



# ЕГЭ 2020 Профиль

## Решение задания №13



13

а) Решите уравнение

$$\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$ .

а) Решите уравнение  $\sqrt{x^3 - 4x^2 - 10x + 29} = 3 - x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\sqrt{3}; \sqrt{30}]$

а) РЕШЕНИЕ

$$\begin{cases} x^3 - 4x^2 - 10x + 29 \geq 0 & \Rightarrow 3 - x \geq 0 \\ x^3 - 4x^2 - 10x + 29 = (3 - x)^2 & x \leq 3 \end{cases}$$
$$x^3 - 4x^2 - 10x + 29 = 9 - 6x + x^2$$
$$x^3 - 4x^2 - 10x + 29 - 9 + 6x - x^2 = 0$$
$$x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$$
$$x^2(x - 5) - 4(x - 5) = 0$$
$$(x - 5)(x^2 - 4) = 0$$
$$x = 5 \quad x = \pm 2$$

(НЕ ПОДХОДИТ)

б)

ОТВЕТ: а)  $\pm 2$   
б) 2



13 а) Решите уравнение

$$6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\pi]$ .

а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$   
 б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $[-3\pi; -\pi]$

а) РЕШЕНИЕ:  $6\sin^2 x + 7\cos x - 7 = 0$   
 $6(1 - \cos^2 x) + 7\cos x - 7 = 0$   
 $6 - 6\cos^2 x + 7\cos x - 7 = 0 \quad | \cdot (-1)$   
 $6\cos^2 x - 7\cos x + 1 = 0$   
 $\cos x = t$   
 $6t^2 - 7t + 1 = 0$   
 $t_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{2 \cdot 6}$   
 $t_1 = \frac{7+5}{12} = 1 \quad \cos x = 1 \quad x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 $t_2 = \frac{7-5}{12} = \frac{1}{6} \quad \cos x = \frac{1}{6} \quad x = \pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) ОТБЕРЕМ ТОЧКИ С ПОМОЩЬЮ ОКР-Т

ОТВЕТ: а)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 $\pm \arccos \frac{1}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-2\pi; \pm \arccos \frac{1}{6} - 2\pi$

SHOT ON MI 9 LITE AI TRIPLE CAMERA



13 а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3}\right) + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-6; -4]$ .

а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  
 б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $[-6; -4]$

а) РЕШЕНИЕ

Если  $\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} = t$

то  $t^2 = \frac{(x+3)^2}{25} - \frac{2 \cdot (x+3) \cdot 2}{5(x+3)} + \frac{4}{(x+3)^2} = \frac{(x+3)^2}{25} + \frac{4}{(x+3)^2} - \frac{4}{5}$

ТОГДА  $5t^2 = 5\left(\frac{(x+3)^2}{25} + \frac{4}{(x+3)^2} - \frac{4}{5}\right) = \frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} - 4$

СДЕЛАЕМ ЗАМЕНУ

$5t^2 + 4 = 8t + 1$   
 $5t^2 - 8t + 3 = 0$   
 $t_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{2 \cdot 5}$   
 $t_1 = \frac{8+2}{10} = 1$   
 $t_2 = \frac{8-2}{10} = \frac{3}{5}$

ОБРАТНАЯ ПОДСТАВКА.

$\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} = 1 \quad x \neq -3$   
 $(x+3)^2 - 10 = 5x + 15$   
 $x^2 + 6x - 5x + 9 - 10 - 15 = 0$   
 $x^2 + x - 16 = 0$   
 $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-16)}}{2}$   
 $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$

$\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} = \frac{3}{5}$   
 $(x+3)^2 - 10 = 3x + 9$   
 $x^2 + 6x + 9 - 10 - 3x - 9 = 0$   
 $x^2 + 3x - 10 = 0$   
 $x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-10)}}{2}$   
 $x_3 = \frac{-3+7}{2} = 2$   
 $x_4 = \frac{-3-7}{2} = -5$

б)  $[-6; -4]$   
 $\frac{-1+\sqrt{65}}{2} \approx 3,5$   
 $\frac{-1-\sqrt{65}}{2} \approx -4,5 \text{ м.о.}$   
 $2 \notin [-6; -4]$   
 $-5 \in [-6; -4]$   
 $\frac{-1+\sqrt{65}}{2} \notin [-6; -4]$   
 $\frac{-1-\sqrt{65}}{2} \in [-6; -4]$

ОТВЕТ: а)  $-5; 2; \frac{-1+\sqrt{65}}{2}$   
 б)  $-5; \frac{-1-\sqrt{65}}{2}$

SHOT ON MI 9 LITE  
AI TRIPLE CAMERA





13

а) Решите уравнение

$$(8\sin^2 x - 6\sin x - 5) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$$

а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $(8\sin^2 x - 6\sin x - 5) \cdot \sqrt{-\cos x} = 0$   
 б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

а) РЕШЕНИЕ:  $\begin{cases} 8\sin^2 x - 6\sin x - 5 = 0 \\ -\cos x \geq 0 \end{cases}$

СДЕЛАЕМ ЗАМЕНУ  $\sin x = t$   
 ТОГДА  $8t^2 - 6t - 5 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 8 \cdot (-5)}}{2 \cdot 8}$$

$$t_1 = \frac{6+14}{16} = \frac{20}{16}$$

$$t_2 = \frac{6-14}{16} = -\frac{1}{2}$$

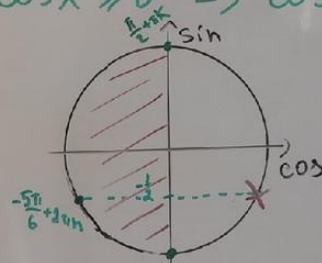
$$\sin x = \frac{20}{16}$$

НЕТ РЕШЕНИЯ

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

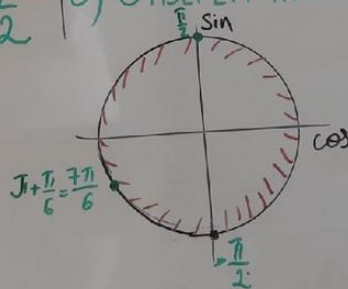
$$-\cos x \geq 0 \Rightarrow \cos x \leq 0 \text{ ТОГДА}$$



$$x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) ОТБЕРЕМ КОРНИ С ПОМОЩЬЮ ОКР-ТИ



ОТВЕТ: а)  $x \in \left\{ -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi k, n, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
 б)  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6} \right)$



13

а) Решите уравнение

$$\log_{17}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right].$$

а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $\log_{17}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0$   
 б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

а) РЕШЕНИЕ:  $\log_a b = c \Rightarrow a^c = b$   
 $\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8 = 17^0$   
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$   
 $2\cos^2 x - 1 - 9\sqrt{2} \cos x - 8 = 1$   
 $2\cos^2 x - 9\sqrt{2} \cos x - 10 = 0$  ПУСТЬ  $\cos x = t$   
 $2t^2 - 9\sqrt{2}t - 10 = 0$   
 $t_{1,2} = \frac{9\sqrt{2} \pm \sqrt{162 + 80}}{2 \cdot 2}$   
 $t_{1,2} = \frac{9\sqrt{2} \pm 11\sqrt{2}}{4}$   
 $\cos x = \frac{20\sqrt{2}}{4} = 5\sqrt{2}$  НЕТ РЕШЕНИЯ  
 $\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) ОТБЕРЁМ КОРНИ С ПОМОЩЬЮ ОКР-ТИ

ОТВЕТ: а)  $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}$



13

а) Решите уравнение

$$(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| = 15 - 2 \cdot 3^{x+1}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[1; 2]$ .

а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| = 15 - 2 \cdot 3^{x+1}$   
 б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $[1; 2]$

а) РЕШЕНИЕ:  $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| - 15 + 2 \cdot 3 \cdot 3^x = 0$   
 $(3^x - 6)^2 - 16|3^x - 6| + 6(3^x - 6) + 21 = 0$

Пусть  $3^x - 6 = t$  тогда  $t^2 - 16|t| + 6t + 21 = 0$

Если  $t \geq 0$   $t^2 - 16t + 6t + 21 = 0$   
 $t^2 - 10t + 21 = 0$   $t_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2}$ ;  $t_{1,2} = \frac{10 \pm 4}{2}$ ;  $t_1 = 7$   
 $t_2 = 3$

Если  $t < 0$   $t^2 + 16t + 6t + 21 = 0$   
 $t^2 + 22t + 21 = 0$   $t_{3,4} = \frac{-22 \pm \sqrt{484 - 84}}{2}$ ;  $t_{3,4} = \frac{-22 \pm 20}{2}$ ;  $t_3 = -21$   
 $t_4 = -1$

$t_1 = 7$	$t_2 = 3$	$t_3 = -21$	$t_4 = -1$
$3^x - 6 = 7$	$3^x - 6 = 3$	$3^x - 6 = -21$	$3^x - 6 = -1$
$3^x = 13$	$3^x = 9$	$3^x = -15$	$3^x = 5$
$x = \log_3 13$	$x = 2$	НЕТ РЕШЕНИЯ	$x = \log_3 5$

б)

а)  $\log_3 5; 2; \log_3 13$   
 б)  $\log_3 5; 2$



13 а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА №7 а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 3 = 0$

б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

РЕШЕНИЕ:  $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 3 = 0 \quad | \cdot \operatorname{tg}^2 x$

$$1 - 2\operatorname{tg} x - 3\operatorname{tg}^2 x = 0$$

при  $\operatorname{tg}^2 x \neq 0$ :  $3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0$

$x \neq \pi k, k \in \mathbb{Z}$ : Пусть  $\operatorname{tg} x = t$

Тогда  $3t^2 + 2t - 1 = 0$

$$t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3}$$
$$t_1 = \frac{-2 + 4}{6} = \frac{1}{3} \quad t_2 = \frac{-2 - 4}{6} = -1$$
$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{3} \quad \operatorname{tg} x = -1$$

$x_1 = \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$      $x_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

в) С ПОМОЩЬЮ ЕДИН. ОКР. ОТБЕРЁМ КОРНИ.

ОТВЕТ: а)  $\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 $-\frac{\pi}{4} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$

б)  $\frac{11\pi}{4}; \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 3\pi; \operatorname{arctg} \frac{1}{3} + 2\pi$





13

а) Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$ .

ТРИГОНОМЕТРИЯ а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0$

б) НАЙДИТЕ ВСЕ КОРНИ ЭТОГО УРАВНЕНИЯ, ПРИНАДЛЕЖАЩИЕ ОТРЕЗКУ  $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$

РЕШЕНИЕ: 
$$\begin{cases} \sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 = 0 \\ 2 \sin x - 1 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} \operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\operatorname{tg}(-30^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  м.о.  $x_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi m, m, k \in \mathbb{Z}$   
 $x_1 = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   $x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

с) С ПОМОЩЬЮ ЕДИН. ОКР. ОТБЕРЁМ КОРНИ

$6\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{35\pi}{3}$

ОТВЕТ: а)  $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\frac{35\pi}{3}$

с УЧЁТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ОТВЕТ  $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



13 а) Решите уравнение

$$(\operatorname{tg}^2 x - 3) \cdot \sqrt{11 \cos x} = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ .

ГР/19 а) РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ  $(\operatorname{tg}^2 x - 3) \cdot \sqrt{11 \cos x} = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$

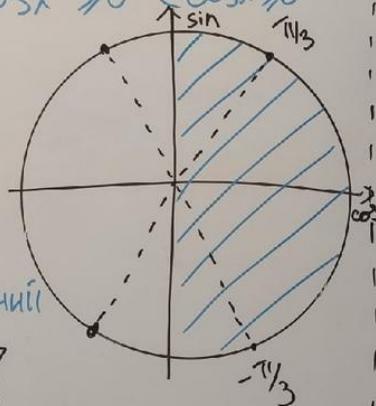
РЕШЕНИЕ:  $\begin{cases} \operatorname{tg}^2 x - 3 = 0 \\ 11 \cos x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} \operatorname{tg}^2 x = 3 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$

$\operatorname{tg} x = \pm\sqrt{3}$   
 $\cos x \geq 0$

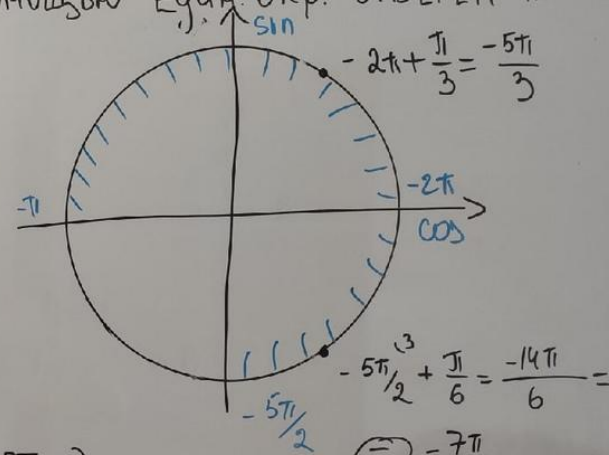
$x_{1,2} = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ

$x_{1,2} = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



б) С помощью един. окр. отберём корни.



ОТВЕТ: а)  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{5\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$



13 а) Решите уравнение

$$\frac{46x^2 - 10x - 1 - 25}{43x^2 - 5x - 0,5 - 5} = 13.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[ \log_{63} \frac{1}{4}; \log_8 63 \right].$$

ТР №10

$$\frac{4 \cdot \frac{6x^2 - 10x - 1 - 25}{3x^2 - 5x - 0,5 - 5}}{4} = 13$$

$$\frac{2(3x^2 - 5x - 0,5) - 25}{3x^2 - 5x - 0,5 - 5} = 13$$

Пусть  $3x^2 - 5x - 0,5 = t$

тогда  $\frac{t - 25}{t - 5} = 13$

$$\frac{(t-5)(t+5) - 13(t-5)}{t-5} = 0$$

$$\frac{t^2 - 25 - 13t + 65}{t-5} = 0$$

$$\frac{t^2 - 13t + 40}{t-5} = 0$$

$$\frac{(t-5)(t-8)}{t-5} = 0$$

$$t - 8 = 0$$

$$t = 8$$

$t = 8$

$$3x^2 - 5x - 0,5 = 8$$

$$2(3x^2 - 5x - 0,5) = 2 \cdot 8$$

$$6x^2 - 10x - 1 = 3$$

$$6x^2 - 10x - 4 = 0$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -\frac{1}{3}$$

8).  $\log_{63} \frac{1}{4}$   $\log_8 63$

$\log_{63} \frac{1}{4} \approx -2,9$

$\log_8 63 \approx 1,9$

↑

Ответ: а)  $2; -\frac{1}{3}$   
 б)  $-\frac{1}{3}$



13

а) Решите уравнение

$$\cos 4x - \cos 2x = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ .

ТР №11 а)  $\cos 4x - \cos 2x = 0$   $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$   
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos 2x = 0$$

$$\cos^2 2x - (1 - \cos^2 2x) - \cos 2x = 0$$

$$\cos^2 2x - 1 + \cos^2 2x - \cos 2x = 0$$

$$2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0 \quad \cos 2x = t$$

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$t_1 = 1 \quad t_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = 1 \quad \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б)  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$  С помощью ед. окруж отберем корни

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$\pi; 2\pi$

Ответ: а)  $\pi k, \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n, k \in \mathbb{Z}$

б)  $\pi; 2\pi; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}$





13

а) Решите уравнение

$$|\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[3; 5]$ .

ТР №12  $|\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x$

а)  $\sqrt{(\cos x + \sin x)^2} = \sqrt{2} \sin 2x$   
 $(\cos x + \sin x)^2 = 2 \sin^2 2x$   
 $\begin{cases} (\cos x + \sin x)^2 = 2 \sin^2 2x \\ \sqrt{2} \sin 2x \geq 0 \end{cases}$   
 $\sin 2x \geq 0$   
 $\cos^2 x + 2 \cos x \cdot \sin x + \sin^2 x = 2 \sin^2 2x$   
 $1 + \sin 2x - 2 \sin^2 2x = 0$   
 $2 \sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$   
 Пусть  $\sin 2x = t$   $2t^2 - t - 1 = 0$   
 $t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2}$   
 $t_1 = \frac{1+3}{4} = 1$   $t_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{1}{2}$   
 $\sin 2x = 1$   $\sin 2x = -\frac{1}{2}$   
 $2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   $\text{или } \text{нет. м.к. } \sin 2x \geq 0$   
 $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)  $\text{б } [3; 5]$   
 $3 \approx 142^\circ$   $5 \approx 287^\circ$   
 $3 = \pi$   $5 = y$   
 $3,14 = 180^\circ$   $3,14 = 180^\circ$   
 $3 \approx 142^\circ$   $5 \approx 287^\circ$   
 $3 = \pi$   $5 = y$

$x_1 = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 б)  $\frac{5\pi}{4}$

**13** а) Решите уравнение

$$4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $(1; \frac{5}{3})$ .

ТР13

$$4^{x-\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$$

$$2^{2(x-\frac{1}{2})} - 5 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$$

$$2^{2x-1} - 5 \cdot 2 \cdot 2^{x-1} + 3 = 0$$

$$\frac{2^{2x}}{2} - \frac{5}{2} 2^x + 3 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$$

$$2^x = t$$

$$2^x = 3$$

$$2^x = 2$$

$$x = \log_2 3$$

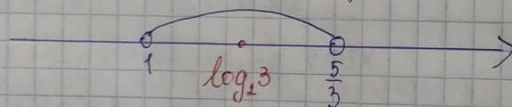
$$x = 1$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$t_1 = 3 \quad t_2 = 2$$

б) Отберем все корни



Ответ: а)  $\log_2 3; 1$

б)  $\log_2 3$



13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4\sin^2 \frac{x}{2}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right].$$

ТР №14 а)  $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4\sin^2 \frac{x}{2}$

$\sin x = 4\sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}$  м.к.  $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$   
 $\sin x = \sin^2 2x$   $\sin^2 2x = 4\sin^2 x \cdot \cos^2 x$

$\sin x - \sin^2 x = 0$ ;  $\sin x(1 - \sin x) = 0$   
 $\sin x = 0$  или  $1 - \sin x = 0$   $\cos^2 \frac{x}{2} \neq 0$

$x_1 = \pi k, k \in \mathbb{Z}$   $\sin x = 1$   $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 м.к. есть ограничение  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

В ответ пойдет  $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$  С помощью единичной окр. отберем корни

$-4\pi$ ;  $-\frac{5\pi}{2}$

Ответ: а)  $2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-4\pi; -\frac{5\pi}{2}$





13 а) Решите уравнение

$$4\sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{ctg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-5\pi; -4\pi]$ .

ТР №15  $4\sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \operatorname{ctg} x$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x \cdot \underbrace{\cos \frac{\pi}{2}}_0 - \underbrace{\sin \frac{\pi}{2}}_1 \cdot \cos x = -\cos x$$

$$4(-\cos^2 x) = \operatorname{ctg} x$$

$$4\cos^2 x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$4\cos^2 x - \frac{\cos x}{\sin x} = 0$$

$$\cos x \left(4\cos x - \frac{1}{\sin x}\right) = 0$$

$\cos x = 0$        $4\cos x - \frac{1}{\sin x} = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4\cos x = \frac{1}{\sin x}$$

$$4\cos x \cdot \sin x = 1$$

$$2\sin 2x = 1$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x_2 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x_2 = \frac{\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \quad x_3 = \frac{5\pi}{12} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

б)  $[-5\pi; -4\pi]$  с помощью ед. окр. отберем корни

$$-\frac{9\pi}{2}$$

$$-\frac{9\pi}{2} \cdot \frac{6}{12} = \frac{-54\pi}{12}$$

$$-\frac{9\pi}{2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{-59\pi}{12}$$

Ответ: а)  $x_1 = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{9\pi}{2}; -\frac{54\pi}{12}; -\frac{59\pi}{12}$





13 а) Решите уравнение

$$16^{x-1} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $(\log_4 25; \sqrt{10})$ .

ТР №16

в)  $(\log_4 25; \sqrt{10})$

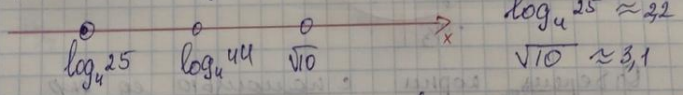
$$16^{x-1} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$$
$$4^{2(x-1)} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$$
$$4^{2x-2} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0$$
$$\frac{4^{2x}}{16} - 3 \cdot 4^x + 11 = 0 \quad | \cdot 16$$
$$4^{2x} - 48 \cdot 4^x + 176 = 0$$
$$4^x = t$$
$$4^{2x} = t^2 \Rightarrow t^2 - 48t + 176 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{48 \pm \sqrt{2304 - 4 \cdot 176}}{2}$$
$$t_{1,2} = \frac{48 \pm 40}{2}$$

$$t_1 = \frac{88}{2} = 44$$
$$t_2 = \frac{8}{2} = 4$$

Сделаем обратную подстановку

$$4^x = 4$$
$$4^x = 44$$
$$x_1 = 1$$
$$\log_4 44 = x_2$$
$$x_2 \approx 2,6$$

б) Отберем корни удовлетв условию



Ответ: а) 1;  $\log_4 44$   
б)  $\log_4 44$



13 а) Решите уравнение

$$\sin x (2 \sin x - 3 \operatorname{ctg} x) = 3.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

ТР №17

$$\sin x (2 \sin x - 3 \operatorname{ctg} x) = 3$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x \cdot \operatorname{ctg} x - 3 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x \frac{\cos x}{\sin x} - 3 = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x - 3 = 0$$

$$2 - 2 \cos^2 x - 3 \cos x - 3 = 0 \quad | -1$$

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$2t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$t_1 = \frac{-3 - 1}{4} = -1$$

$$t_2 = \frac{-3 + 1}{4} = -\frac{1}{2}$$

$\sin x \neq 0$   
 $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\cos x = -1 \rightarrow \sin$   
 $\cos x = -\frac{1}{2}$

$x_1 = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \rightarrow$  не удов. усл.

$x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x_3 = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б) Отберем корни с помощью ед. окр

$-\pi$ , - не удовл. усл.

$-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{4\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3}$

$-\pi - \frac{\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}$

Ответ: а)  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{2\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}$



13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin 2x}{\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)} = 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right].$$

Решение

$$\frac{\sin 2x}{\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)} = 1$$

$\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \neq 0$   
 $\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \neq \sin x \neq 0$  т.о.

$$\sin 2x = \sin x$$
$$2 \sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$$
$$\sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$\sin x = 0$        $2 \cos x - 1 = 0$   
не удов. усл.       $\cos x = \frac{1}{2}$   
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

б)  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$   
отберем корни удовлетв. усл. с помощью

ср. окр

$$\frac{4\pi}{3} - 4\pi = \frac{4\pi}{3} - \frac{12\pi}{3} = -\frac{8\pi}{3}$$

Ответ: а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
б)  $-\frac{11\pi}{3}$



13 а) Решите уравнение

$$9^x - 3^{x+2} + 14 = 0.$$

 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[1; \sqrt{5}]$ .

ТР №19

$$9^x - 3^{x+2} + 14 = 0$$

$$3^{2x} - 3^x \cdot 9 + 14$$

пусть  $3^x = t$  тогда  $t^2 - 9t + 14 = 0$

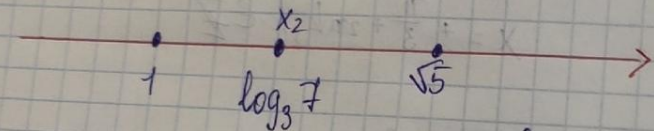
$$t_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 14}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2}$$

$$= \frac{9 \pm 5}{2}$$

$$t_1 = 7 \quad t_2 = 2$$

$3^x = 2 \quad 3^x = 7$   
 $x_1 = \log_3 2 \quad x_2 = \log_3 7$   
 $x_1 \approx 0,4 \quad x_2 \approx 1,4$

б) Отберем корни удобн. усл.  $[1; \sqrt{5}]$



Ответ: а)  $\log_3 2; \log_3 7$   
 б)  $\log_3 7$





13

а) Решите уравнение

$$\sin 2x - 2 \cos \left( x - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \pi \right]$ .

ТР №20  $\sin 2x - 2 \cos \left( x - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \sin x$

$\sin 2x -$   
 $\cos \left( x - \frac{4\pi}{3} \right) = \cos x \cdot \underbrace{\cos \frac{4\pi}{3}}_{+1/2} + \sin x \cdot \underbrace{\sin \frac{4\pi}{3}}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x$

$2 \sin x \cdot \cos x - 2 \left( -\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right) = \sqrt{3} \sin x$

$2 \sin x \cdot \cos x + \cos x + \sqrt{3} \sin x - \sqrt{3} \sin x = 0$

$\cos x (2 \sin x + 1) = 0$

$\cos x = 0 \quad \sin x = -\frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x_1 = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x_2 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$

б)  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \pi \right]$  отберем корни удовлетв. усл. зад.

$\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$   
 $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$

б)  $-\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}$



13 а) Решите уравнение

$$5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ .

ТР №21

$$5\cos^2 x - 12\cos x + 4 = 0$$
$$\cos x = t$$
$$5t^2 - 12t + 4 = 0$$
$$t_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{10}$$
$$= \frac{12 \pm 8}{10} \quad t_1 = 2$$
$$t_2 = \frac{2}{5}$$

$\cos x = 2$        $\cos x = \frac{2}{5}$

реш. нет       $x = \pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)

↑  $\sin$   
 $\arccos \frac{2}{5} - 2\pi$

←  $\pi$

→  $\cos$

↓  $-\frac{\sqrt{21}}{5} - 2\pi - \arccos \frac{2}{5}$

Ответ: а)  $\pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $-2\pi \pm \arccos \frac{2}{5}$

# Задания для самостоятельного решения



1. а) Решите уравнение  $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$

2. б) Решите уравнение  $6 \cos^2 x + 5\sqrt{2} \sin x + 2 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$

3. а) Решите уравнение  $\frac{(x-1)^2}{8} + \frac{8}{(x-1)^2} = 7 \left( \frac{x-1}{4} - \frac{2}{x-1} \right) - 1$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2; 3]$

4. б) Решите уравнение

$$(\sqrt{2} \sin^2 x + \cos x - \sqrt{2})\sqrt{-6 \sin x} = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

5. б) Решите уравнение  $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\frac{3\pi}{2}; 3\pi]$

# ЕГЭ



**ТВОЁ БУДУЩЕЕ  
НАЧИНАЕТСЯ ЗДЕСЬ**

# 2020