

Квадратные уравнения

Сугак Валентина Николаевна - учитель математики
МБОУ СОШ № 23
г. Симферополь
Республика Крым

Наука алгебры – это наука о
правилах, по которым узнают
числовые неизвестные по
соответствующим им
известным...»

Ал-Каши

Необходимость решать квадратные уравнения была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики.

** Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет*

до нашей эры вавилоняне. Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает по существу с современными, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила.

Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилоне, в клинописных текстах отсутствуют понятия отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.

Квадратные уравнения

$ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$, b , c – коэффициенты, x – переменная

Если $a=1$, то квадратное уравнение называется приведённым

Неполные квадратные уравнения:

1. $b=0, c=0, ax^2=0$, тогда $x=0$

2. $b=0, c \neq 0, ax^2+c=0$, тогда $x^2=-c/a$, если $-c/a > 0$, то

уравнение имеет два корня $x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$; если $-c/a < 0$, то нет корней

3. $c=0, b \neq 0$, тогда $ax^2+bx=0$ и $x(ax+b)=0$ и $x=0$ или $x=-b/a$

Квадратное уравнение

$$ax^2+bx+c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

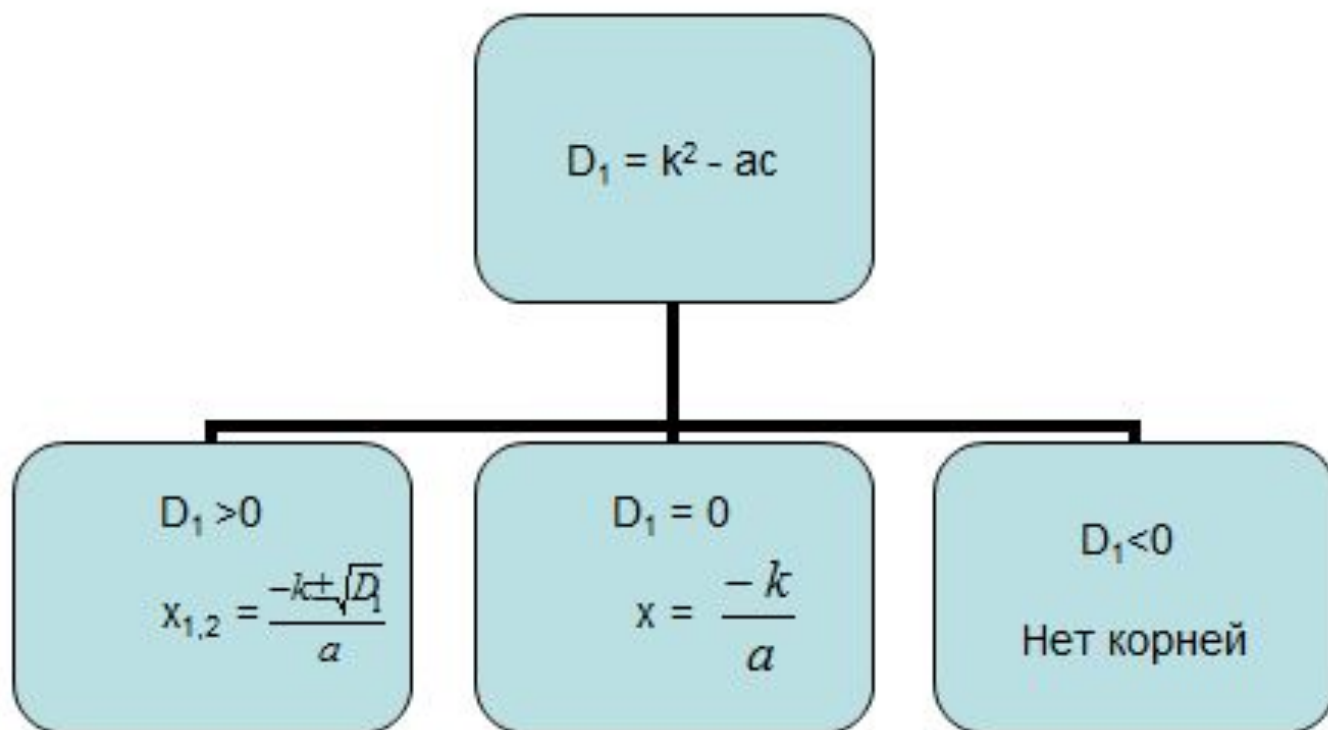
$$D = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$D < 0$$

Нет корней

$ax^2 + bx + c = 0,$
если b - чётное число, то $k = b/2$



Решение квадратного уравнения по теореме Виета и обратной к ней

$$\bullet x^2+px+q=0 \longrightarrow \begin{cases} \bullet x_1+x_2=-p \\ \bullet x_1x_2=q \end{cases}$$

$$\bullet ax^2+bx+c=0 \longrightarrow \begin{cases} \bullet x_1+x_2=-b/a \\ \bullet x_1x_2=c/a \end{cases}$$

Если $a + b + c = 0$, то один из корней будет равен 1, а второй корень находим по теореме Виета.

*** Нестандартные
способы решения
квадратных уравнений**

Пусть $ax^2+bx+c=0$ ($D>0$), если

$$a-b+c=0, x_1=-1,$$

$$x_2=-c/a.$$

По определению корня уравнения:

$$a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c =$$

$$= a - b + c = 0, \text{ значит } -1 -$$

корень уравнения.

Сделали $ax^2+bx+c=0$ -приведенным

$$x^2+(b/a)x+c/a=0, \text{ по}$$

теореме Виета $x_1 x_2 = c/a$,

так как $x_1 = -1$, то $x_2 = -c/a$

Пусть $ax^2+bx+c=0$ ($D>0$) и $a+b+c=0$,
тогда $x_1=1$, $x_2=c/a$

Так как 1-корень данного уравнения, то

$$a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0 \text{ и } a + b + c = 0$$

Сделали $ax^2+bx+c=0$ -приведенным

$$x^2 + (b/a)x + c/a = 0, \text{ по}$$

теореме Виета $x_1 x_2 = c/a$,

так как $x_1=1$, то $x_2=c/a$.

Подумали и еще нашли способ решения.

Пусть $ax^2+bx+c=0$ ($D>0$), почленно умножаем на a ,
получим $a^2x^2+ba^2x+ca^2=0$, пусть $ax=y$,

$y^2+by+ca=0$ -уравнение приведённое, тогда второй
коэффициент не изменился, а свободный член увеличился
в a раз, и корни данного уравнения y_1 и y_2 , а корни уравнения
 $ax^2+bx+c=0$ будут $x_1=y_1/a$, $x_2=y_2/a$



Квадратные уравнения в других науках.

Ваше Нашье

Физика.

Тело, брошенное в вверх со скоростью v , расстояние S от него до земли в момент времени t определяется по формуле $s = -gt^2/2 + vt + s_0$
 s_0 - расстояние от тела до поверхности Земли в момент времени $t_0 = 0$.



ХИМИЯ



Уравнение периода
полураспада для
необратимой реакции
третьего порядка:

$T_{1/2} = 3/2ka^2$, где
а- концентрация
вещества,
Т, к-константы

Интересная задача

Задача Бхаскары (XII век)

“Обезьянок резвых стая
Всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась,
А двенадцать по лианам ...
Стали прыгать, повисая...
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?»

Спасибо за внимание!
Творческих успехов!!!