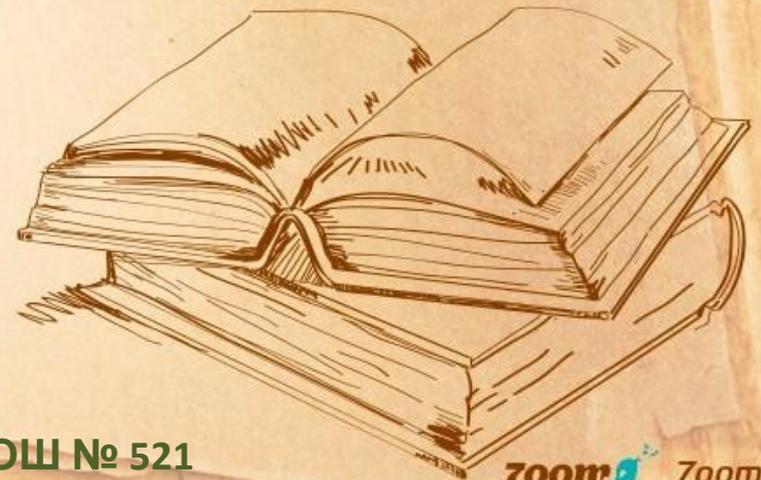


Приемы решения экономических задач на кредиты в ЕГЭ

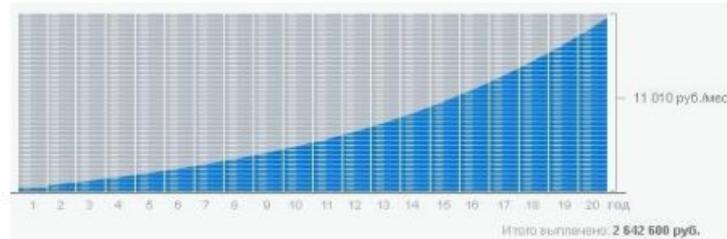
Схема двух карманов



Модели выплаты кредита

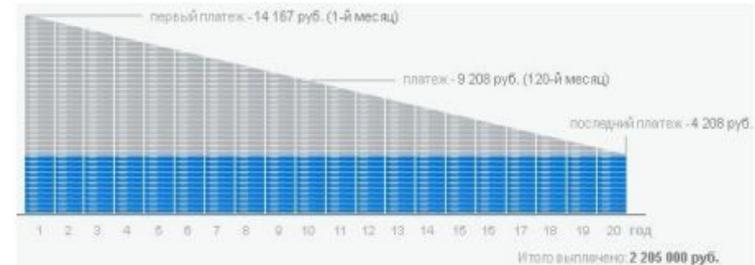
Аннуитетные платежи

График погашения кредита аннуитетными платежами



Дифференцированные платежи

График погашения кредита дифференцированными платежами



Аннуитет — начисление равных платежей на весь срок погашения кредита. При этом в первой половине срока погашения задолженность по кредиту практически не гасится — выплачиваются в большей части проценты. Эта особенность делает платежи относительно небольшими, но увеличивает общую сумму начисляемых процентов.

Дифференцированные платежи характерны тем, что задолженность по кредиту погашается равномерно начиная с самых первых выплат, а проценты начисляются на фактический остаток. Таким образом, каждый последующий платеж меньше предыдущего.

Дифференцированные платежи дают линейную зависимость от погашения кредита: чем меньше должен — тем меньше начислили процентов. Сумма и срок досрочного погашения ничем не ограничены. Досрочное погашение в аннуитетной схеме лишь сокращает срок выплаты кредита: на графике «срезаются» последние платежи и отпадает необходимость платить соответствующие им проценты, которые в конце графика как раз очень малы. Таким образом, в аннуитетной схеме досрочное погашение невыгодно.

Схема двух карманов

Вася взял кредит на сумму S млн. рублей, сроком на n лет, под $r\%$ годовых.

Сколько и как придется отдавать при дифференцированных платежах?

Правый карман

Долг



n равных пачек денег
денег
По S/n в каждой.



Левый карман

Процент



N разных пачек денег
В первой $r/100 * S$, а
В последней $r/100 * S/n$.

Платеж = часть долга + проценты на

Схема двух карманов

Таблица

Срок	1	2	3	n
Правый карман (Долг)	$\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$		$\frac{S}{n}$
Остаток, на который начисляют проценты	S	$\frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{(n-2)S}{n}$		$\frac{S}{n}$
Левый карман (проценты)	$\frac{r}{100} \cdot S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{(n-2)S}{n}$		$\frac{r}{100} \cdot \frac{S}{n}$
Платежи	$\frac{S}{n} + \frac{r}{100} \cdot S$	$\frac{S}{n} + \frac{r}{100} \cdot \frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{S}{n} + \frac{r}{100} \cdot \frac{(n-2)S}{n}$		$\frac{S}{n} + \frac{r}{100} \cdot \frac{S}{n}$

$$S - \frac{S}{n} = \frac{(n-1)S}{n}$$

$$r\% = \frac{r}{100}$$



В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Задача № 1. Сумма выплат

Пусть 5 млн. р. = S

Срок	1	2	3	10
Правый карман (Долг)	$\frac{S}{10}$	$\frac{S}{10}$	$\frac{S}{10}$		$\frac{S}{10}$
Остаток, на который начисляют %	S	$\frac{9S}{10}$	$\frac{8S}{10}$		$\frac{S}{10}$
Левый карман (проценты)	$0,2 \cdot S$	$0,2 \cdot \frac{9S}{10}$	$0,2 \cdot \frac{8S}{10}$		$0,2 \cdot \frac{S}{10}$

$$0,2 \cdot S + 0,2 \cdot \frac{9S}{10} + 0,2 \cdot \frac{8S}{10} + \dots + 0,2 \cdot \frac{S}{10} = \frac{0,2S}{10} (10 + 9 + 8 + \dots + 1) = \frac{0,2S}{10} \cdot \frac{10+1}{2} \cdot 10 = 0,1S \cdot 11 = 1,1 \cdot 5 = 5,5 \text{ млн. руб.} - \%$$

Ответ: $5 + 5,5 = 10,5$ млн. руб. составит общая сумма выплат.

15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Задача № 2. Процентная ставка

Пусть размер кредита S руб,
выплаченные проценты $0,25S$

$$r\% = \frac{\quad}{100}$$

Срок	1	2	3	9
Правый карман (Долг)	$\frac{S}{9}$	$\frac{S}{9}$	$\frac{S}{9}$		$\frac{S}{9}$
Остаток, на который начисляют %	S	$\frac{8S}{9}$	$\frac{7S}{9}$		$\frac{S}{9}$
Левый карман (проценты)	$\frac{r}{100} \cdot S$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{8S}{9}$	$\frac{r}{100} \cdot \frac{7S}{9}$		$\frac{r}{100} \cdot \frac{S}{9}$

$$\frac{r}{100} \cdot S + \frac{r}{100} \cdot \frac{8S}{9} + \frac{r}{100} \cdot \frac{7S}{9} + \dots + \frac{r}{100} \cdot \frac{S}{9} = \frac{r}{100} \cdot \frac{S}{9} (9 + 8 + 7 + \dots + 1) = \frac{r}{100} \cdot \frac{S}{9} \cdot \frac{9+1}{2} \cdot 9 = 0.05rS = 0.25S$$

Ответ: $r=5\%$

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в млн рублей)	S	$0,8S$	$0,5S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Задача № 3. Размер кредита

$$0,65S \leq 4$$

$$S \leq 6 \frac{2}{13}$$

Ответ :

$$S = 6 \text{ млн.руб.}$$

Срок	1	2	3
Правый карман (Долг)	$0,2S$	$0,3S$	$0,5S$
Остаток, на который начисляют %	S	$0,8S$	$0,5S$
Левый карман (проценты)	$0,3S$	$0,24S$	$0,15S$
Платежи	$0,5S$	$0,54S$	$0,65S$

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 7,5 млн рублей?

Задача № 4. Срок выплат

Пусть срок выплат n лет.

5 млн. руб. = S

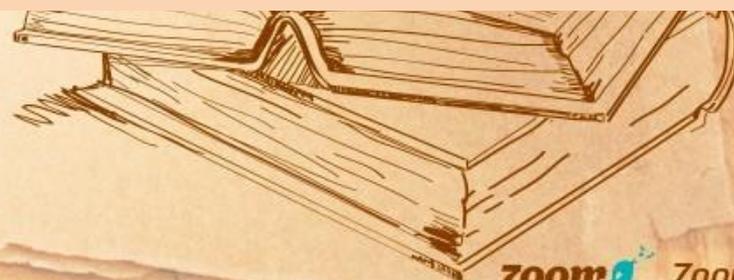
Срок	1	2	3	n
Правый карман (Долг)	$\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$	$\frac{S}{n}$		$\frac{S}{n}$
Остаток, на который начисляют %	S	$\frac{(n-1)S}{n}$	$\frac{(n-2)S}{n}$		$\frac{S}{n}$
Левый карман (проценты)	$0,2 \cdot S$	$0,2 \cdot \frac{(n-1)S}{n}$	$0,2 \cdot \frac{(n-2)S}{n}$		$0,2 \cdot \frac{S}{n}$

$$0,2 \cdot S + 0,2 \cdot \frac{(n-1)S}{n} + 0,2 \cdot \frac{(n-2)S}{n} + \dots + 0,2 \cdot \frac{S}{n} = \frac{0,2S}{n} (n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1) = \frac{0,2S}{n} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot n = 0,1S \cdot (n+1) = 0,5 \cdot (n+1)$$

7,5 - 5 = 2,5 млн. руб – выплаченные проценты

$$0,5(n+1) = 2,5 \quad 0,5n = 2 \quad n = 4$$

Ответ: 4 года



Спасибо за внимание!

Материалы размещены на сайте
Учителя математики [Алексеевой](#)
[В.А.](#)

Использованная литература:

1. Д.Д.Гущин «Встреча с финансовой математикой».
2. Сайт Ларина
3. И.В.Ященко «36 профильных вариантов», 2017г.
4. А.В.Семенов «Как получить максимальный балл на ЕГЭ», 2015г.
5. Вариант № 225 Ларина, видео разбор О.Себедаш.

