

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Брянский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
 высшего образования

«Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова»

## Презентация

По теме: «Применение ядерной энергии»

$$V''(x=0) = \omega^2$$

$$x_i = x_f = 0$$

$$\delta S[X(\tau)] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 X}{d\tau^2} = V'(X)$$

$$S[X(\tau)] = S_0$$

$$S_E = \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{dX}{d\tau} \right)^2 + V(X) \right) d\tau \geq 0 \rightarrow \langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = N \int \mathcal{D}X e^{-S_E}$$

$$S[X(\tau) + \delta X(\tau)] = S_0 + \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} d\tau \delta X \left( -\frac{1}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} \delta X + \frac{1}{2} V''(X) \delta X \right)$$

$$\mathcal{D}X = \prod_n \frac{dc_n}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\varepsilon_n = \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} + \omega^2$$

$$-\frac{d^2}{d\tau^2} X_n(\tau) + V''(X) X_n(\tau) = \varepsilon_n X_n(\tau)$$

$$\langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = e^{-S_0} N \prod_n \varepsilon_n^{-1/2}$$

$$S = S_0 + \frac{1}{2} \sum_n \varepsilon_n c_n^2$$

$$x(-\tau_0/2) = x_i$$

$$x(\tau_0/2) = x_f$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle = N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} (1 + \dots)$$

$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2} \right) \right]^{-1/2}$$

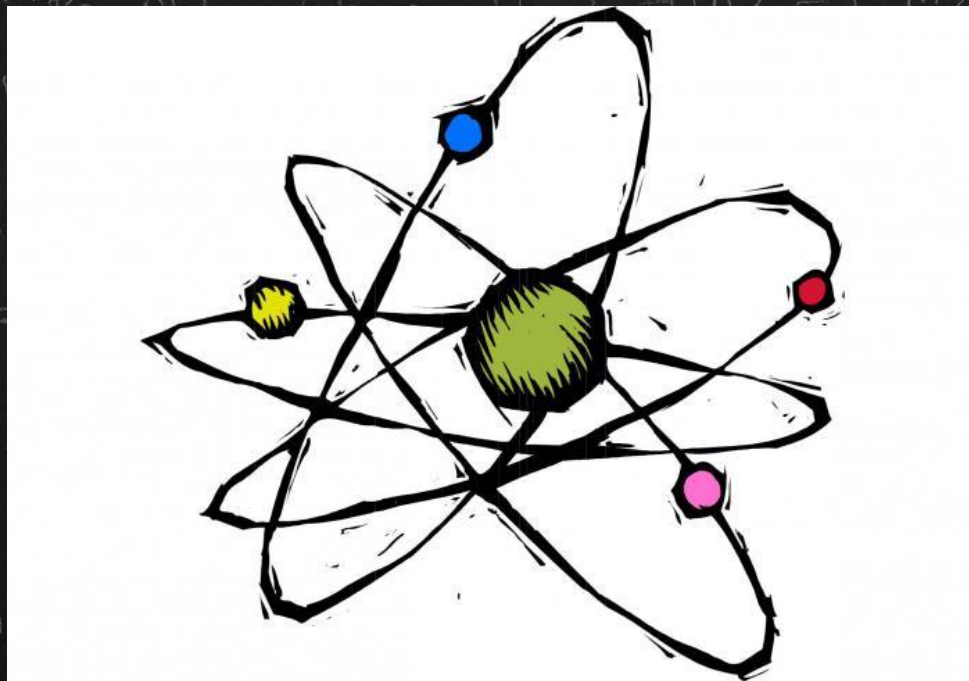
$$N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}}$$

$$N \int \mathcal{D}X e^{-S_E} \sim e^{-S_0}$$

Подготовила:  
 Студентка группы  
 Т-19

Козаченко Олеся

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \left( \frac{\omega}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\omega\tau_0/2} \left( 1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega\tau_0} + \dots \right)$$



Применение ядерной энергии для преобразования ее в электрическую впервые было осуществлено в нашей стране в 1954 г. В г. Обнинске была введена в действие первая атомная электростанция (АЭС) мощностью 5000 кВт. Энергия, выделяющаяся в ядерном реакторе, использовалась для превращения воды в пар, который вращал затем связанную с генератором турбину.

Применение ядерной энергии развивается в двух направлениях:

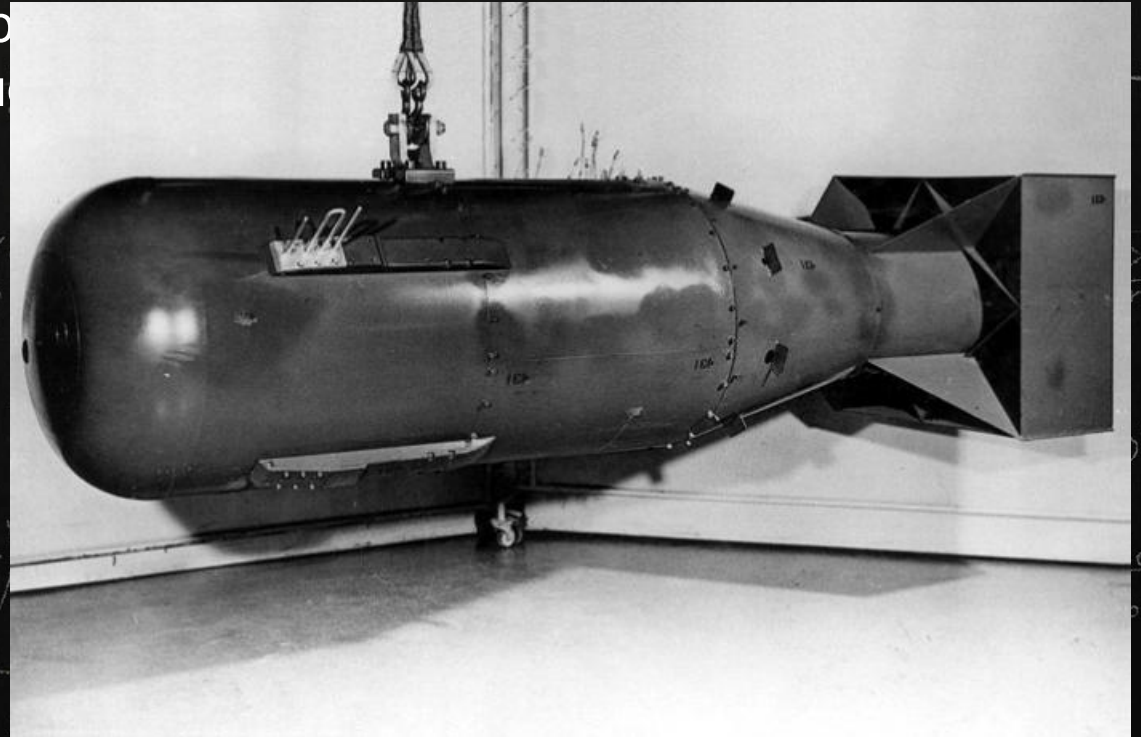
использование в энергетике и использование радиоактивных

# Использование ядерной энергии в военной сфере

Большое количество высокоактивных материалов используют для производства ядерного оружия. По оценкам экспертов, ядерные боеголовки содержат несколько тонн плутония. Ядерное оружие относят к оружию массового поражения, потому что оно производит разрушения на огромных территориях.

Ядерные боеприпасы делят на атомные и водородные. В основу ядерного оружия положены неуправляемые цепные реакции деления тяжелых ядер и реакции термоядерного синтеза. Для цепной реакции используют уран либо плутоний.

Впервые ядерное оружие было применено в 1945 году для атаки на японские города Хиросима и Нагасаки. Последствия этой атаки были катастрофическими. Последнее применение ядерной энергии в войне произошло в 1945 году.



# Международное агентство по атомной энергии (МАГАТЭ)

МАГАТЭ создано в 1957 году с целью развития сотрудничества между странами в области использования атомной энергии в мирных целях. С самого начала агентство осуществляет программу «Ядерная безопасность и защита окружающей среды». Но самая главная функция – это контроль за деятельностью стран в ядерной сфере. Организация контролирует, чтобы разработки и использование ядерной энергии происходили только в мирных целях. Цель этой программы – обеспечивать безопасное использование ядерной энергии, защита человека и экологии от воздействия радиации. Также агентство занималось изучением последствий аварии на Чернобыльской АЭС. Также агентство поддерживает изучение, развитие и применение ядерной энергии в мирных целях и выступает посредником при обмене услугами и материалами между членами агентства.

УФН, т.136, 4 (1982)

$$\begin{aligned} \psi(-\tau_0/2) &= \psi_i \\ \psi(\tau_0/2) &= \psi_f \end{aligned}$$

$$S[X(\tau)] = S_0 + \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} d\tau \delta x \left( -\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \delta x + \frac{1}{2} V''(x) \delta x \right) \quad Dx = \prod_n \frac{dx_n}{\sqrt{2\pi}} \quad \epsilon_n = \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} + \omega^2$$

$$S[X(\tau)] = S_0 \quad -\frac{d^2}{d\tau^2} x_n(\tau) + V''(X) x_n(\tau) = \epsilon_n x_n(\tau) \quad \langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = e^{-S_0} N \prod_n \epsilon_n^{-1/2} \quad S = S_0 + \frac{1}{2} \sum_n \epsilon_n c_n^2$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle = N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} (1 + \dots)$$

$$\begin{aligned} N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \\ N \int Dx e^{-S_E} &\sim e^{-S_0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2} \end{aligned}$$

$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2} \right) \right]^{-1/2}$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \left( \frac{\omega}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\omega\tau_0/2} \left( 1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega\tau_0} + \dots \right)$$

## Атомная энергетика

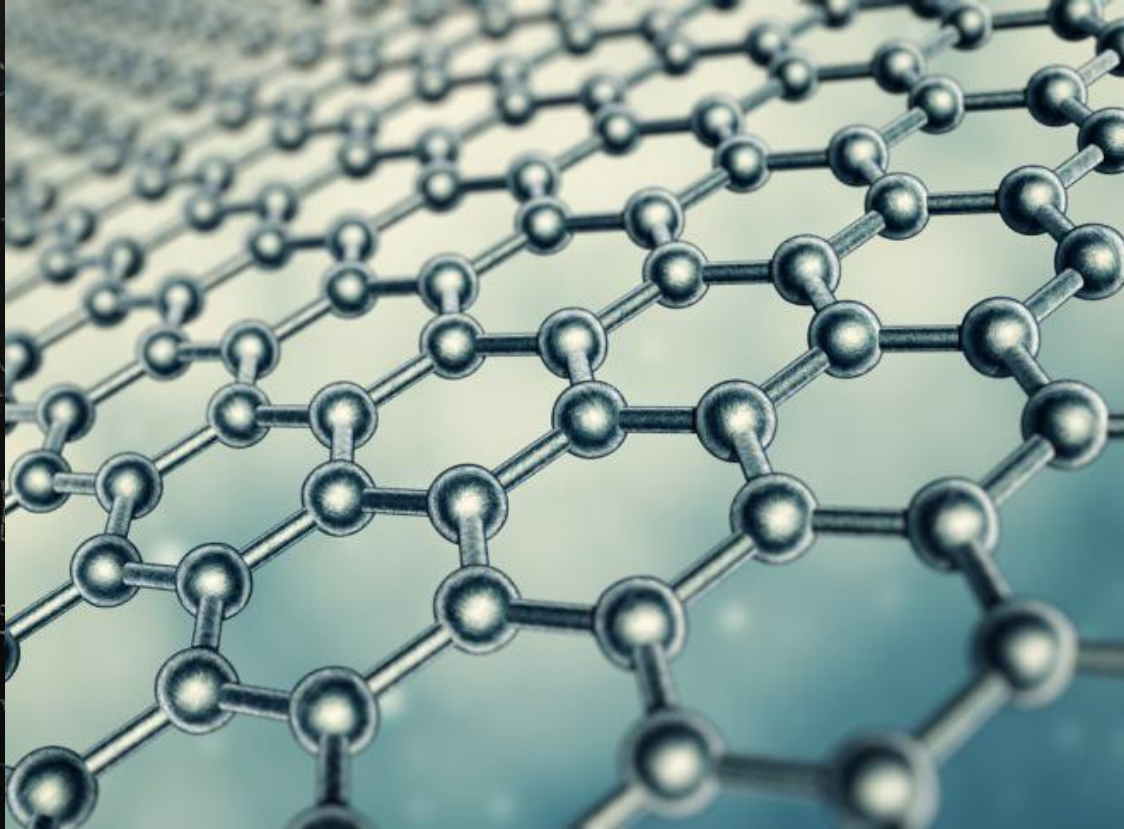
Во второй половине сороковых годов двадцатого столетия советские ученые начали разрабатывать первые проекты мирного использования атома. Главным направлением этих разработок стала электроэнергетика. И в 1954 году в СССР построили первую в мире атомную станцию. После этого программы быстрого роста атомной энергетики начали разрабатывать в США, Великобритании, ФРГ и Франции. Но большинство из них не были выполнены. Как оказалось, АЭС не смогла конкурировать со станциями, которые работают на угле, газе и мазуте.

Но после начала мирового энергетического кризиса и подорожания нефти спрос на атомную энергетику вырос. В 70-х годах прошлого столетия эксперты считали, что мощность всех АЭС сможет заменить половину электростанций. В середине 80-х рост атомной энергетики снова замедлился, страны начали пересматривать планы на сооружение новых АЭС. Этому способствовали как политика энергосбережения и снижение цены на нефть, так и катастрофа на Чернобыльской станции, которая имела негативные последствия не только для Украины. После некоторые страны вообще прекратили сооружение и эксплуатацию атомных электростанций.



## Применение ядерной энергии в промышленности

Атомная энергия применяется для повышения чувствительности химического анализа и производства аммиака, водорода и других химических реагентов, которые используются для производства удобрений. Ядерная энергия, применение которой в химической промышленности позволяет получать новые химические элементы, помогает воссоздавать процессы, которые происходят в земной коре. Для опреснения соленых вод также применяется ядерная энергия. Применение в черной металлургии позволяет восстанавливать железо из железной руды. В цветной – применяется для производства алюминия.



Handwritten mathematical notes in the background include:

- $(-t_0/2, x_i) \rightarrow (+t_0/2, x_f)$
- $t \rightarrow -it$
- $H|n\rangle = E_n|n\rangle$
- $\min V(x) = 0$
- $\langle x_f | e^{-iE_n t_0} | x_i \rangle = \sum_n e^{-iE_n t_0} \langle x_f | n \rangle \langle n | x_i \rangle$
- $x(-t_0/2) = x_i$
- $x(t_0/2) = x_f$
- $\delta S[X(\tau)] = 0$
- $\Rightarrow \frac{d^2 X}{d\tau^2} = V'(X)$
- $S[X(\tau)] = S_0$
- $-\frac{d^2}{d\tau^2} X_n(\tau)$
- $\langle x_f = 0 | e^{-H\tau_0} | x_i = 0 \rangle = N$
- $N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = [N(\dots)]$
- $\epsilon_n = \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} + \omega^2$
- $S = S_0 + \frac{1}{2} \sum_n \epsilon_n c_n^2$
- $N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2}$

## Использование ядерной энергии в сельском хозяйстве

Применение ядерной энергии в сельском хозяйстве решает задачи селекции и помогает в борьбе с вредителями. Ядерную энергию применяют для появления мутаций в семенах. Делается это для получения новых сортов, которые приносят больше урожая и устойчивы к болезням сельскохозяйственных культур. Так, больше половины пшеницы, выращиваемой в Италии для изготовления макарон, было выведено с помощью мутаций. Также с помощью радиоизотопов определяют лучшие способы внесения удобрений. Например, с их помощью определили, что при выращивании риса можно уменьшить внесение азотных удобрений. Это не только сэкономило деньги, но и сохранило экологию.

## Ядерная медицина

Медицина использует радиоактивные изотопы для постановки точного диагноза. Медицинские изотопы имеют малый период полураспада и не представляет особой опасности как для окружающих, так и для пациента. Еще одно применение ядерной энергии в медицине было открыто совсем недавно. Это позитронно-эмиссионная томография. С ее помощью можно обнаружить рак на ранних стадиях.

## Плюсы и минусы использования ядерной энергии

Ядерной энергетике, как и многим другим отраслям промышленности, присущи вредные или опасные факторы воздействия на окружающую среду. Наибольшую потенциальную опасность представляет радиоактивное загрязнение. Сложные проблемы возникают с захоронением радиоактивных отходов и демонтажем отслуживших свой срок атомных электростанций. Срок их службы около 20 лет, после чего восстановление станций из-за многолетнего воздействия радиации на материалы конструкций невозможно.

АЭС проектируется с расчетом на максимальную безопасность персонала станции и населения. Опыт эксплуатации АЭС во всем мире показывает, что биосфера надежно защищена от радиационного воздействия предприятий ядерной энергетике в нормальном режиме эксплуатации. Однако взрыв четвертого реактора на Чернобыльской АЭС показал, что риск разрушения активной зоны реактора из-за ошибок персонала и просчетов в конструкции реакторов остается реальностью, поэтому принимаются строжайшие меры для снижения этого риска.

Самую большую опасность представляет отработанное топливо, его переработка и хранение. Потому что на сегодняшний день не изобретен полностью безопасный способ утилизации ядерных отходов.

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \dot{x}^2 - V(x) \\ \langle x_f | e^{-Ht_0} | x_i \rangle &= \sum_n e^{-E_n t_0} \langle x_f | n \rangle \langle n | x_i \rangle \\ \langle x_f=0 | e^{-Ht_0} | x_i=0 \rangle &\xrightarrow{T \rightarrow \infty} \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\omega t_0/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega t_0} + \dots\right) \\ N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} &= \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2} \right) \right]^{-1/2} \\ N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{1/2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \\ N \int Dx e^{-S_E} &\sim e^{-S_0} \\ N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2} \end{aligned}$$



$(-t_0/2, x_i) \rightarrow (+t_0/2, x_f)$   $t \rightarrow -it$   $H|n\rangle = E_n|n\rangle$   $\min V(x) = 0$

$L = \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - V(x)$   $m=1$

$\langle x_f | e^{-iHt_0} | x_i \rangle = \sum_n e^{-iE_n t_0} \langle x_f | n \rangle \langle n | x_i \rangle$

$\langle x_f | e^{-iHt_0} | x_i \rangle = N \int \mathcal{D}x e^{iS[x(t)]}$

$iS[x(\tau)] \rightarrow \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 - V\right] d\tau$

$\tau_0 \rightarrow \infty \Rightarrow e^{-E_0 \tau_0} \psi_0(x_f) \psi_0^*(x_i)$

$x(-\tau_0/2) = x_i$   
 $x(\tau_0/2) = x_f$

$S_E = \int_{\tau_0/2}^{\tau_0/2} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + V(x)\right) d\tau \geq 0 \rightarrow \langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = N \int \mathcal{D}x e^{-S_E}$

# Получение радиоактивных изотопов и их применение

$V''(x=0) = \omega^2$   
 $x_i = x_f = 0$

$\delta S[x(\tau)] = 0$   
 $\Rightarrow \frac{d^2 x}{d\tau^2} = -V'(x)$

$S[x(\tau) + \delta x(\tau)] = S_0 + \int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2} d\tau \delta x \left(-\frac{1}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} \delta x + \frac{1}{2} V''(x) \delta x\right)$   $\mathcal{D}x = \prod_n \frac{dc_n}{\sqrt{2\pi}}$   $E_n = \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} + \omega^2$

$S[x(\tau)] = S_0$   $-\frac{d^2}{d\tau^2} x_n(\tau) + V''(x) x_n(\tau) = E_n x_n(\tau)$   $\langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = e^{-S_0} N \prod_n E_n^{-1/2}$   $S = S_0 + \frac{1}{2} \sum_n E_n c_n^2$

$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle = N \left[ \det \left(-\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2\right) \right]^{-1/2} (1 + \dots)$

$N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}}$   
 $N \int \mathcal{D}x e^{-S_E} \sim e^{-S_0}$

$N \left[ \det \left(-\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2\right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left(\frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0}\right)^{-1/2}$

$N \left[ \det \left(-\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2\right) \right]^{-1/2} = \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2}\right) \right]^{-1/2}$

$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{\omega}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\omega\tau_0/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega\tau_0} + \dots\right)$

С помощью ядерных реакций можно получить радиоактивные изотопы всех химических элементов, встречающихся в природе только в стабильном состоянии.

С помощью ядерных реакций получены также трансурановые элементы. О нептунии и плутонии вы уже знаете. Кроме них, получены еще следующие элементы: америций ( $Z = 95$ ), кюрий ( $Z = 96$ ), берклий ( $Z = 97$ ), калифорний ( $Z = 98$ ), эйнштейний ( $Z = 99$ ), фермий ( $Z = 100$ ), менделевий ( $Z = 101$ ), нобелий ( $Z = 102$ ), лоуренсий ( $Z = 103$ ), резерфордий ( $Z = 104$ ), дубний ( $Z = 105$ ), сиборгий ( $Z = 106$ ), борий ( $Z = 107$ ), хассий ( $Z = 108$ ), мейтнерий ( $Z = 109$ ), а также элементы под номерами 110, 111 и 112, не имеющие пока общепризнанных названий.

## Меченые атомы.

В настоящее время как в науке, так и в производстве все более широко используются радиоактивные изотопы различных химических элементов. Наибольшее применение имеет метод меченых атомов.

Метод основан на том, что химические свойства радиоактивных изотопов не отличаются от свойств нерадиоактивных изотопов тех же элементов.

$$\langle x_f | e^{-iHt_0} | x_i \rangle = \sum_n e^{-iE_n t_0} \langle x_f | n \rangle \langle n | x_i \rangle$$
$$L = \frac{1}{2} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - V(x) \quad m=1$$
$$iS[x(t)] \rightarrow \int_{-t_0/2}^{t_0/2} \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 - V \right] d\tau$$
$$\langle x_f | e^{-iHt_0} | x_i \rangle = N \int \mathcal{D}x e^{iS[x(t)]}$$
$$x(-t_0/2) = x_i$$
$$x(t_0/2) = x_f$$

$$\tau_0 \rightarrow \infty \Rightarrow e^{-E_0 \tau_0} \psi_0(x_f) \psi_0^*(x_i)$$
$$\langle x_f | e^{-iHt_0} | x_i \rangle = N \int \mathcal{D}x e^{iS[x(t)]}$$
$$S[x(\tau) + \delta x(\tau)] = S_0 + \int_{-t_0/2}^{t_0/2} d\tau \delta x \left( -\frac{1}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} \delta x + \frac{1}{2} V''(x) \delta x \right)$$
$$\mathcal{D}x = \prod_n \frac{dc_n}{\sqrt{2\pi}}$$
$$\epsilon_n = \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} + \omega^2$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 x}{d\tau^2} = -V'(x)$$
$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}}$$
$$N \int \mathcal{D}x e^{-S_E} \sim e^{-S_0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2}$$

$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2} \right) \right]^{-1/2}$$
$$N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}}$$
$$N \int \mathcal{D}x e^{-S_E} \sim e^{-S_0}$$
$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2}$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle \xrightarrow{\tau_0 \rightarrow \infty} \left( \frac{\omega}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\omega\tau_0/2} \left( 1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega\tau_0} + \dots \right)$$

# Радиоактивные изотопы — источники излучений.

Радиоактивные изотопы широко применяются в науке, медицине и технике как компактные источники  $\gamma$ -лучей. Главным образом используется радиоактивный кобальт.

Получают радиоактивные изотопы в атомных реакторах и на ускорителях элементарных частиц. В настоящее время производством изотопов занята большая отрасль промышленности.

Радиоактивные изотопы широко применяются в биологии, медицине, промышленности, сельском хозяйстве и даже в археологии.

$$S[X(\tau)] = S_0 \quad -\frac{d^2}{d\tau^2} X_n(\tau) + V''(X) X_n(\tau) = \epsilon_n X_n(\tau) \quad \langle x_f | e^{-H\tau_0} | x_i \rangle = e^{-S_0} N \prod_n \epsilon_n^{-1/2} \quad S = S_0 + \frac{1}{2} \sum_n \epsilon_n c_n^2$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle = N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} (1 + \dots)$$

$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \left[ N \left( \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} \right] \left[ \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{\omega^2 \tau_0^2}{\pi^2 n^2} \right) \right]^{-1/2}$$

$$N \left( \prod_n \frac{\pi^2 n^2}{\tau_0^2} \right)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}}$$
$$N \int Dx e^{-S_E} \sim e^{-S_0}$$

$$N \left[ \det \left( -\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2 \right) \right]^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau_0}} \left( \frac{\text{sh } \omega\tau_0}{\omega\tau_0} \right)^{-1/2}$$

$$\langle x_f=0 | e^{-H\tau_0} | x_i=0 \rangle \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \left( \frac{\omega}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\omega\tau_0/2} \left( 1 + \frac{1}{2} e^{-2\omega\tau_0} + \dots \right)$$