ЕГЭ 2020 Профиль
Решение задания №13

Архипова Екатерина Анатольевна || 2020

13 а) Решите уравнение

$$\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$.

а) Решите уравнение $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29} = 3-x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$

а) Решение

$$\begin{cases} x^3-4x^2-10x+29 \geq 0 \\ x^3-4x^2-10x+29 = (3-x)^2 \end{cases} \Rightarrow 3-x \geq 0 \quad x \leq 3$$

$$x^3-4x^2-10x+29 = 9-6x+x^2$$

$$x^3-4x^2-10x+29-9+6x-x^2=0$$

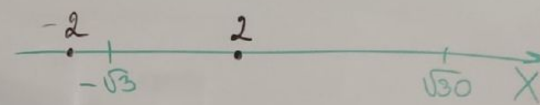
$$x^3-5x^2-4x+20=0$$

$$x^2(x-5)-4(x-5)=0$$

$$(x-5)(x^2-4)=0$$

$x=5$ (не подходит) $\quad x=\pm 2$

б)



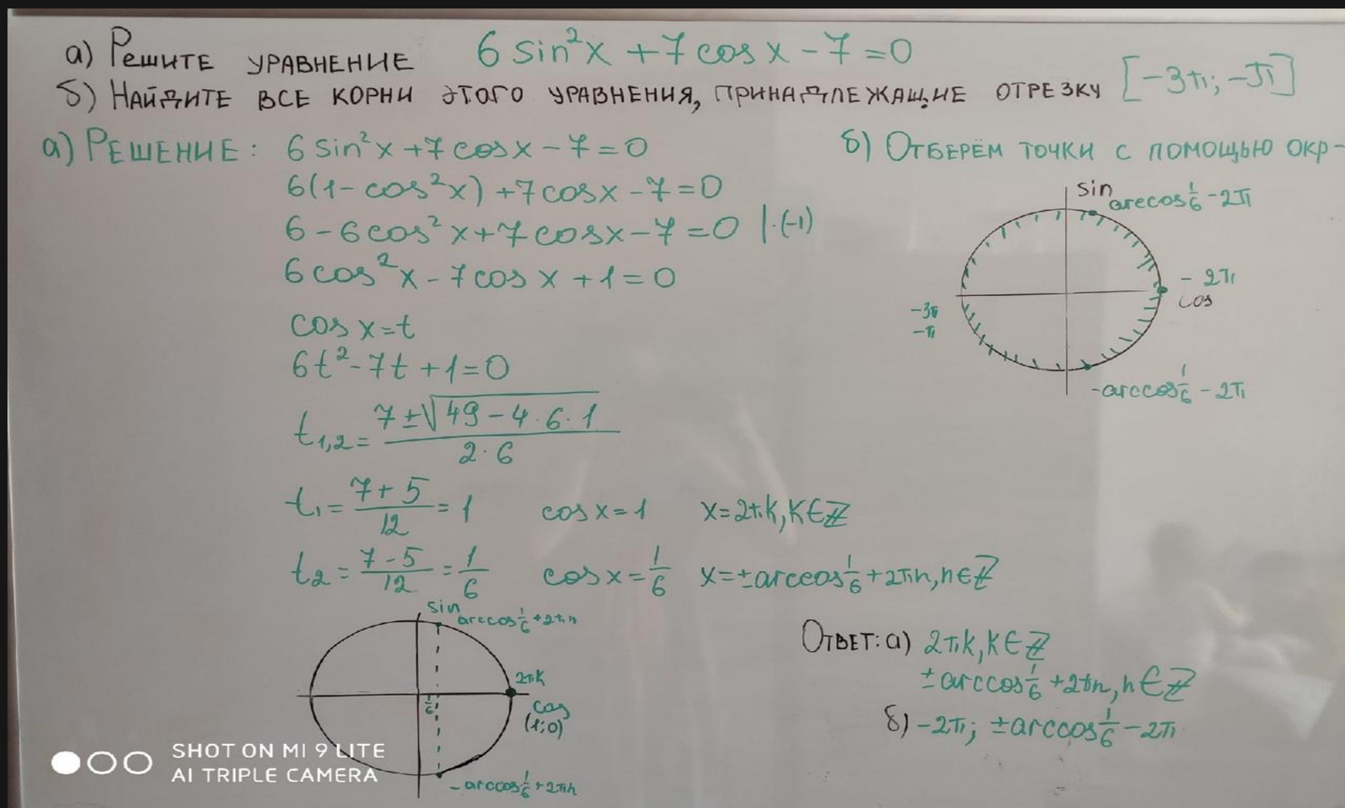
Ответ: а) ± 2

б) 2

13 а) Решите уравнение

$$6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\pi]$.



13 а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}=8\left(\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}\right)+1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6; -4]$.

а) Решите уравнение $\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}=8\left(\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}\right)+1$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6;-4]$

а) Решение.

Если $\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}=t$

то $t^2=\frac{(x+3)^2}{25}-\frac{2\cdot(x+3)}{5}\cdot\frac{2}{(x+3)}+\frac{4}{(x+3)^2}=\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{4}{(x+3)^2}-\frac{4}{5}$

Тогда $5t^2=5\left(\frac{(x+3)^2}{25}+\frac{4}{(x+3)^2}-\frac{4}{5}\right)=\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}-4$

$5t^2+4=\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}-4+4$

$5t^2+4=\frac{(x+3)^2}{5}+\frac{20}{(x+3)^2}$

Сделаем замену

$5t^2+4=8t+1$

$5t^2-8t+3=0$

$t_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{64-4\cdot5\cdot3}}{2\cdot5}$

$t_1=\frac{8+2}{10}=1$

$t_2=\frac{8-2}{10}=\frac{3}{5}$

Обратная подстановка.

- $\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}=1 \quad x\neq3$

$(x+3)^2-10=5x+15$

$x^2+6x-5x+9-10-15=0$

$x^2+x-16=0$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4(-16)}}{2}$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{65}}{2}$

- $\frac{x+3}{5}-\frac{2}{x+3}=\frac{3}{5}$

$(x+3)^2-10=3x+9$

$x^2+6x+9-10-3x-9=0$

$x^2+3x-10=0$

$x_{3,4}=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\cdot(-10)}}{2}$

$x_3=\frac{-3+7}{2}=2$

$x_4=\frac{-3-7}{2}=-5$

б) $[-6;-4]$

$\frac{-1+\sqrt{65}}{2}\approx3,5$

$\frac{-1-\sqrt{65}}{2}\approx-4,5$ т.о

$2\notin[-6;-4]$

$-5\in[-6;-4]$

$\frac{-1+\sqrt{65}}{2}\notin[-6;-4]$

$\frac{-1-\sqrt{65}}{2}\in[-6;-4]$

Ответ: а) $-5; 2; \frac{-1\pm\sqrt{65}}{2}$

б) $-5; \frac{-1-\sqrt{65}}{2}$

13 а) Решите уравнение

$$(8\sin^2 x - 6\sin x - 5)\cdot\sqrt{-\cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

а) Решите уравнение $(8\sin^2 x - 6\sin x - 5)\cdot\sqrt{-\cos x} = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

а) Решение: $\begin{cases} 8\sin^2 x - 6\sin x - 5 = 0 \\ -\cos x \geq 0 \end{cases}$

Сделаем замену $\sin x = t$

Тогда $8t^2 - 6t - 5 = 0$

$t_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4\cdot 8\cdot(-5)}}{2\cdot 8}$

$t_1 = \frac{6+14}{16} = \frac{20}{16}$

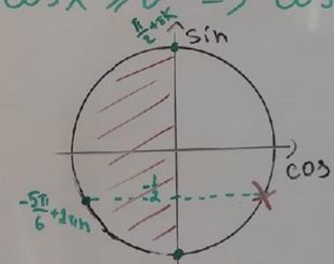
$t_2 = \frac{6-14}{16} = -\frac{1}{2}$

$\sin x = \frac{20}{16}$ нет решения

$\sin x = -\frac{1}{2}$

$\sin x = -\frac{1}{2}$

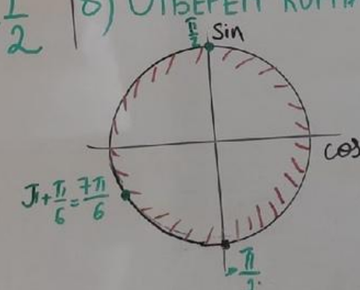
$-\cos x \geq 0 \Rightarrow \cos x \leq 0$ тогда



$x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окр-ти



Ответ: а) $x \in \left\{-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi k,\ n, k \in \mathbb{Z}\right\}$

б) $\pm\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}$

SHOT ON MI 9 LITE

13 а) Решите уравнение

$$\log_{17}(\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

а) Решите уравнение $\log_{17}(\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8) = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

а) Решение: $\log_a b = c \quad a^c = b$

$\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8 = 17^0$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$

$2\cos^2 x - 1 - 9\sqrt{2}\cos x - 8 = 1$

$2\cos^2 x - 9\sqrt{2}\cos x - 10 = 0$ пусть $\cos x = t$

$2t^2 - 9\sqrt{2}t - 10 = 0$

$t_{1,2} = \frac{9\sqrt{2} \pm \sqrt{162 + 80}}{2 \cdot 2}$

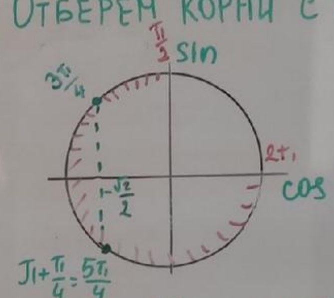
$t_{1,2} = \frac{9\sqrt{2} \pm 11\sqrt{2}}{4}$

$\cos x = \frac{20\sqrt{2}}{4} = 5\sqrt{2}$ нет решения

$\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окр-ти



Ответ: а) $\pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$

13 а) Решите уравнение

$$(3^x-6)^2-16|3^x-6|=15-2\cdot 3^{x+1}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [1; 2].

а) Решите уравнение $(3^x-6)^2-16|3^x-6|=15-2\cdot3^{x+1}$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку [1; 2]

а) Решение: $(3^x-6)^2-16|3^x-6|-15+2\cdot3\cdot3^x=0$

$(3^x-6)^2-16|3^x-6|+6(3^x-6)+21=0$

Пусть $3^x-6=t$ тогда $t^2-16|t|+6t+21=0$

Если $t\geq 0$ $t^2-16t+6t+21=0$

$t^2-10t+21=0$ $t_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{100-84}}{2}$; $t_{1,2}=\frac{10\pm4}{2}$; $t_1=7$, $t_2=3$

Если $t<0$ $t^2+16t+6t+21=0$

$t^2+22t+21=0$ $t_{3,4}=\frac{-22\pm\sqrt{484-84}}{2}$; $t_{3,4}=\frac{-22\pm20}{2}$; $t_3=-21$, $t_4=-1$

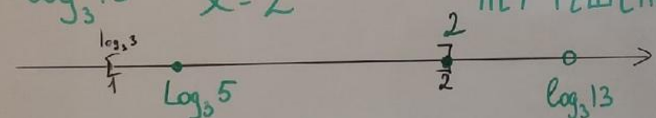
$t_1=7$
$3^x-6=7$
$3^x=13$
$x=\log_3 13$

$t_2=3$
$3^x-6=3$
$3^x=9$
$x=2$

$t_3=-21$
$3^x-6=-21$
$3^x=-15$
НЕТ РЕШЕНИЯ

$t_4=-1$
$3^x-6=-1$
$3^x=5$
$x=\log_3 5$

б)



Ответ: а) $\log_3 5$; 2; $\log_3 13$

б) $\log_3 5$; 2

13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

ТР №7 а) Решите уравнение $\frac{1}{tg^2 x} - \frac{2}{tg x} - 3 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

Решение: $\frac{1}{tg^2 x} - \frac{2}{tg x} - 3 = 0 \;|\cdot tg^2 x$

$1 - 2tgx - 3tg^2 x = 0$

при $tg^2 x \neq 0$: $x \neq \pi k, k \in Z$

$3tg^2 x + 2tgx - 1 = 0$

Пусть $tgx = t$

Тогда $3t^2 + 2t - 1 = 0$

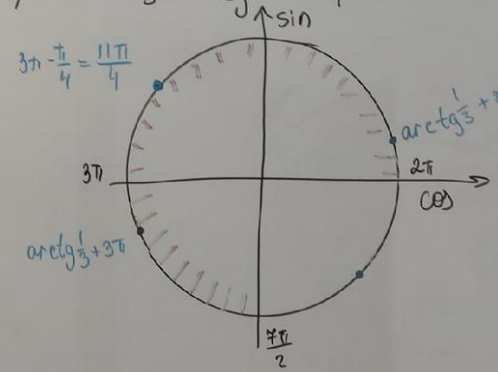
$t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 3\cdot(-1)}}{2\cdot 3}$

$t_1 = \frac{-2+4}{6} = \frac{1}{3}$ $\quad t_2 = \frac{-2-4}{6} = -1$

$tgx = \frac{1}{3}$ $\quad tgx = -1$

$x_1 = arctg\frac{1}{3} + \pi n, n \in Z$ $\quad x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in Z$

б) С помощью един. окр. отберём корни.



Ответ: а) $arctg\frac{1}{3} + \pi n, n \in Z$

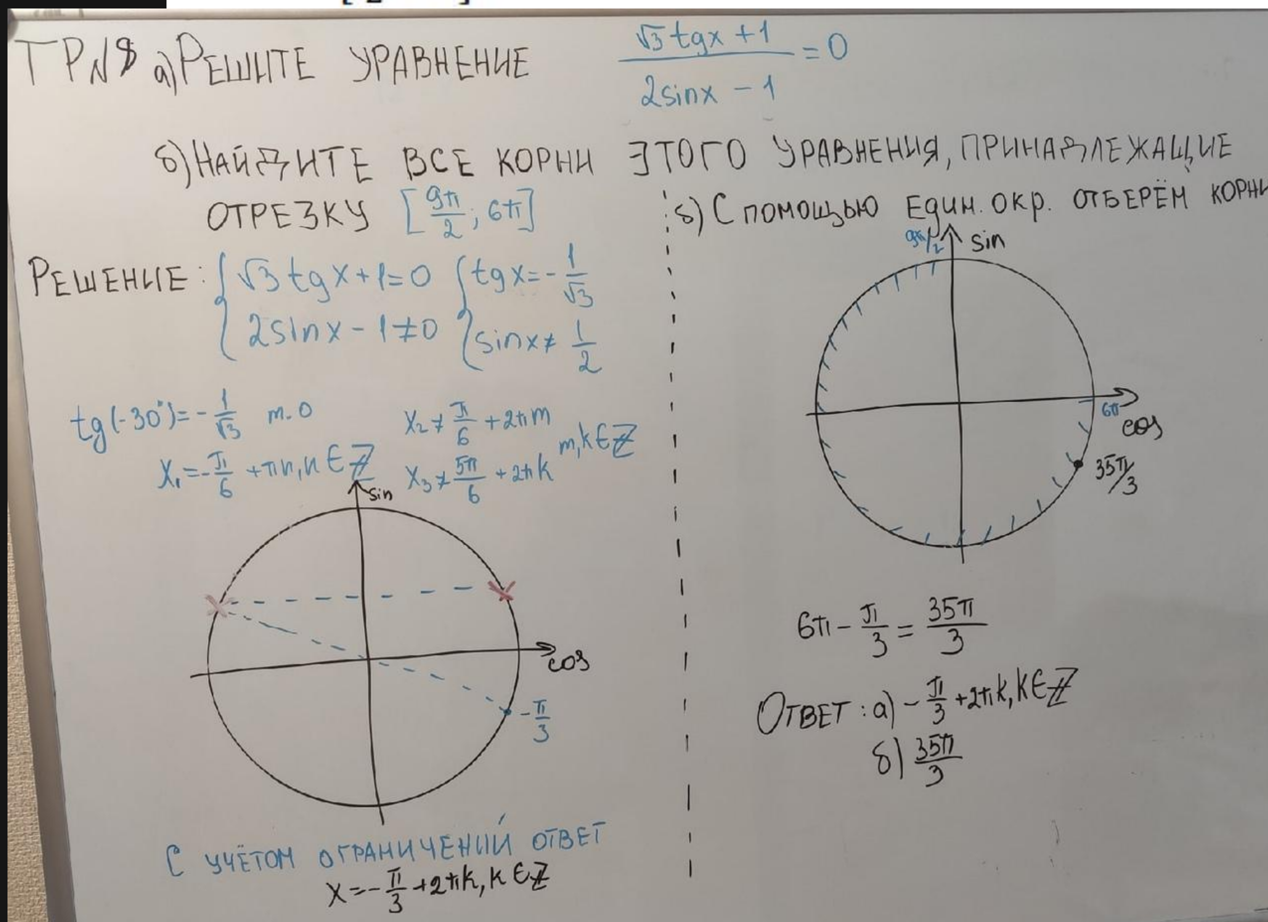
$-\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in Z$

б) $\frac{11\pi}{4}$; $arctg\frac{1}{3} + 3\pi$; $arctg\frac{1}{3} + 2\pi$

13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x + 1}{2\sin x - 1} = 0.$$

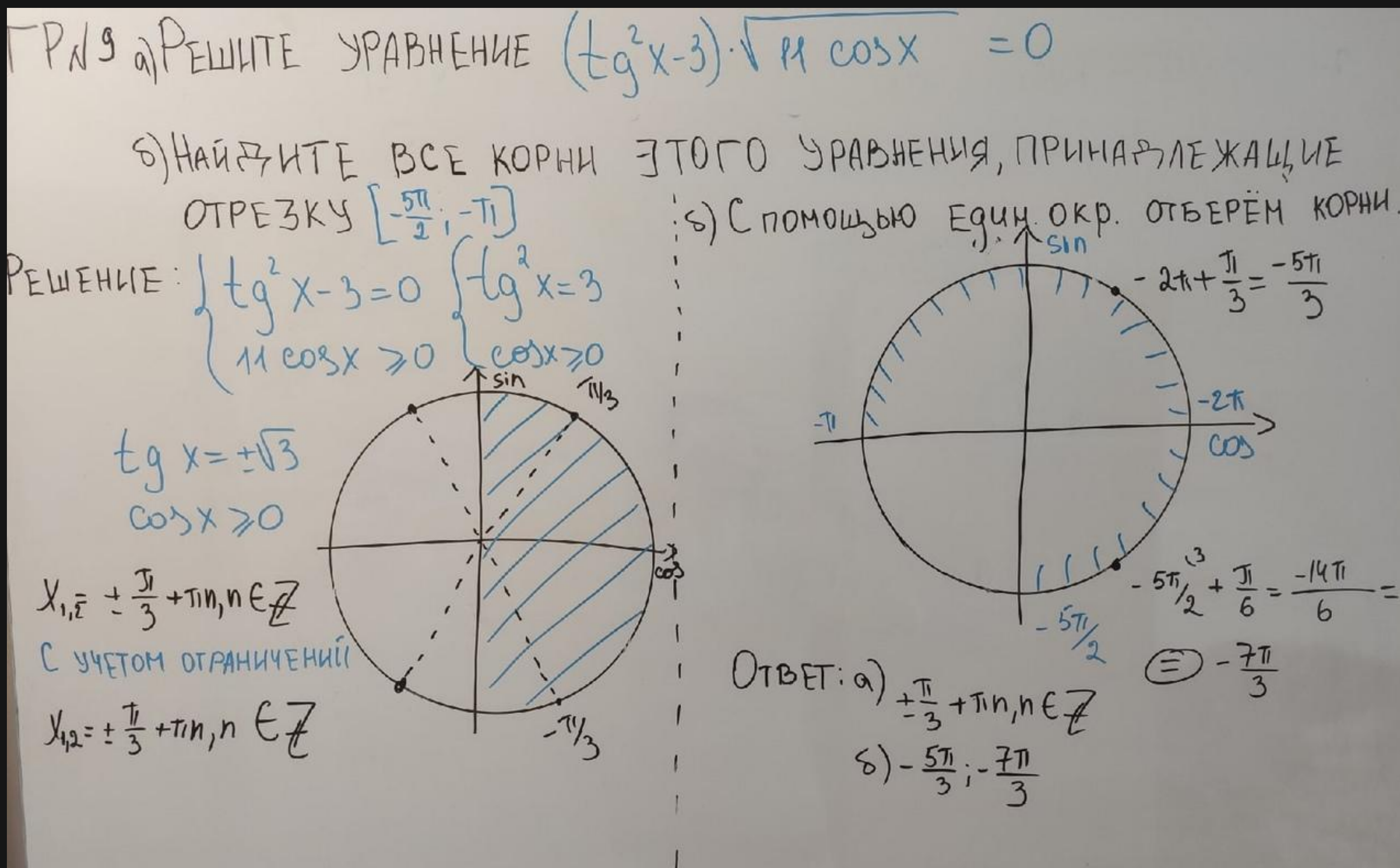
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.



13 а) Решите уравнение

$$(\mathrm{tg}^2 x - 3)\cdot\sqrt{11\cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.



13 а) Решите уравнение

$$\frac{4^{6x^2-10x-1}-25}{4^{3x^2-5x-0,5}-5}=13.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_{63}\frac{1}{4};\ \log_8 63\right]$.

ТР№10

$$\frac{4^{6x^2-10x-1}-25}{4^{3x^2-5x-0,5}-5}=13$$

$$\frac{4^{2(3x^2-5x-0,5)}-25}{4^{3x^2-5x-0,5}-5}=13$$

Пусть $4^{3x^2-5x-0,5}=t$

тогда

$$\frac{t^2-25}{t-5}=13$$

$$\frac{(t-5)(t+5)}{t-5}-\frac{13(t-5)}{t-5}=0$$

$$\frac{t^2-25-13t+65}{t-5}=0$$

$$\frac{t^2-13t+40}{t-5}=0$$

$$\frac{(t-5)(t-8)}{t-5}=0$$

$t-8=0$

$t=8$

$t=8$

$4^{3x^2-5x-0,5}=8$

$2^{2(3x^2-5x-0,5)}=2^3$

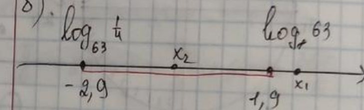
$6x^2-10x-1=3$

$6x^2-10x-4=0$

$3x^2-5x-2=0$

$x_1=2 \qquad x_2=-\frac{1}{3}$

б)



$\log_{63}\frac{1}{4}\approx\approx-2,9$

$\log_8 63\approx 1,9$

Ответ: а) $2;\ -\frac{1}{3}$

б) $-\frac{1}{3}$

13 а) Решите уравнение

$$\cos 4x - \cos 2x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

ТР№11 а) $\cos 4x - \cos 2x = 0$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos 2x = 0$

$\cos^2 2x - (1 - \cos^2 2x) - \cos 2x = 0$

$\cos^2 2x - 1 + \cos^2 2x - \cos 2x = 0$

$2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0$ $\quad \cos 2x = t$

$2t^2 - t - 1 = 0$

$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}$

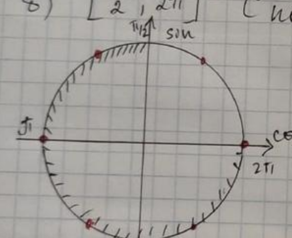
$t_1 = 1 \qquad t_2 = -\frac{1}{2}$

$\cos 2x = 1 \qquad \cos 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = 2\pi k, k \in Z \qquad 2x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$x = \pi k, k \in Z \qquad x = \pm\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ С помощью ед. окруж. отберем корни



$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$

$\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$

$\pi; 2\pi$

Ответ: а) $\pi k, \pm\frac{\pi}{3} + \pi n, n, k \in Z$

б) $\pi; 2\pi; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$

13 а) Решите уравнение

$$|\cos x + \sin x| = \sqrt{2}\sin 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3; 5]$.

ТР №12 $|\cos x + \sin x| = \sqrt{2}\sin 2x$

а) $\sqrt{(\cos x + \sin x)^2} = \sqrt{2}\sin 2x$

$$\begin{cases} (\cos x + \sin x)^2 = 2\sin^2 2x \\ \sqrt{2}\sin 2x \geqslant 0 \end{cases}$$

$\sin 2x \geqslant 0$

$\cos^2 x + 2\cos x \cdot \sin x + \sin^2 x = 2\sin^2 2x$

$1 + \sin 2x - 2\sin^2 2x = 0$

$2\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$

Пусть $\sin 2x = t$ $\quad 2t^2 - t - 1 = 0$

$t_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$

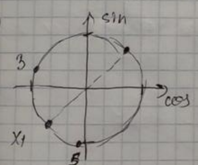
$t_1 = \dfrac{1+3}{4} = 1$ $\qquad t_2 = \dfrac{1-3}{4} = -\dfrac{1}{2}$

$\sin 2x = 1$ $\qquad \sin 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ реш. нет. т. к. $\sin 2x \geqslant 0$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)



в $[3; 5]$

$3 \approx 17\cancel{2}^\circ$ т.е.

$5 \approx 287^\circ$

• $3{,}14 = 180^\circ$

$3 = x$ $\qquad x \approx 172^\circ$

• $3{,}14 = 180$

$5 = y$ $\qquad y \approx 287^\circ$

$x_1 = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) $\frac{5\pi}{4}$

Тренировочная работа №13

13 а) Решите уравнение

$$4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1; \frac{5}{3}\right)$.

ТР13

$$4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$$

$$2^{2(x-\frac{1}{2})} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$$

$$2^{2x-1} - 5 \cdot 2^{x} \cdot 2^{-1} + 3 = 0$$

$$\frac{2^{2x}}{2} - \frac{5}{2} 2^{x} + 3 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^{x} + 6 = 0 \qquad 2^{x} = t$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

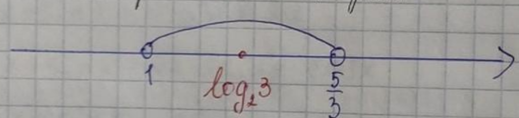
$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$t_1 = 3 \qquad t_2 = 2$$

$$2^{x} = 3 \qquad 2^{x} = 2$$

$$x = \log_2 3 \qquad x = 1$$

б) Отберем все корни



Ответ: а) $\log_2 3$; 1

б) $\log_2 3$

13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2\frac{x}{2}} = 4\sin^2\frac{x}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

ТР№14 а) $\frac{\sin x}{\cos^2\frac{x}{2}} = 4\sin^2\frac{x}{2}$

$\sin x = 4\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos^2\frac{x}{2}$ т.к. $\sin 2x = 2\sin x\cdot\cos x$

$\sin x = \sin^2\frac{2x}{2}$ $\sin^2 2x = 4\sin^2 x\cdot\cos^2 x$

$\sin x - \sin^2 x = 0$; $\sin x(1-\sin x) = 0$

$\sin x = 0$ или $1-\sin x = 0$ $\cos^2\frac{x}{2}\neq 0$

$x_1 = \pi k, k\in Z$ $\sin x = 1$ $\frac{x}{2}\neq\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$

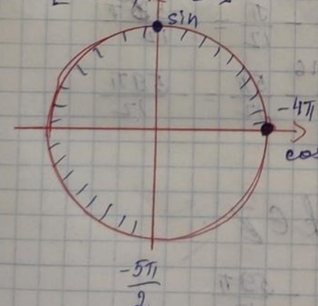
т.к. есть ограничения $x = \frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$ $x = \pi + 2\pi k, k\in Z$

в ответ пойдет

$x = 2\pi n, n\in Z$

б) $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ С помощью единичной окр. отберем корни

$-4\pi; -\frac{7\pi}{2}$



Ответ: а) $2\pi n$, $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $n, k\in Z$

б) $-4\pi; -\frac{7\pi}{2}$

13 а) Решите уравнение

$$4\sin^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\operatorname{ctg}x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$.

ТР №15 $\quad 4\sin^2\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\operatorname{ctg}x$

$$\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x\cdot\underbrace{\cos\frac{\pi}{2}}_{0}-\underbrace{\sin\frac{\pi}{2}}_{1}\cdot\cos x=-\cos x$$

$$4(-\cos^2 x)=\operatorname{ctg}x$$

$$4\cos^2 x=\frac{\cos x}{\sin x}$$

$$4\cos^2 x-\frac{\cos x}{\sin x}=0$$

$$\cos x\left(4\cos x-\frac{1}{\sin x}\right)=0$$

$\cos x=0$ $\qquad 4\cos x-\frac{1}{\sin x}=0$

$x_1=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$ $\qquad 4\cos x=\frac{1}{\sin x}$

$$4\cos x\cdot\sin x=1$$

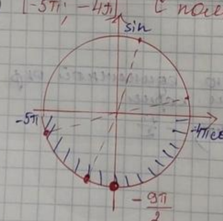
$$2\sin 2x=1$$

$$\sin 2x=\frac{1}{2}$$

$2x_2=\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$ $\qquad x_2=\frac{\pi}{12}+\pi n, n\in\mathbb{Z}$

$2x_3=\frac{5\pi}{6}+2\pi m, m\in\mathbb{Z}$ $\qquad x_3=\frac{5\pi}{12}+\pi m, m\in\mathbb{Z}$

б) $[-5\pi; -4\pi]$ С помощью ед. окр. отберем корни



$$-\frac{9\pi}{2};$$

$$-\frac{9\pi}{2}-\frac{\pi}{12}=\frac{-55\pi}{12}$$

$$-\frac{9\pi}{2}-\frac{5\pi}{12}=-\frac{59\pi}{12}$$

Ответ: а) $x_1=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in\mathbb{Z}$

б) $-\frac{9\pi}{2}; -\frac{55}{12}\pi; -\frac{59\pi}{12}$

13 а) Решите уравнение

$$16^{x-1} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $(\log_4 25; \sqrt{10})$.

ТР №16

$16^{x-1} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$ б) $(\log_4 25; \sqrt{10})$

$4^{2(x-1)} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$

$4^{2x-2} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$

$\frac{4^{2x}}{16} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0 \quad | \cdot 16$

$4^{2x} - 48 \cdot 4^x + 176 = 0$

$4^x = t$

$4^{2x} = t^2 \Rightarrow t^2 - 48t + 176 = 0$

$t_{1,2} = \frac{48 \pm \sqrt{2304 - 4 \cdot 176}}{2}$

$t_{1,2} = \frac{48 \pm 40}{2}$

$t_1 = \frac{88}{2} = 44$

$t_2 = \frac{8}{2} = 4$

Сделаем обратную подстановку

$4^x = 4$ $4^x = 44$

$x_1 = 1$ $\log_4 44 = x_2$

$x_2 \approx 2{,}6$

б) Отберем корни удовлетв. усл-ю

$\log_4 25 \approx 2{,}2$

$\sqrt{10} \approx 3{,}1$

$\log_4 25$ $\log_4 44$ $\sqrt{10}$ x

Ответ: а) $1; \log_4 44$

б) $\log_4 44$

13 а) Решите уравнение

$$\sin x\,(2\sin x - 3\operatorname{ctg} x) = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

ТР№17

$\sin x(2\sin x - 3\operatorname{ctg} x) = 3$

$2\sin^2 x - 3\sin x\cdot\operatorname{ctg} x - 3 = 0$

$2\sin^2 x - 3\sin x\,\frac{\cos x}{\sin x} - 3 = 0$

$2(1-\cos^2 x) - 3\cos x - 3 = 0$

$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x - 3 = 0 \quad |\cdot -1$

$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$

$\cos x = t$

$2t^2 + 3t + 1 = 0$

$t_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2} = \frac{-3\pm 1}{4}$

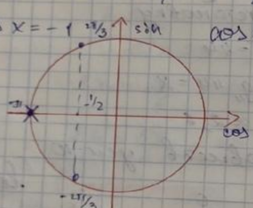
$t_1 = \frac{-3-1}{4} = -1$

$t_2 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2}$

$\sin x \neq 0$

$x = \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\cos x = -1$



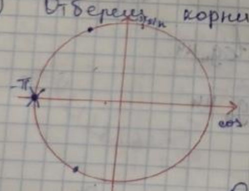
$\cos x = -\frac{1}{2}$

$x_1 = \pi + 2\pi k,\ n\in\mathbb{Z}$ → не удов. ус.

$x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$x_3 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью ед. окр



$-\pi$ – не удовл. усл.

$-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{-4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$

$-\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

б) $-\frac{2\pi}{3};\ -\frac{4\pi}{3}$

13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)} = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

ТР№18 $\quad \frac{\sin 2x}{\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)} = 1$

$\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right) \neq 0$

$\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right) \neq \sin x \neq 0 \quad \pi n$

$\sin 2x = \sin x$

$2\sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$

$\sin x(2\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0 \qquad 2\cos - 1 = 0$

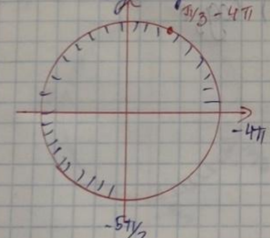
не удов. усл. $\qquad \cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

б) $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

отберем корни удовлетв. усл. с помощью ед. окр.

$\pi/3 - 4\pi = \frac{\pi}{3} - \frac{12\pi}{3} = -\frac{11\pi}{3}$



Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

б) $-\frac{11\pi}{3}$

13 а) Решите уравнение

$$9^x - 3^{x+2} + 14 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1; \sqrt{5}]$.

ТР№19

$9^x - 3^{x+2} + 14 = 0$

$3^{2x} - 3^x \cdot 9 + 14$

пусть $3^x = t$ тогда $t^2 - 9t + 14 = 0$

$t_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 14}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2}$

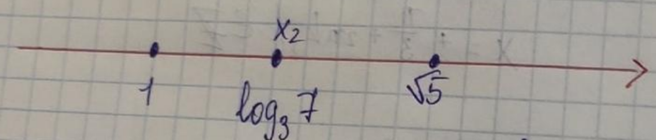
$t_1 = 7 \quad t_2 = 2$

$3^x = 2 \qquad 3^x = 7$

$x_1 = \log_3 2 \qquad x_2 = \log_3 7$

$x_1 \approx 0,7 \qquad x_2 \approx 1,7$

б) Отберем корни удовл. усл. $[1; \sqrt{5}]$



Ответ: а) $\log_3 2$; $\log_3 7$.

б) $\log_3 7$

13 а) Решите уравнение

$$\sin 2x - 2\cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

ТР №20 $\sin 2x - 2\cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\sin x$

$\sin 2x -$

$\cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos x \cdot \underbrace{\cos\frac{4\pi}{3}}_{-1/2} + \sin x \cdot \underbrace{\sin\frac{4\pi}{3}}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

$2\sin x \cdot \cos x - 2\left(-\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right) = \sqrt{3}\sin x$

$2\sin x \cdot \cos x + \cos x + \sqrt{3}\sin x - \sqrt{3}\sin x = 0$

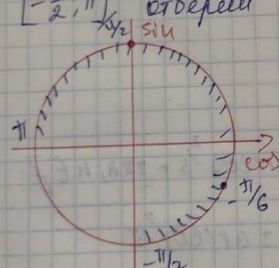
$\cos x(2\sin x + 1) = 0$

$\cos x = 0$ $\quad$ $\sin x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\quad$ $x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$

б) $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ отберем корни удовлетв. усл. зад.



$\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{5\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$

б) $-\pi/6; -\pi/2; \pi/2$

13 а) Решите уравнение

$$5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

ТР №21

$5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0$

$\cos x = t$

$5t^2 - 12t + 4 = 0$

$t_{1,2} = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 4\cdot 5\cdot 4}}{2\cdot 5} = \dfrac{12 \pm \sqrt{144-80}}{10}$

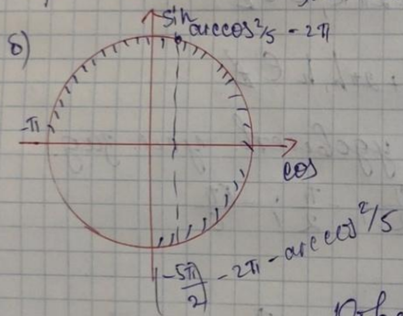
$= \dfrac{12 \pm 8}{10}$ $\quad t_1 = 2$

$t_2 = \dfrac{2}{5}$

$\cos x = 2$ $\quad \cos x = \frac{2}{5}$

реш. нет $\quad x = \pm\arccos\frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)



Ответ: а) $\pm\arccos\frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $-2\pi \pm \arccos\frac{2}{5}$

Задания для самостоятельного решения

1. а) Решите уравнение $x-3\sqrt{x-1}+1=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}]$

2. б) Решите уравнение $6\cos^2 x+5\sqrt{2}\sin x+2=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$

3. а) Решите уравнение $\frac{(x-1)^2}{8}+\frac{8}{(x-1)^2}=7\left(\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}\right)-1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2;3]$

4. б) Решите уравнение
$(\sqrt{2}\sin^2 x+\ \cos x-\ \sqrt{2})\sqrt{-6\sin x}=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$

5. б) Решите уравнение $\log_2(\cos x+\sin 2x+8)=3$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};3\pi\right]$

ЕГЭ

MAX100

РЕПЕТИТОРСКИЙ ОФИС

по математике

ТВОЁ БУДУЩЕЕ НАЧИНАЕТСЯ ЗДЕСЬ

2020