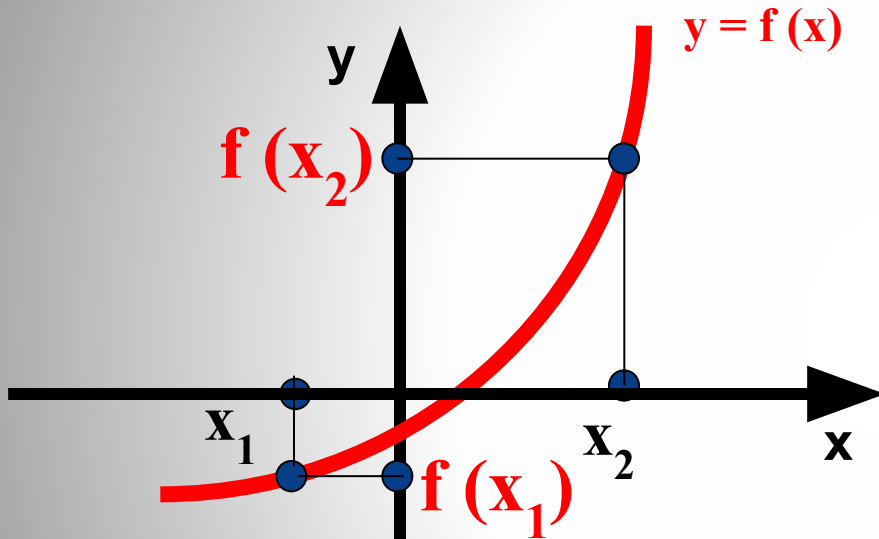


Немного повторения

- Понятия возрастающей и убывающей функций.
- Понятие монотонности функции.

Возрастающая функция



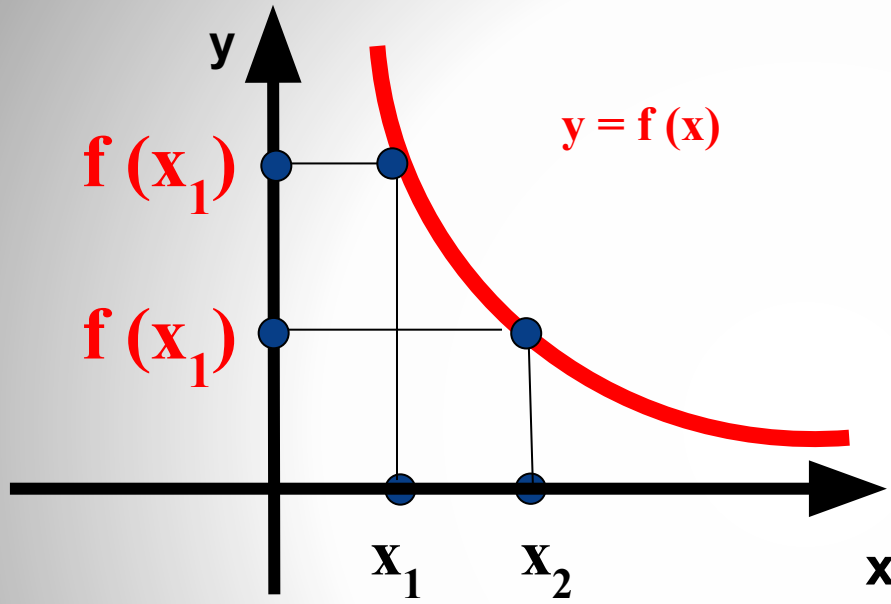
Функция $f(x)$ называется
возрастающей
на некотором интервале,
если для любых x_1 и x_2 из этого
интервала, таких, что

$$x_2 > x_1$$

следует неравенство

$$f(x_2) > f(x_1).$$

Убывающая функция



Функция $f(x)$ называется
убывающей

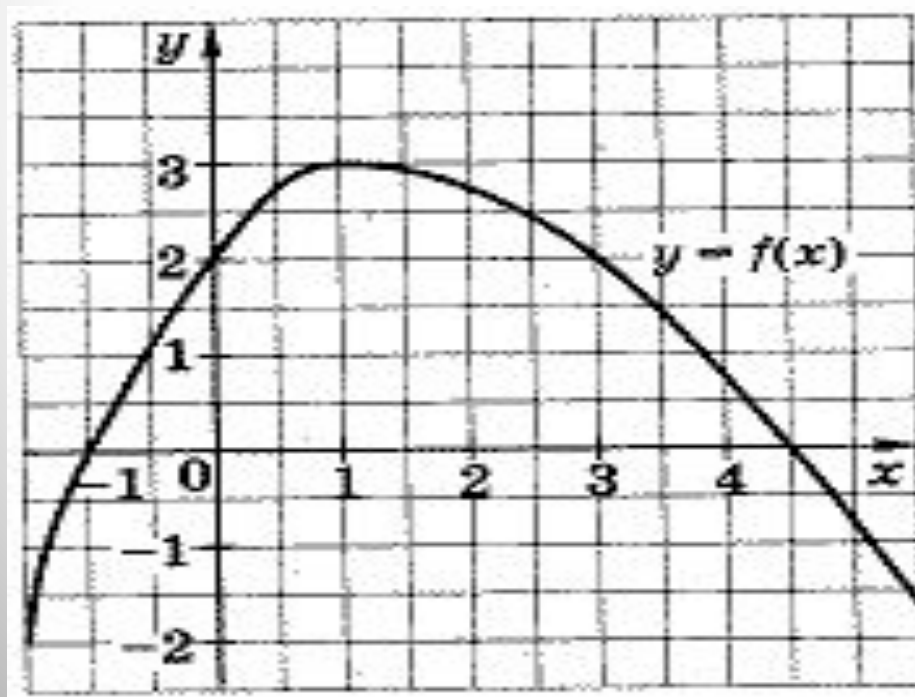
на некотором интервале,
если для любых x_1 и x_2 из этого
интервала, таких, что

$$x_2 > x_1$$

следует неравенство

$$f(x_2) < f(x_1).$$

Возрастающие и убывающие функции называются *монотонными* функциями.



Способы исследования функций на монотонность

Способ 1. По определению
возрастающей (убывающей) функции.

Способ 2. По графику функции.

Пример №1. Исследуйте функцию $f(x) = 1/x$ на
По определению: монотонность.

Решение.

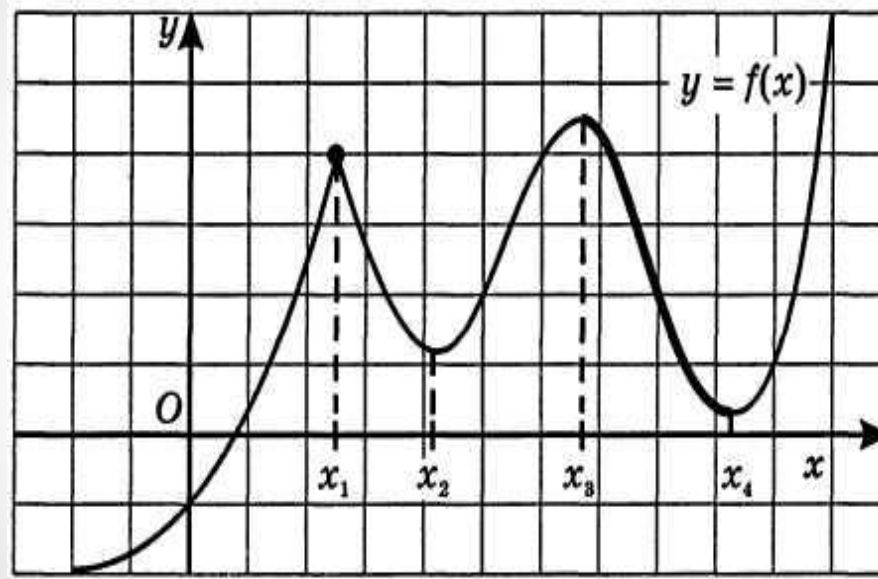
Область определения: $D(f) : x \neq 0$

Пусть x_2 и x_1 - произвольные точки из $D(f)$ такие, что $x_2 > x_1$, тогда $f(x_2) - f(x_1) = 1/x_2 - 1/x_1 = (x_1 - x_2)/x_2 x_1 < 0$,
значит данная функция убывает на каждом из двух
промежутков своей области определения.

Пример №2 По графику

По графику функции $y=f(x)$ ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Назовите наименьший из промежутков убывания этой функции.



Решение: до x_1 функция возрастает, $(x_1; x_2)$ -убывает, $(x_2; x_3)$ -возрастает $(x_3; x_4)$ -убывает, от x_4 возрастает.

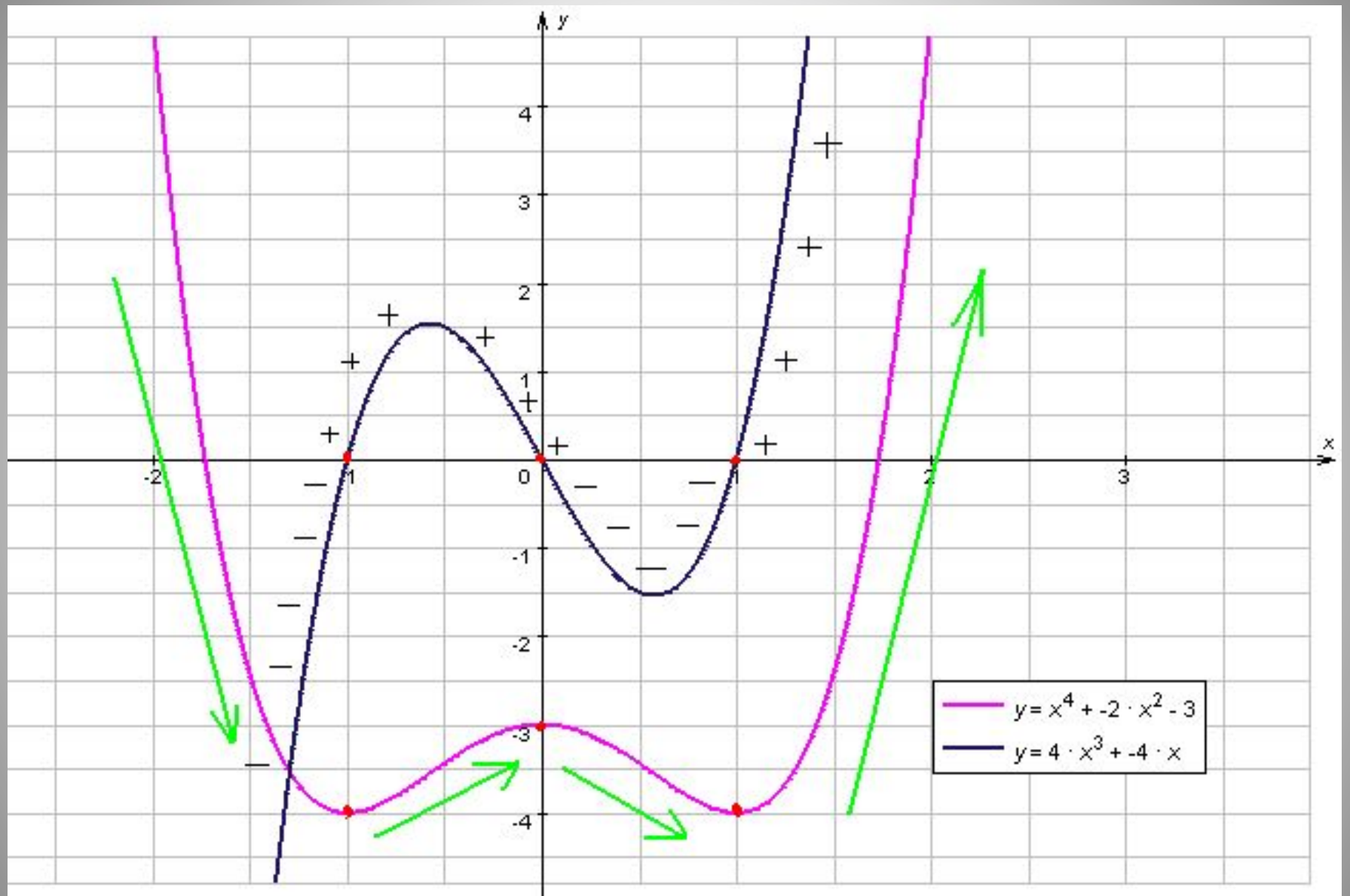
Ответ: три промежутка возрастания; $(x_1; x_2)$ наименьший промежуток убывания.

Наши цели

1. Найти связь между производной и свойством монотонности функции.

2. Создать алгоритм поиска промежутков монотонности функции с помощью производной.

**Тема урока:
«Возрастание и убывание
функции»**



Гипотеза

- Если $f'(x) > 0$ на некотором интервале, то функция возрастает на этом интервале.
- Если $f'(x) < 0$ на некотором интервале, то функция убывает на этом интервале.

Достаточный признак возрастания (убывания) функции

- Теорема 1.

Если функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a;b)$ и $f'(x) > 0$ для всех $x \in (a;b)$, то функция возрастает на интервале $(a;b)$

- Теорема 2.

Если функция $f(x)$ дифференцируема на интервале $(a;b)$ и $f'(x) < 0$ для всех $x \in (a;b)$, то функция убывает на интервале $(a;b)$

Алгоритм

1. Указать область определения функции.
2. Найти производную функции.
3. Определить промежутки, в которых $f'(x) > 0$ и $f'(x) < 0$.
4. Сделать выводы о монотонности функции.

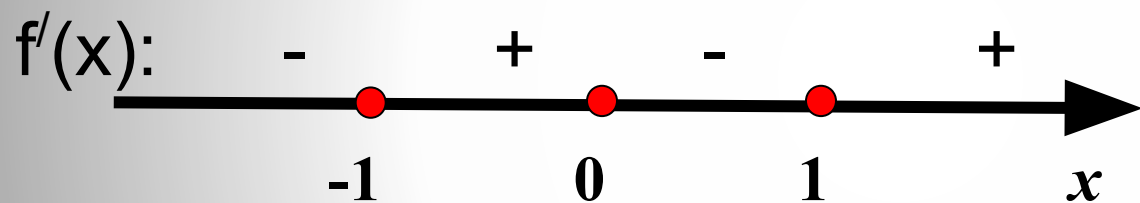
Образец решения по алгоритму

$$f(x) = x^4 - 2x^2,$$

1. $D(f) = \mathbb{R}$

2. $f'(x) = 4x^3 - 4x,$

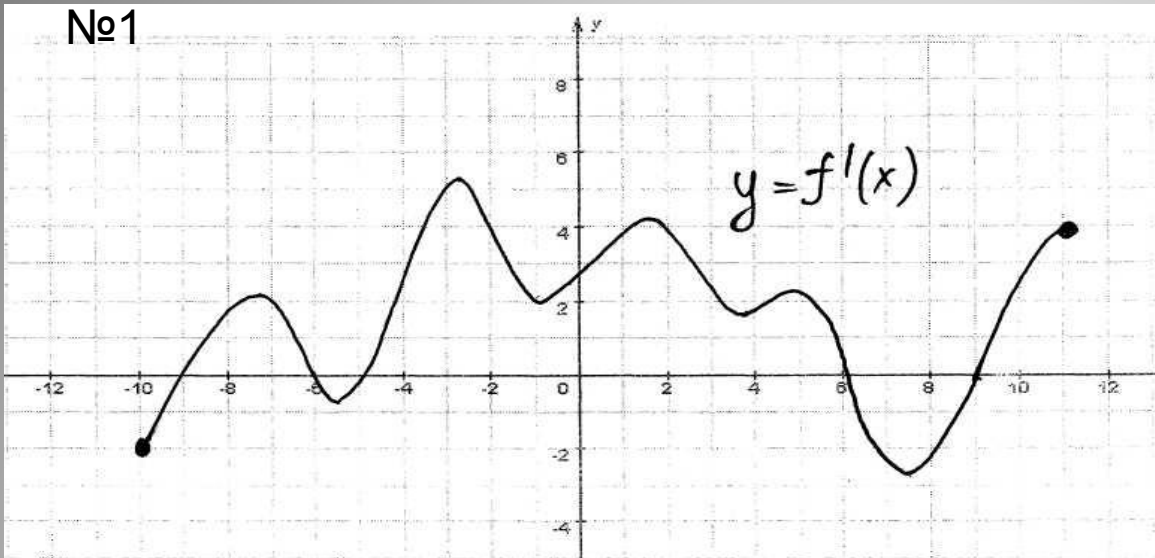
3. $f'(x) > 0$, если $4x^3 - 4x > 0$, $x^3 - x > 0$, $x(x-1)(x+1) > 0$



4. Функция убывает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[(0; 1)]$.

Функция возрастает на промежутках $[(-1; 0)]$ и $[(1; +\infty)]$

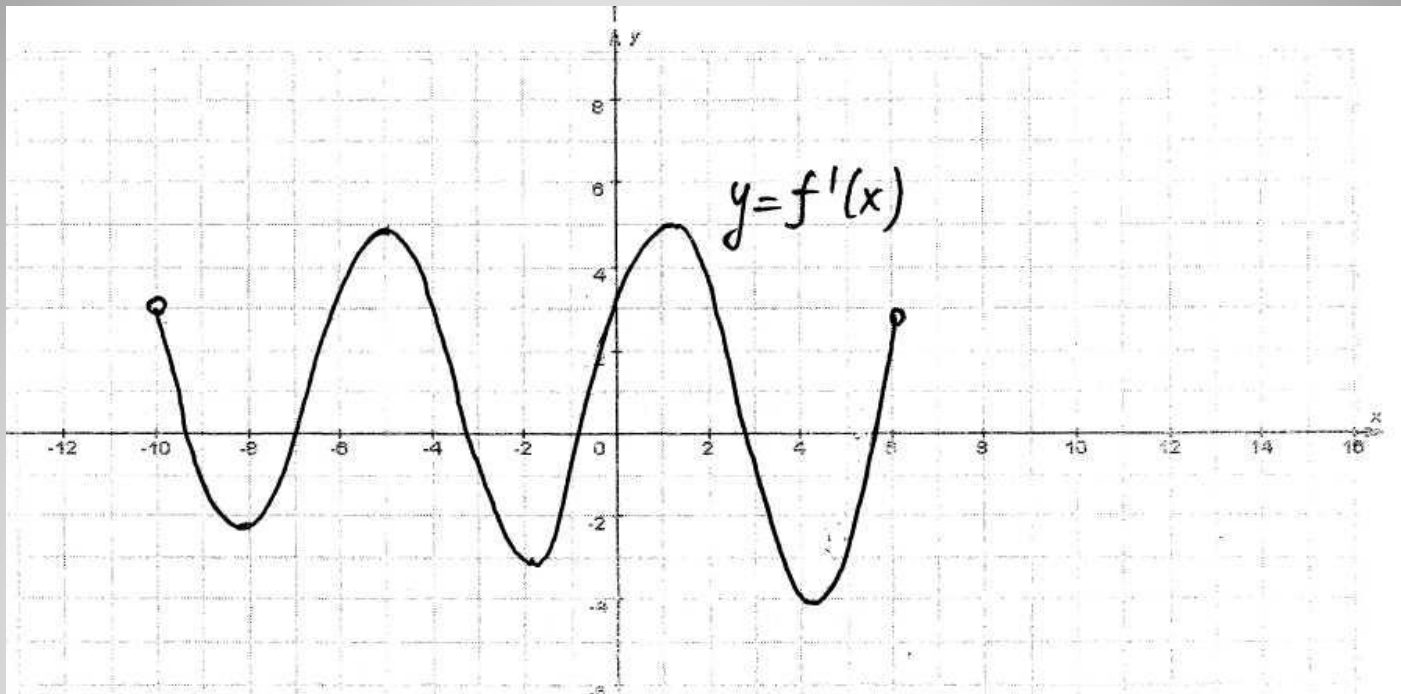
№1



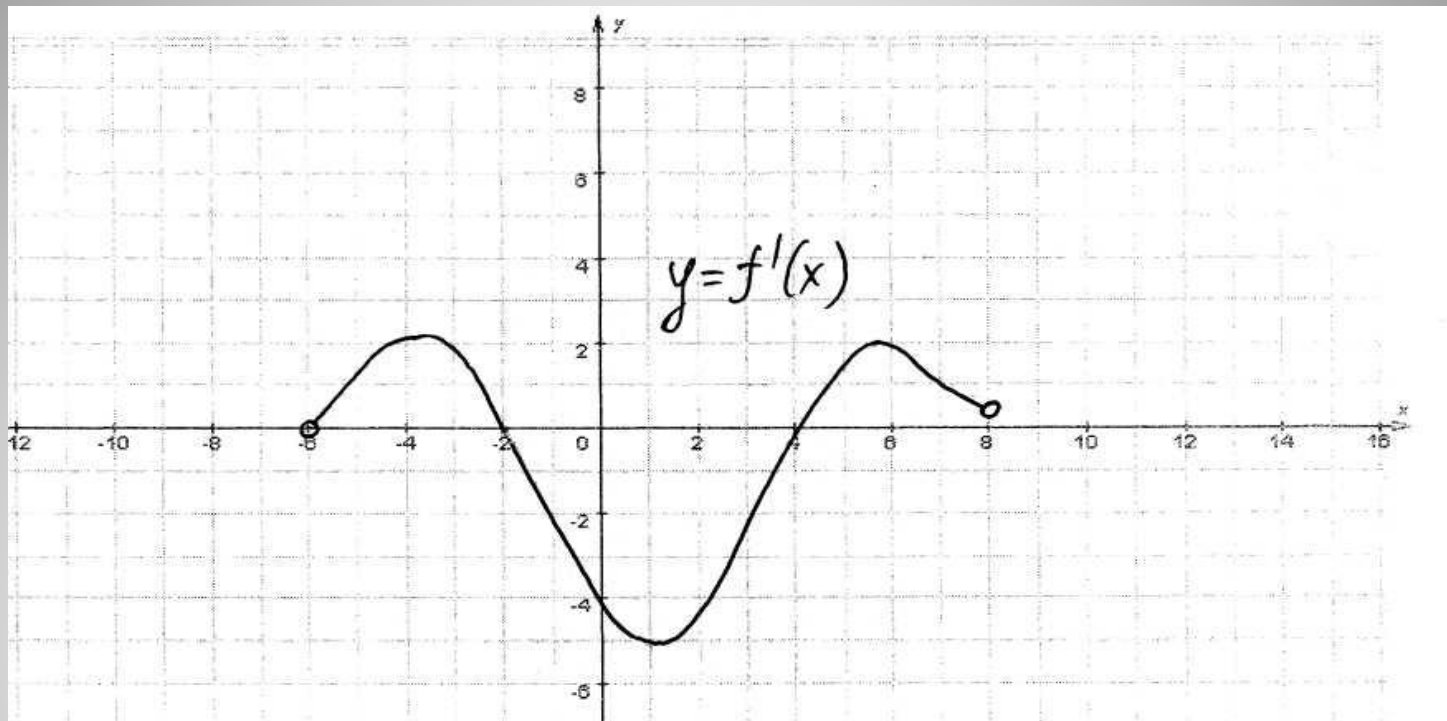
Непрерывная функция $y=f(x)$ задана на $[-10;11]$. На рисунке изображён график её производной.

Укажите количество промежутков возрастания функции.

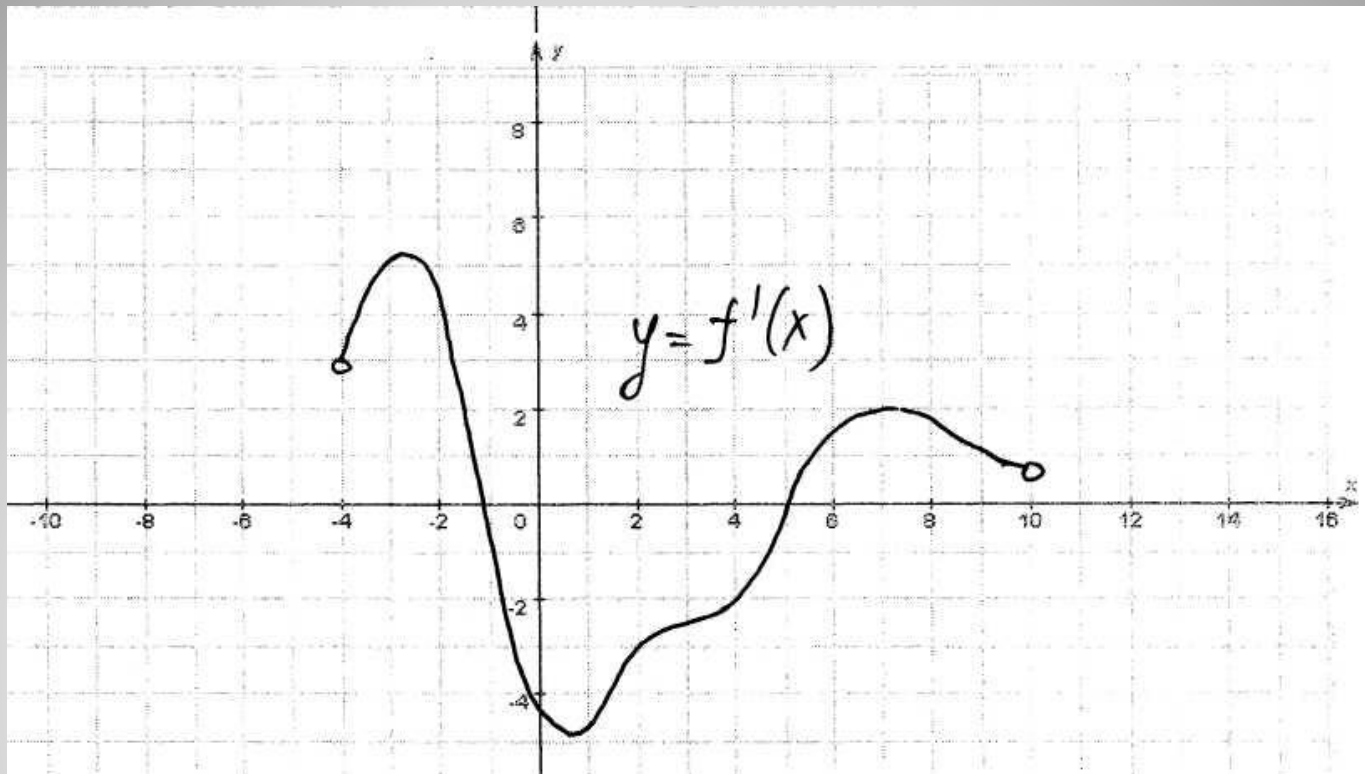
Если график производной лежит выше оси Ox , то производная положительна, следовательно функция будет возрастать, Если ниже оси Ox , производная отрицательна – функция убывает. Следовательно На промежутках $(-9;-6)$, $(-5; 6)$ и $(9; 11)$ функция возрастает, т.е. количество промежутков возрастания 3



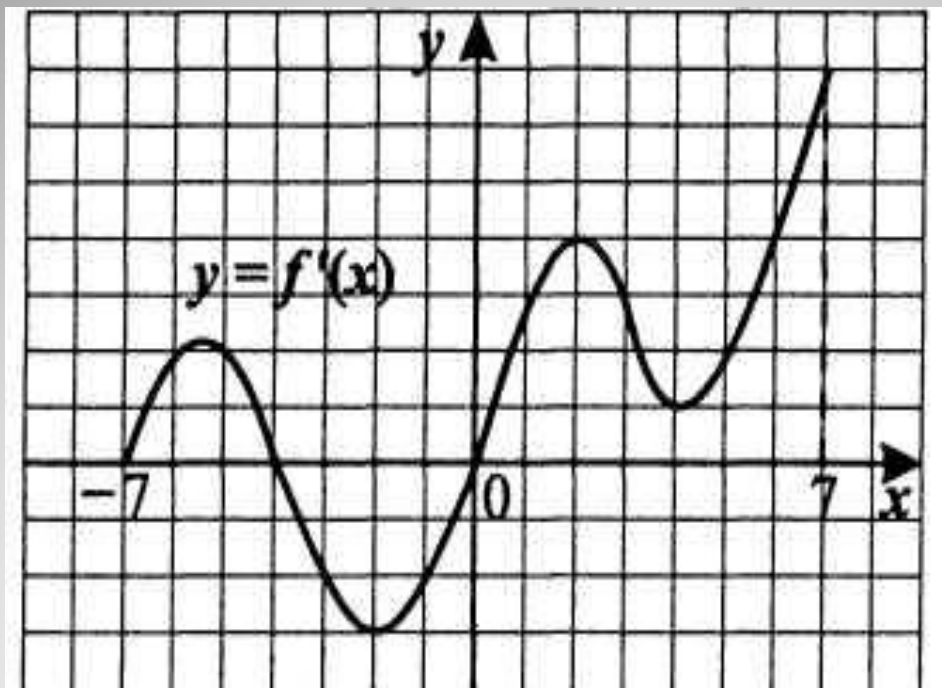
№2. Непрерывная функция $y=f(x)$ задана на $(-10;6)$. На рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков убывания функции.



№3. Непрерывная функция $y=f(x)$ задана на $(-6;8)$. На рисунке изображён график её производной. Укажите длину промежутка убывания этой функции.



№4. Непрерывная функция $y=f(x)$ задана на $(-4;10)$. На рисунке изображён график её производной. Опишите последовательно типы монотонностей функции



№5. По графику функции $y=f'(x)$ ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у этой функции?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

Пример №3. (задание В₈ из тестов ЕГЭ по математике)

По графику функции $y=f'(x)$ ответьте на вопросы:

- Сколько промежутков возрастания у функции $f(x)$?
- Найдите длину промежутка убывания этой функции.

