменьшения вариации если только $X_i$ неопределенно***
  - $V(E(Y|X_{-i}))=V(E(Y|\{X-X_i\}))$ – все факторы за исключением $X_i$
  - $S_{Ti} = 1 - \frac{V(E(Y|X_{-i})}{V_y} = 1 - \frac{V(E(Y|X_{1,..,i-1,i+1,..k})}{V_y}$; все варианты $S_i$, $S_{ij}$,…. включающие $X_i$

# Метод Морриса

- Основная цель – определить эффекты влияния факторов – ***больше качественное***
  - Несущественные
  - линейные
  - Нелинейные или взаимодействие с другими факторами
- k – компонент
- строится регулярная сетка шаг -Δ – p элементов
- определяется

  элементарный эффект для

  i –й компоненты




$$d_i(\mathrm{x}) = \frac{[y(x_1, \ldots, x_{i-1}, x_i + \Delta, x_{i+1}, \ldots, x_k) - y(\mathrm{x})]}{\Delta}$$

# Метод Морриса



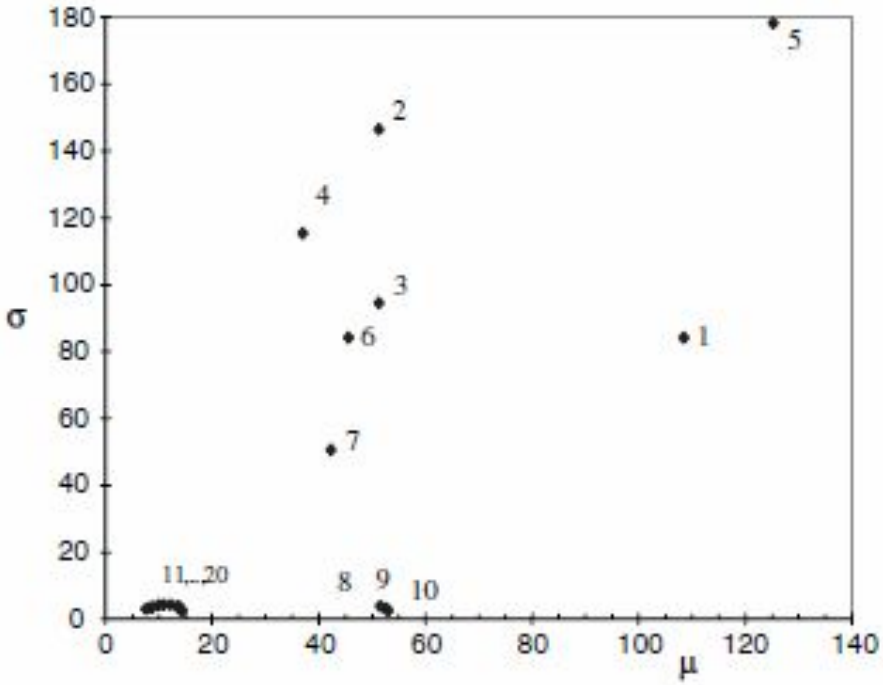
- выборка $x_i$ случайно генерируется на домене => распределение $F_i$ ; если абсолютные значения $d_i(x)$ - распределение $G_i$ ; кол. элементов $F_i$: $p^{k-1}|p-\Delta(p-1)|$
- среднее μ по $F_i$ или $G_i$ для определения важных факторов - ↑μ =>↑влияние
- σ по $F_i$ для определения взаимовлияния факторов и нелинейных эффектов ↑σ =>↑влияние

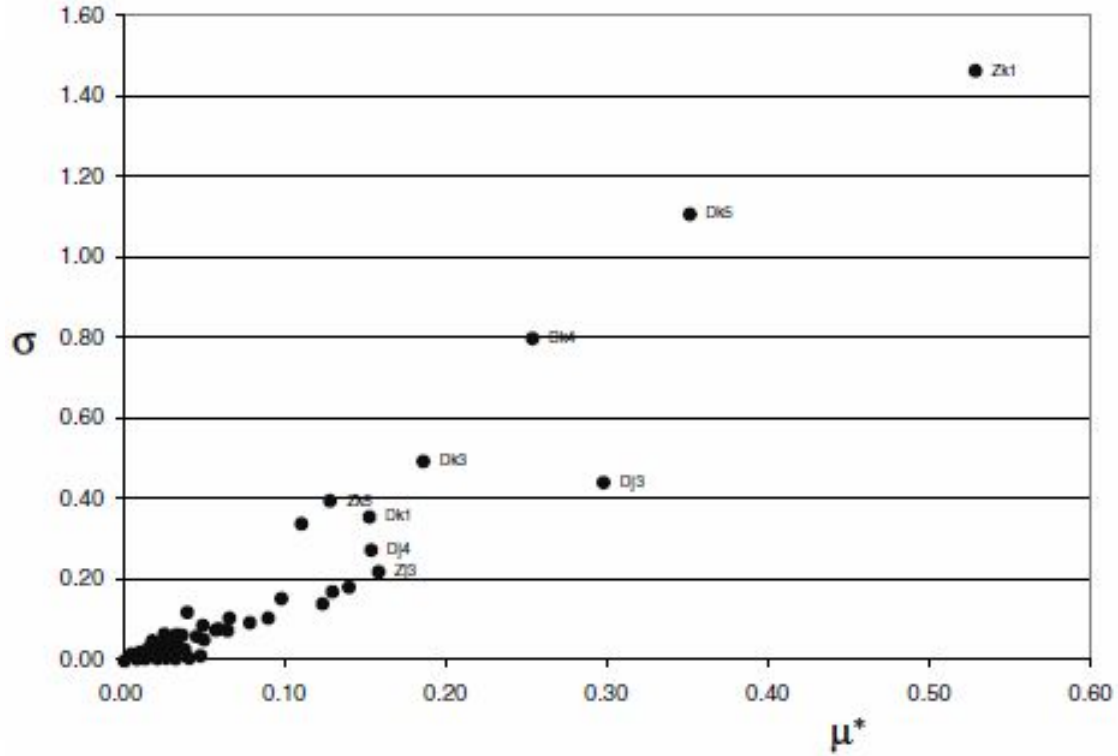
$$\mu = \sum_{i=1}^{r} d_i / r$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{r} (d_i - \mu)^2 / r}$$

•Достоинство – экономный
•Недостаток – учитывает только локальные эффекты

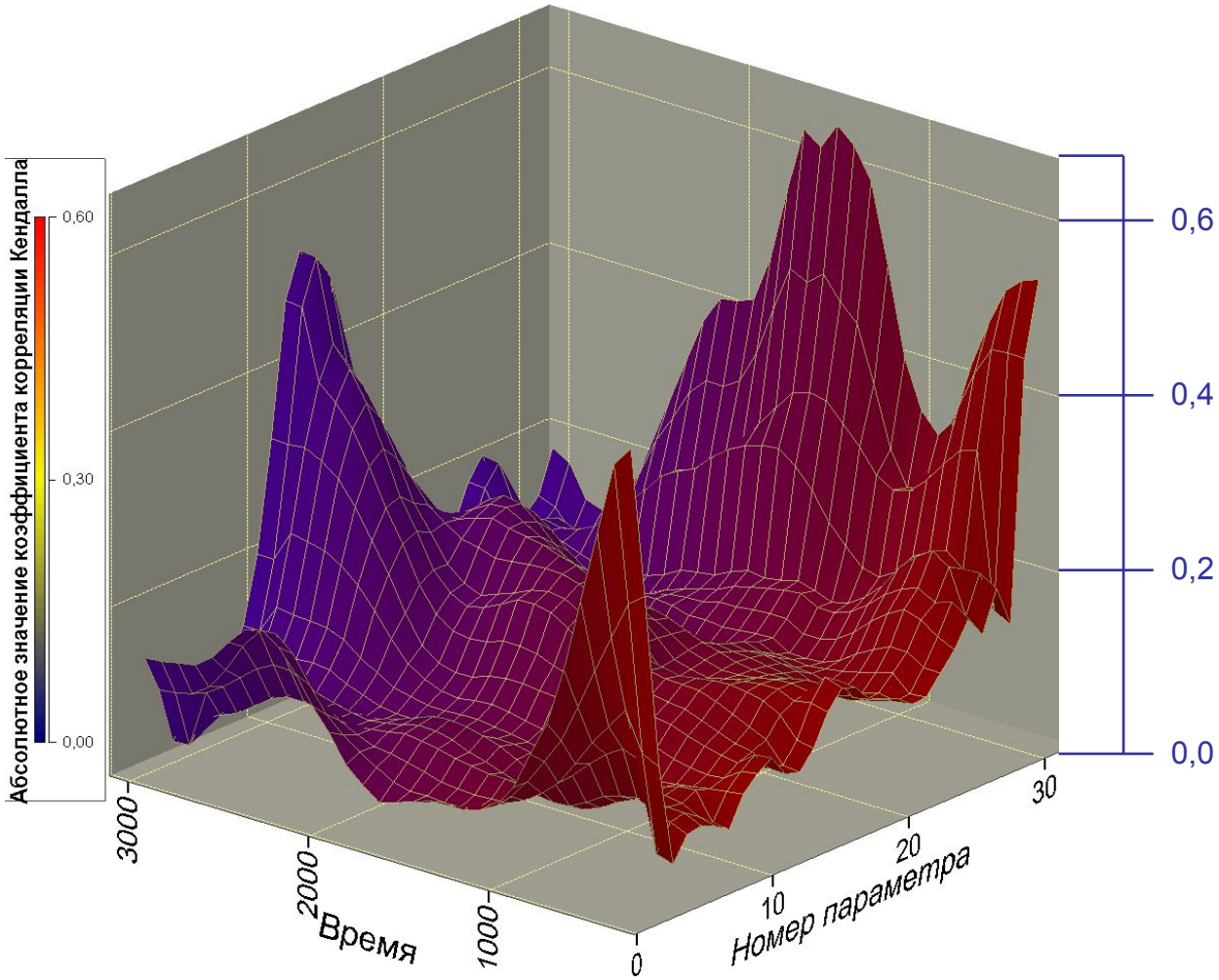
# Пример метода Морриса



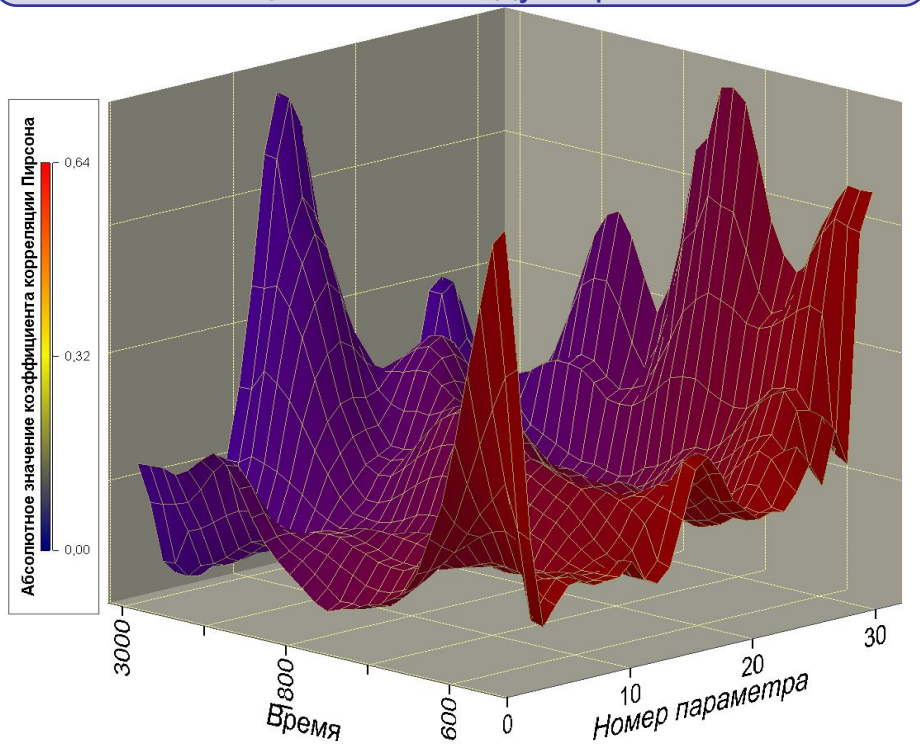

- Рис1 – наиболее влияют факторы 1 – 7 + возможна связь между ними/нелинейность; 8 – 10 линейный эффект
- Рис2 – отмеченные факторы – сильное влияние + нелинейность

## Степень влияния неопределённых исходных параметров на температуру поверхности ТВЭЛа

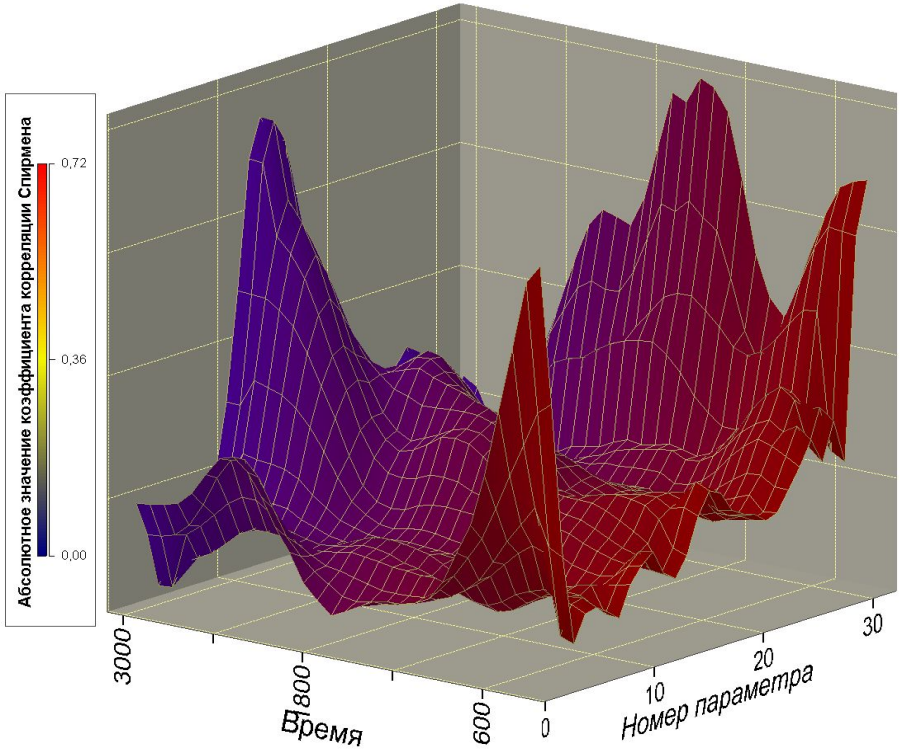



- Наибольшее влияние на начальных стадиях оказывают коэффициенты потерь через клапана КД и течь
- К концу процесса доминирующее положение занимают параметры насосов САОЗ ВД

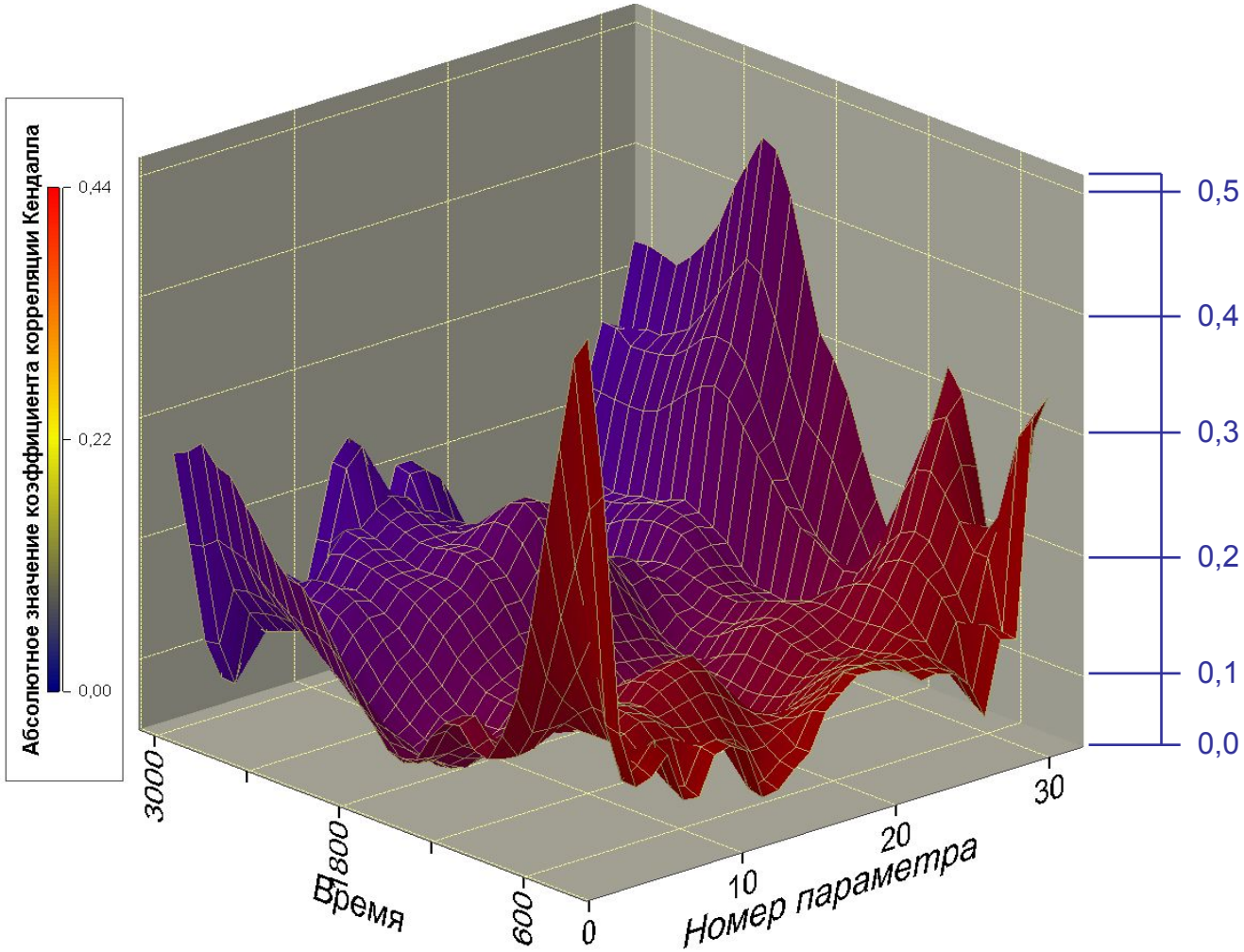
## Степень влияния неопределённых исходных параметров на температуру оболочки ТВЭЛа. Оценка по методу Пирсона




## Степень влияния неопределённых исходных параметров на температуру оболочки ТВЭЛа. Оценка по методу Спирмена

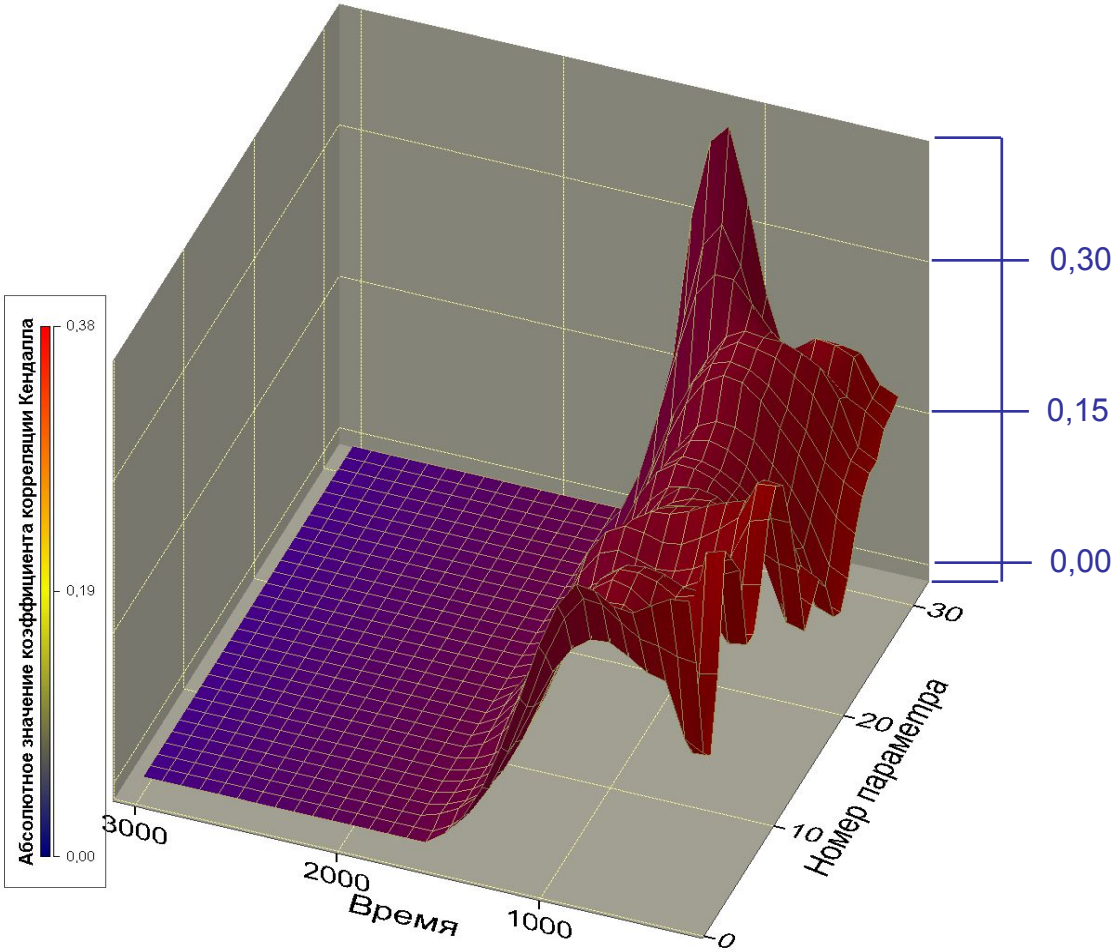


## Степень влияния неопределённых исходных параметров на массу теплоносителя в реакторе




- Значительное влияние коэффициентов потерь через клапана КД и течь
- Степень влияния коэффициентов потерь через течь ниже, чем у коэффициентов потерь через клапана КД
- Влияние системы САОЗ невелико и практически постоянно во времени

## Степень влияния неопределённых исходных параметров на уровень теплоносителя в активной зоне




1. Влияние неопределённости исходного параметра на критерии безопасности различно в разные моменты времени.
2. Параметрические методы непригодны для проведения АЧ
3. Выделены следующие феномены, оказавшие максимальное на результат расчёта:
   - ► Коэффициенты потерь через клапана компенсатора давления.
   - ► Температура воды в насосах низкого давления.
   - ► Температура воды в насосах высокого давления.
   - ► Коэффициенты потерь через течь.

# PIRT

Phenomena Identification and Ranking Table

# PIRT - Основные этапы

- Определение общей проблемы
- Определение решаемой задачи
- **Формирование панели экспертов**
- Определение результирующих критериев
- Эксперты анализируют всю имеющуюся информацию
- Эксперты определяют **список феноменов для ранжирования**
- Эксперты определяют **уровень знаний для каждого феномена**
- Эксперты **ранжируют каждый феномен по его важности** по отношению к результирующему критерию.
  - Основные ранги- высокий (8), средний (5), низкий(2)
  - Каждый эксперт независимо
  - Потом голоса усредняются ≥6.5 – высокий, 3.5 – 6.5 – средний и т.д.

# PIRT

- Эксперты **ранжируют уровень знаний** для каждого феномена как ранее – известный, частично известный, неизвестный
- Используется когда мало информации