МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СЛАУ

метод Гаусса

Задание

- Выпишите пример применения метода Гаусса, сопроводив необходимыми пояснениями.
- Фото выполенного задания пришлите на почту svvlasova@inox.ru Не забывайте правильно заполнить поле «тема» письма

- Сначала немного систематизируем знания о системах линейных уравнений. Система линейных уравнений может:
- 1) Иметь единственное решение.
- 2) Иметь бесконечно много решений.
- 3) Не иметь решений (быть *несовместной*).

Метод Гаусса

- Метод Гаусса – наиболее мощный и универсальный инструмент для нахождения решения **любой** системы линейных уравнений. Как мы помним**, правило Крамера и матричный метод** непригодны в тех случаях, когда система имеет бесконечно много решений или несовместна. А метод последовательного исключения неизвестных **в любом случае** приведет нас к ответу!

- Метод Гаусса или метод исключения неизвестных состоит в последовательном исключении во втором уравнении первой неизвестной, в третьем уравнении первой и второй неизвестных и т. д. Пока не получится система треугольного или трапецеидального вида.
- Метод удобнее применять на расширенной матрице

Пример

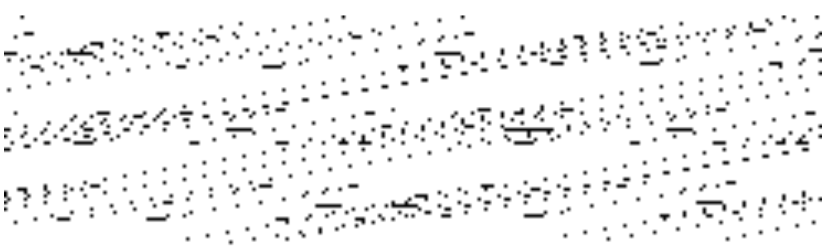
Решить методом Гаусса систему уравнений:

Запишем расширенную матрицу системы:

- Сначала смотрим на левое верхнее число:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -5 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ 1 & 2 & -1 & 9 \end{array}\right)$$

- Почти всегда здесь должна находиться **единица**. Как организовать единицу? Смотрим на первый столбец – готовая единица у нас есть! Преобразование первое: меняем местами первую и третью строки:

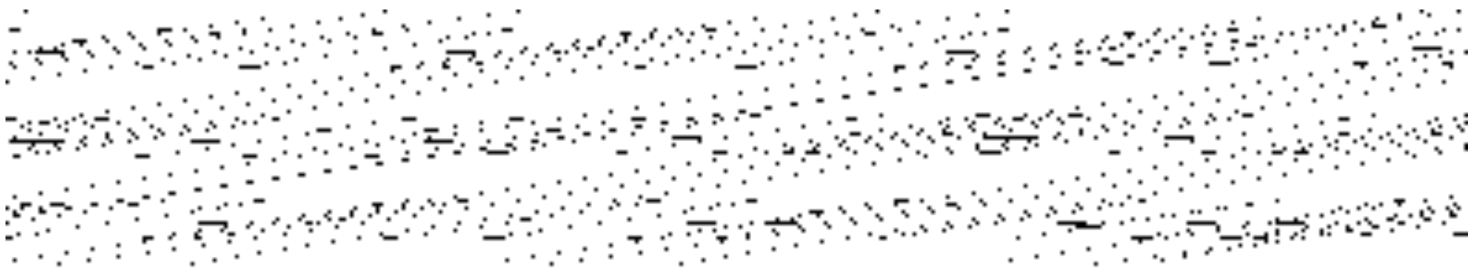


- Теперь нужно получить нули вот на этих местах:

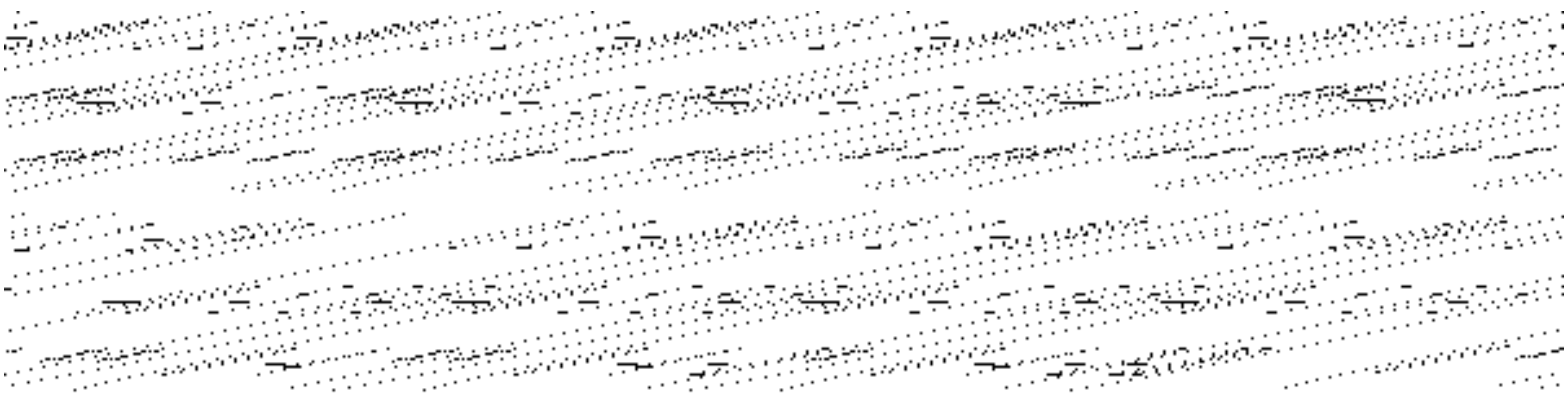
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 9 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ 3 & 2 & -5 & -1 \end{array}\right)$$

- Нужно **ко второй строке прибавить первую строку, умноженную на -2**. Мысленно или на черновике умножаем первую строку на -2: $(-2, -4, 2, -18)$. И последовательно проводим (опять же мысленно или на черновике) сложение, **ко второй строке прибавляем первую строку, уже умноженную на -2**:

- Аналогично разбираемся с третьей строкой (3, 2, –5, –1). Чтобы получить на первой позиции ноль, нужно **к третьей строке прибавить первую строку, умноженную на –3**.



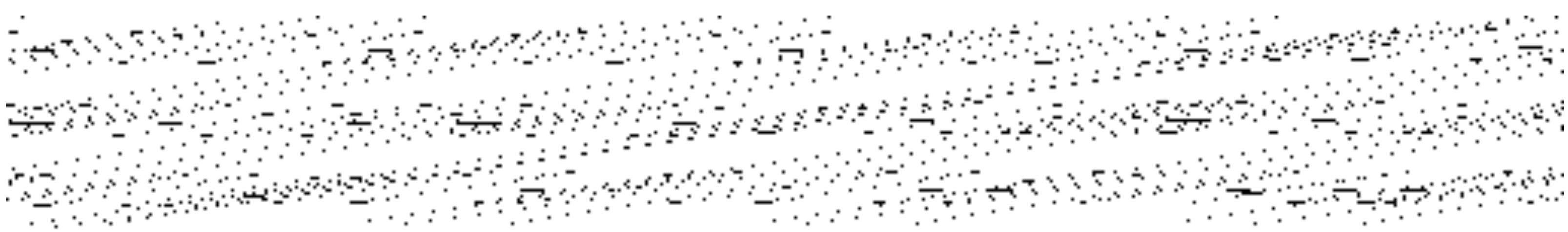
- **Не нужно считать всё сразу и одновременно**. Порядок вычислений и «вписывания» результатов **последователен** и обычно такой: сначала переписываем первую строку, и пыхтим себе потихонечку – ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО и **ВНИМАТЕЛЬНО**:



- Далее нужно получить единицу на следующей «ступеньке»:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 9 \\ 0 & -5 & 5 & -5 \\ 0 & -4 & -2 & -28 \end{array}\right)$$

- В данном примере это сделать легко, вторую строку делим на -5 (поскольку там все числа делятся на 5 без остатка). Заодно делим третью строку на -2, ведь чем меньше числа, тем проще решение:



- Для этого **к третьей строке прибавляем вторую строку, умноженную на -2**:

[illegible]

- В результате элементарных преобразований получена эквивалентная исходной система линейных уравнений:

[illegible]

- Теперь в действие вступает обратный ход метода Гаусса. Уравнения «раскручиваются» снизу вверх.
- В третьем уравнении у нас уже готовый результат: $z=4$
- Смотрим на второе уравнение: $y-z=1$.

$$y-4=1$$

$$y=5$$

- Значение z уже известно, таким образом: $x+2*5-4=9$

$$X=3$$

Ответ: (3;5;4)

Выводы:

- Метод Гаусса универсальный, позволяет решать любую СЛАУ.
- СЛАУ может иметь единственное решение, если расширенная матрица преобразуется в треугольную, причем имеет уравнение вида а*х=в.
- Слау может иметь бесконечно много решений, если, если матрица преобразуется в трапецеидальный вид.
- Слау не имеет решения, если расширенная матрица преобразуется в треугольную, причем имеет уравнение вида 0*х=а