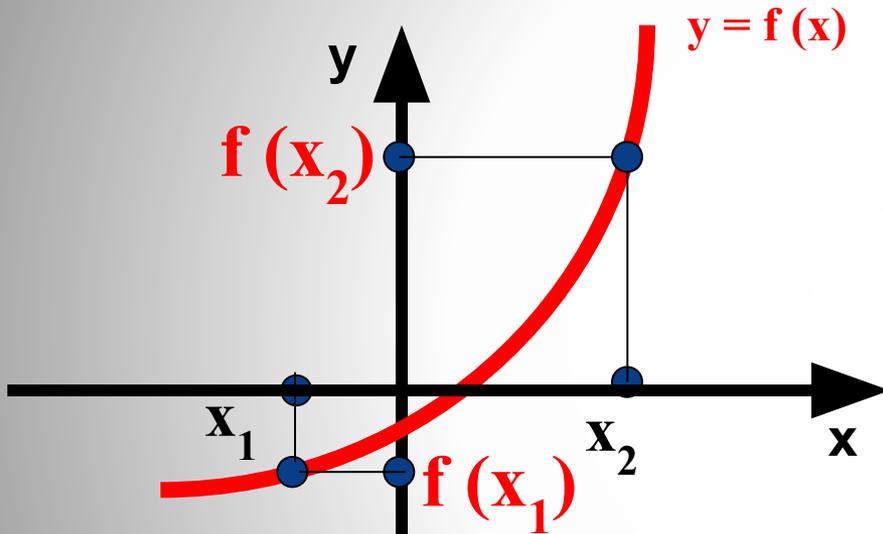


# Немного повторения

- Понятия возрастающей и убывающей функций.
- Понятие монотонности функции.

# Возрастающая функция



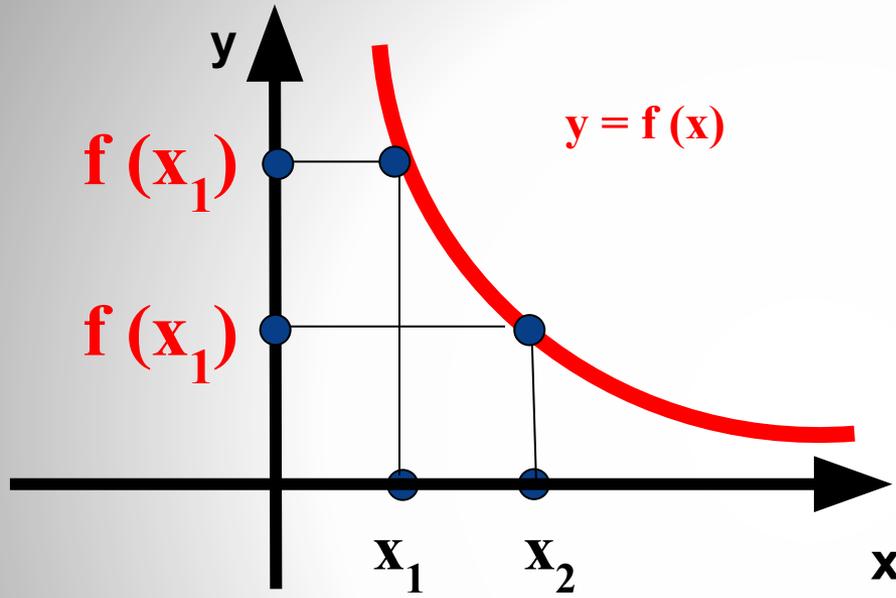
Функция  $f(x)$  называется  
*возрастающей*  
на некотором интервале,  
если для любых  $x_1$  и  $x_2$  из этого  
интервала, таких, что

$$x_2 > x_1$$

следует неравенство

$$f(x_2) > f(x_1).$$

# Убывающая функция



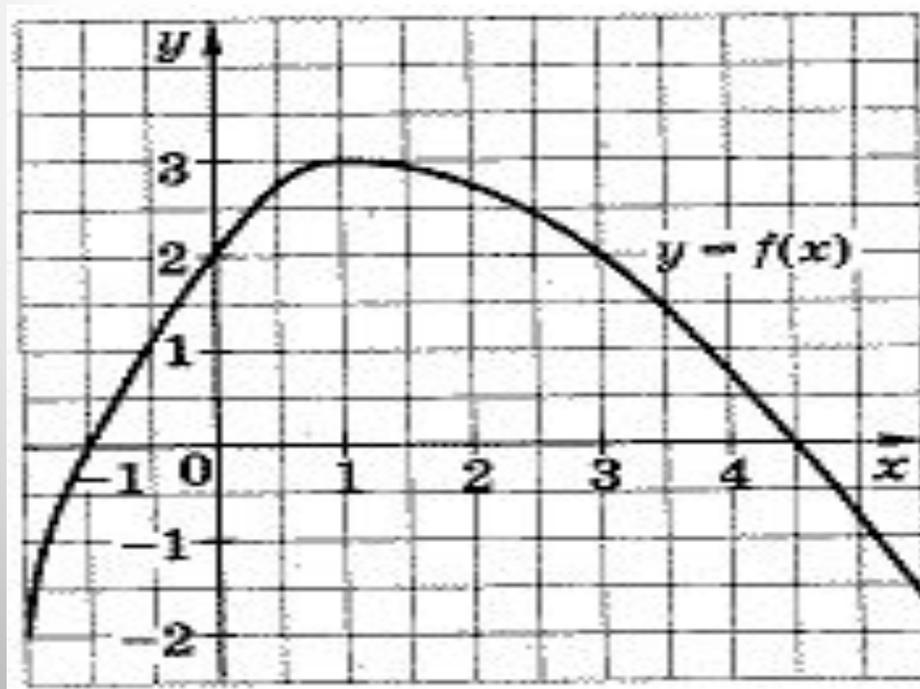
Функция  $f(x)$  называется  
*убывающей*  
на некотором интервале,  
если для любых  $x_1$  и  $x_2$  из этого  
интервала, таких, что

$$x_2 > x_1$$

следует неравенство

$$f(x_2) < f(x_1).$$

Возрастающие и убывающие функции называются *монотонными* функциями.



# Способы исследования функций на монотонность

Способ 1. По определению  
возрастающей (убывающей) функции.

Способ 2. По графику функции.

Пример №1. Исследуйте функцию  $f(x) = 1/x$  на  
По определению: монотонность.

Решение.

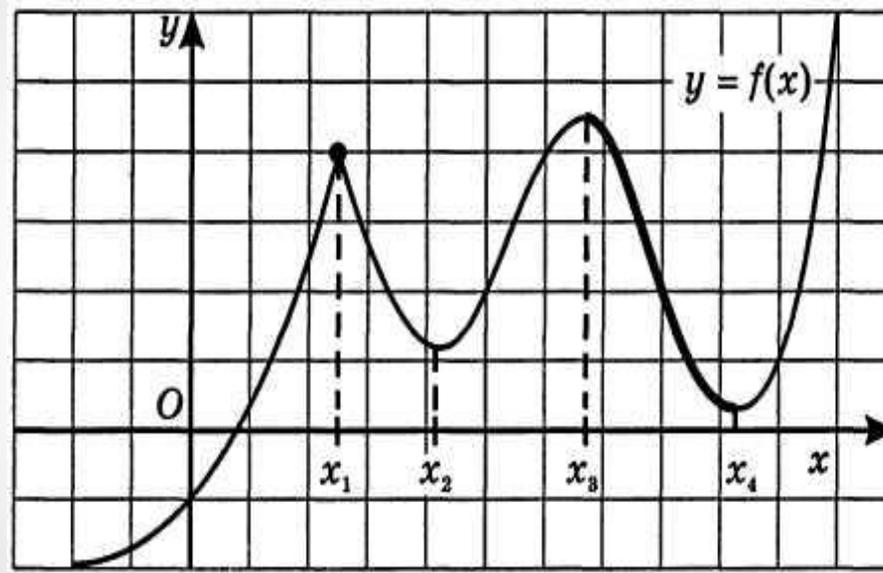
Область определения:  $D(f) : x \neq 0$

Пусть  $x_2$  и  $x_1$  - произвольные точки из  $D(f)$  такие, что  $x_2 > x_1$ , тогда  $f(x_2) - f(x_1) = 1/x_2 - 1/x_1 = (x_1 - x_2)/x_2 x_1 < 0$ ,  
значит данная функция убывает на каждом из двух  
промежутков своей области определения.

Пример №2 По графику

По графику функции  $y=f(x)$  ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции.



Решение: до  $x_1$  функция возрастает,  $(x_1; x_2)$ -убывает,  $(x_2; x_3)$ -возрастает  $(x_3; x_4)$ -убывает, от  $x_4$  возрастает.

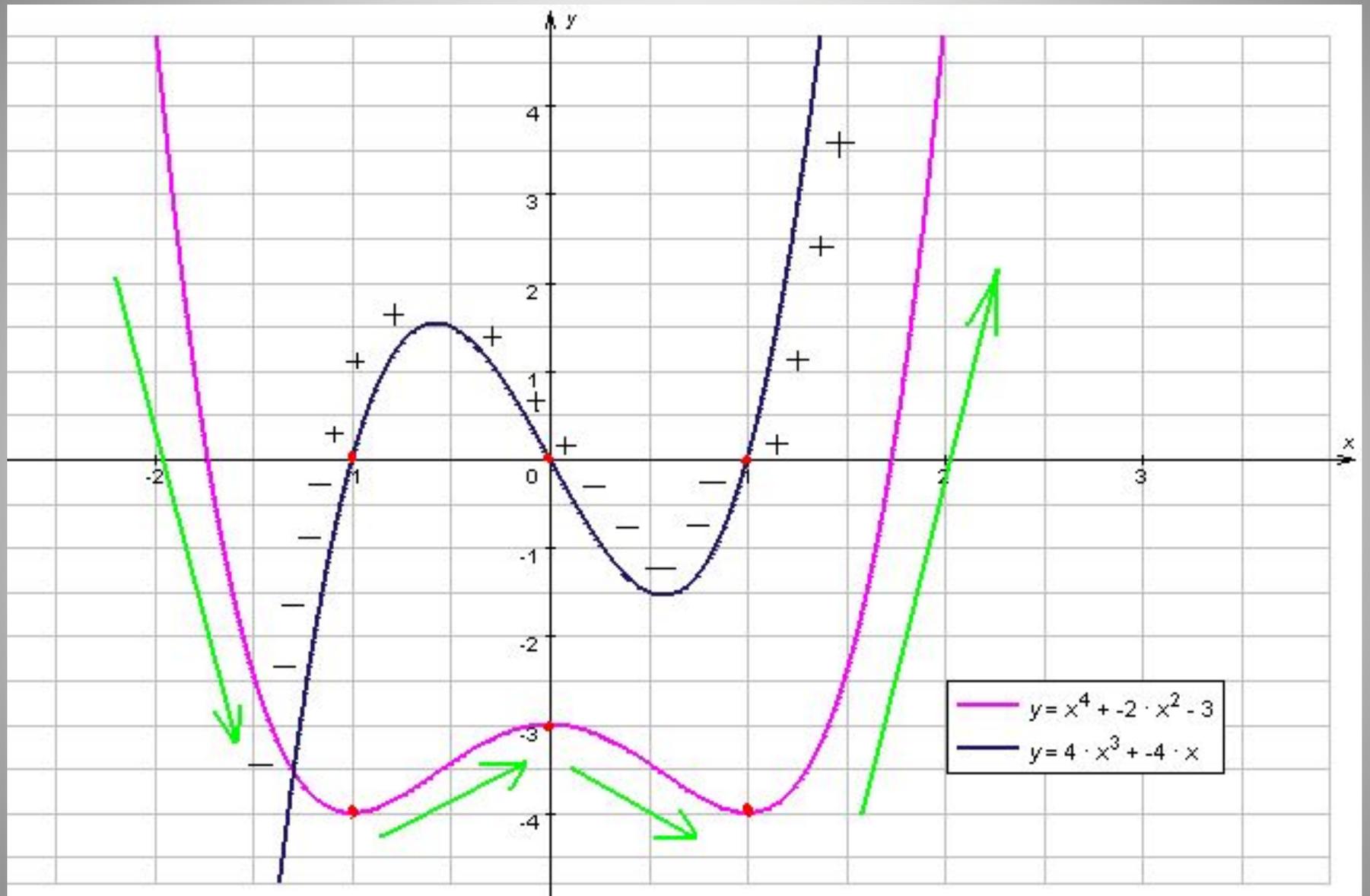
Ответ: три промежутка возрастания;  $(x_1; x_2)$  наименьший промежуток убывания.

# Наши цели

1. Найти связь между производной и свойством монотонности функции.

2. Создать алгоритм поиска промежутков монотонности функции с помощью производной.

**Тема урока:  
«Возрастание и убывание  
функции»**



# Гипотеза

- Если  $f'(x) > 0$  на некотором интервале, то функция возрастает на этом интервале.
- Если  $f'(x) < 0$  на некотором интервале, то функция убывает на этом интервале.

# Достаточный признак возрастания (убывания) функции

- Теорема 1.

Если функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a;b)$  и  $f'(x) > 0$  для всех  $x \in (a;b)$ , то функция возрастает на интервале  $(a;b)$

- Теорема 2.

Если функция  $f(x)$  дифференцируема на интервале  $(a;b)$  и  $f'(x) < 0$  для всех  $x \in (a;b)$ , то функция убывает на интервале  $(a;b)$

# Алгоритм

1. Указать область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Определить промежутки, в которых  $f'(x) > 0$  и  $f'(x) < 0$ .
4. Сделать выводы о монотонности функции.

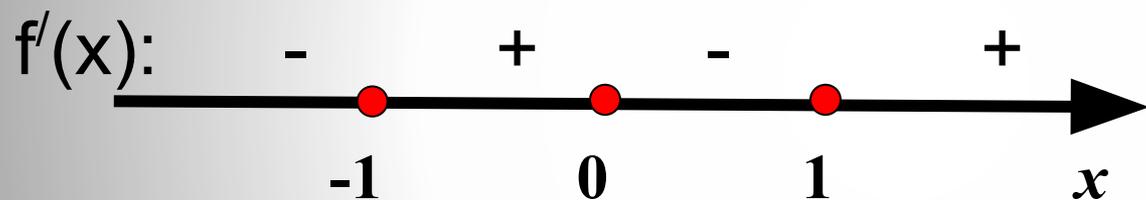
# Образец решения по алгоритму

$$f(x) = x^4 - 2x^2,$$

1.  $D(f) = \mathbb{R}$

2.  $f'(x) = 4x^3 - 4x,$

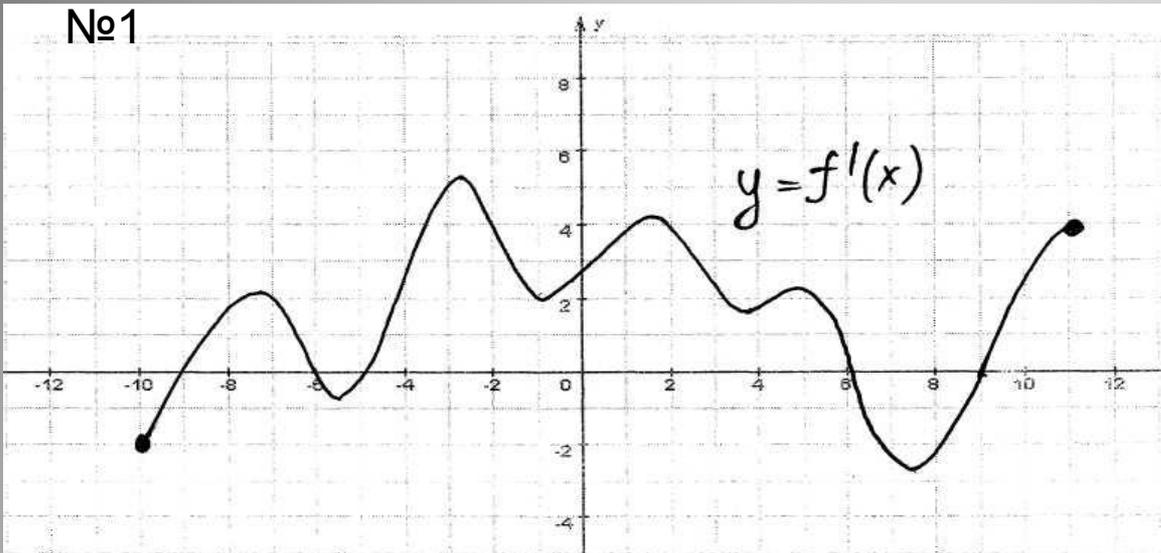
3.  $f'(x) > 0$ , если  $4x^3 - 4x > 0$ ,  $x^3 - x > 0$ ,  $x(x-1)(x+1) > 0$



4. Функция убывает на промежутках  $(-\infty; -1]$  и  $[(0; 1)]$ .

Функция возрастает на промежутках  $[(-1; 0)]$  и  $[(1; +\infty)]$

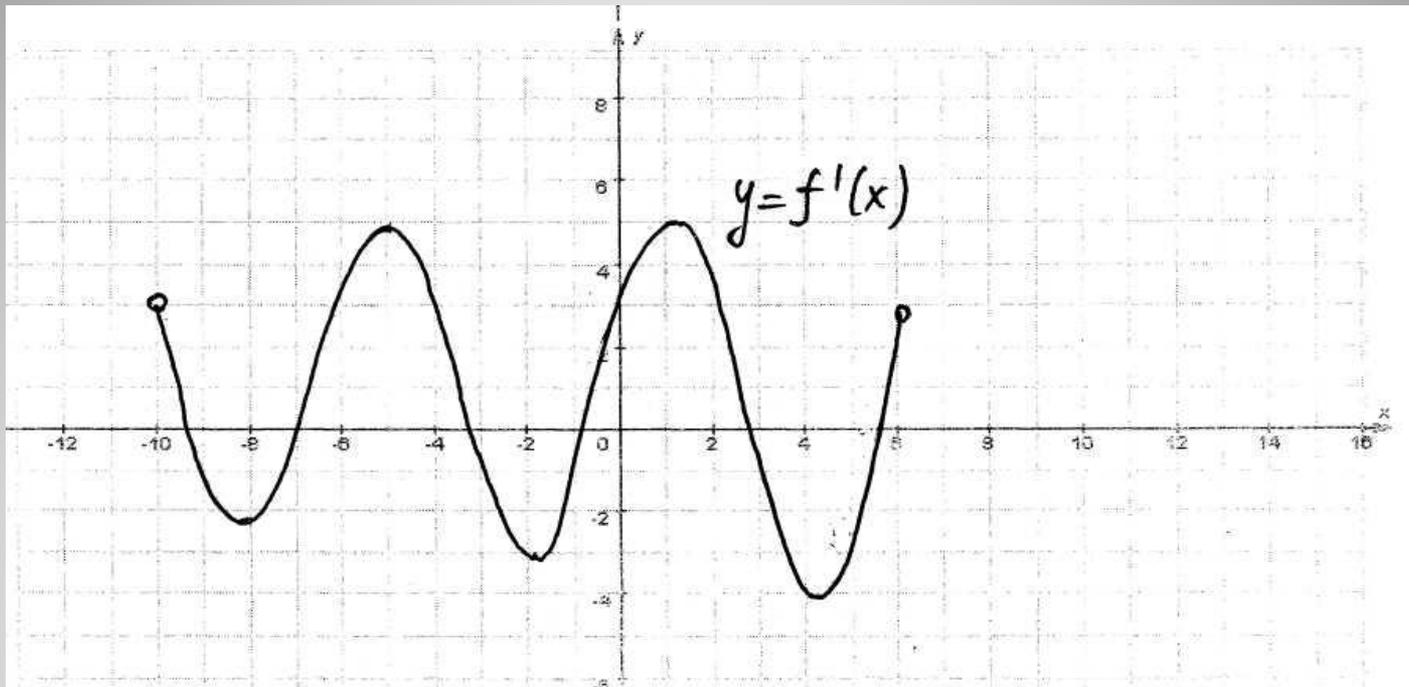
№1



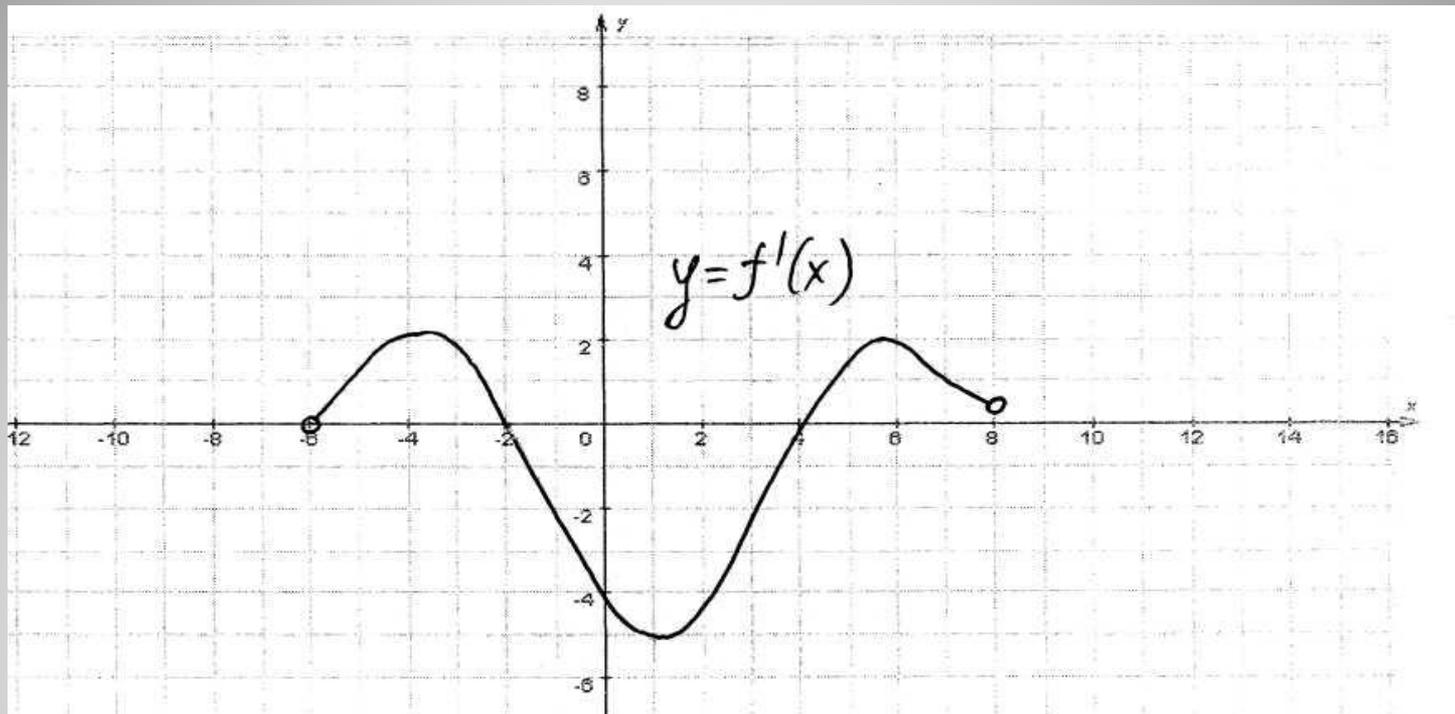
Непрерывная функция  $y=f(x)$  задана на  $[-10;11]$ . На рисунке изображён график её производной.

Укажите количество промежутков возрастания функции.

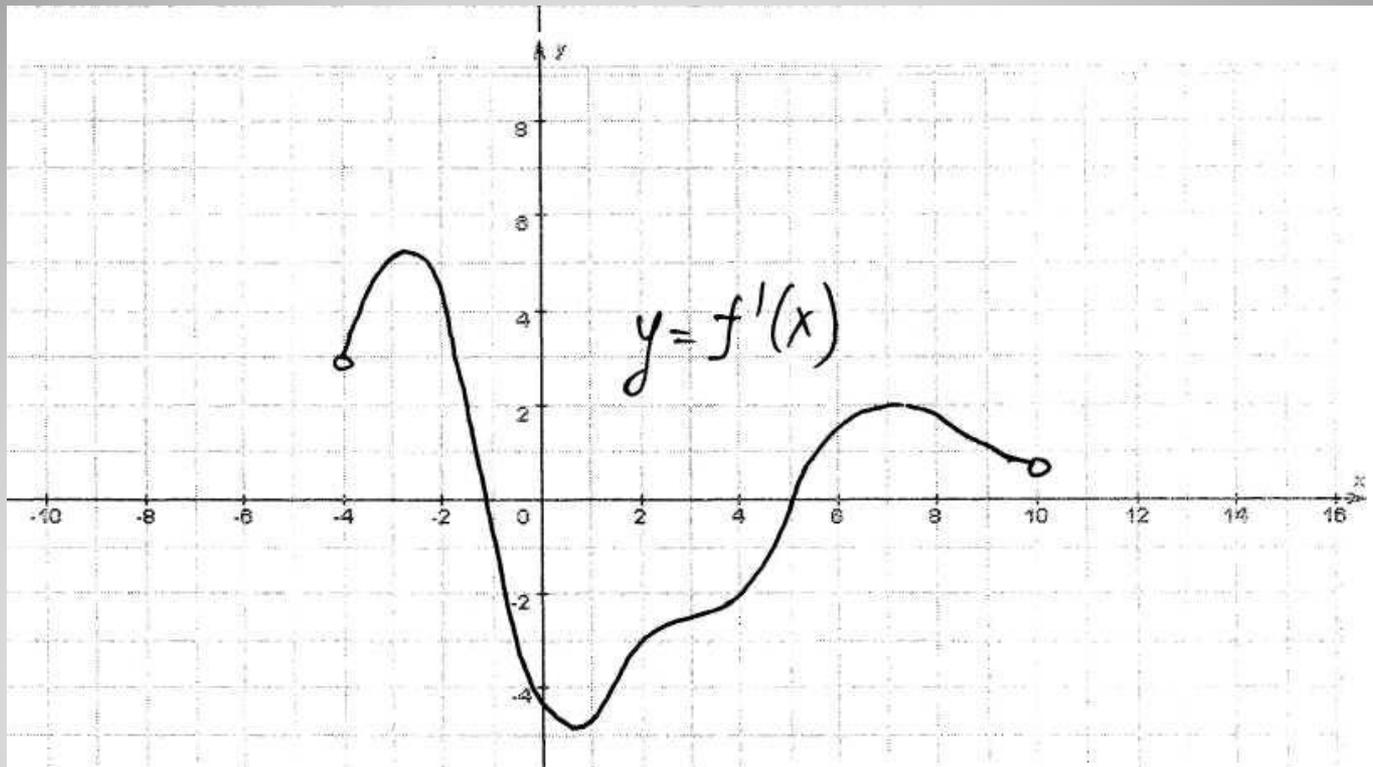
Если график производной лежит выше оси  $Ox$ , то производная положительна, следовательно функция будет возрастать, Если ниже оси  $Ox$ , производная отрицательна – функция убывает. Следовательно На промежутках  $(-9;-6)$ ,  $(-5; 6)$  и  $(9; 11)$  функция возрастает, т.е. количество промежутков возрастания 3



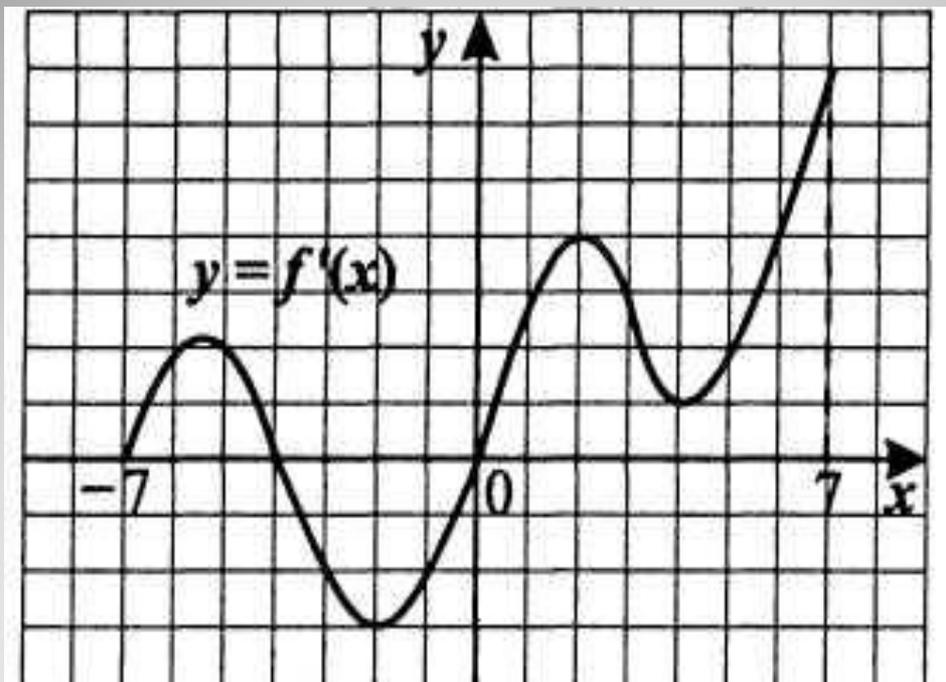
№2. Непрерывная функция  $y=f(x)$  задана на  $(-10;6)$ . На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков убывания функции.



№3. Непрерывная функция  $y=f(x)$  задана на  $(-6;8)$ . На рисунке изображён график её производной. Укажите длину промежутка убывания этой функции.



№4. Непрерывная функция  $y=f(x)$  задана на  $(-4;10)$ . На рисунке изображён график её производной. Опишите последовательно типы монотонностей функции



№5. По графику функции  $y=f'(x)$  ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

Пример №3. (задание В<sub>8</sub> из тестов ЕГЭ по математике)

По графику функции  $y=f'(x)$  ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у функции  $f(x)$ ?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

