

**ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ СИСТЕМУ
УПРАЖНЕНИЙ ПО ИЗУЧЕНИЮ
СВОЙСТВ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ
ВЫДЕЛИТЕ ОСНОВНЫЕ ТИПЫ
УПРАЖНЕНИЙ**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
УЧЕБНИК
МАКАРЫЧЕВ, 7 КЛАСС

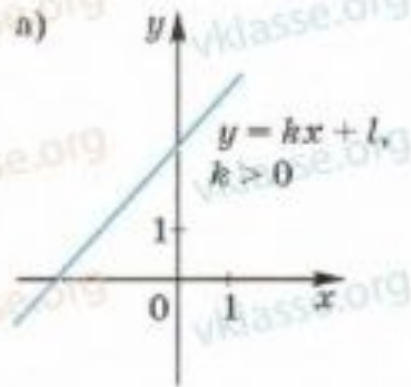
Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа

**СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ
ФУНКЦИИ
УЧЕБНИК:
ДОРОФЕЕВ, 8 КЛАСС**

Функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + l$, где k и l — некоторые числа, называется линейной.

Линейная функция — самая простая модель описания реальных процессов. Вы наверняка уже поняли, что представляет собой её график. Так как геометрический образ линейного уравнения $y = kx + l$ на координатной плоскости — это прямая, то графиком линейной функции является прямая.

Если $k > 0$, то линейная функция является возрастающей (рис. 5.35, а). Если $k < 0$, то линейная функция является убывающей (рис. 5.35, б).



■ Рис. 5.35

Если $l = 0$, то мы получаем формулу $y = kx$.

График функции $y = kx$ — это прямая, проходящая через начало координат.

794 Постройте график линейной функции. В каждом случае укажите:

- 1) возрастающей или убывающей является функция;
- 2) при каких значениях x значения функции равны 0; больше 0; меньше 0.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| а) $y = -0,3x + 2$; | г) $y = 1,2x$; |
| б) $y = -2x + 1,5$; | д) $y = 1,5x - 2$; |
| в) $y = -0,7x$; | е) $y = -0,5x - 1$. |

ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

808 На рисунке 5.46 построен график функции

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x < 2 \\ x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Стрелка, поставленная на одном из лучей, означает, что точка $(2; -2)$ не принадлежит графику. Ответьте на вопросы:

- а) Какова область определения функции?
- б) Чему равно значение функции при $x = -1$; 0; 1; 2; 3?
- в) Сколько нулей имеет функция?
- г) На каких промежутках функция возрастает? убывает?
- д) На каких промежутках функция положительна? отрицательна?

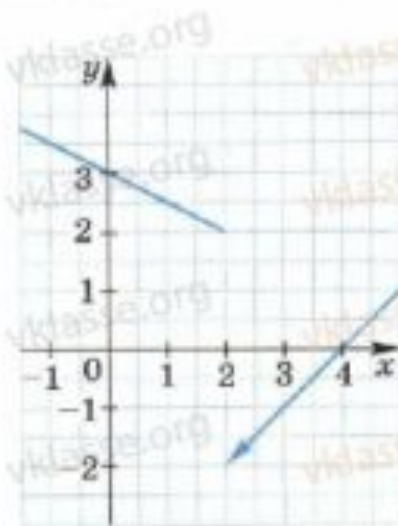


Рис. 5.46

НУЛИ ФУНКЦИИ

Пример 1. Рассмотрим свойства функции $y = kx + b$, где $k \neq 0$ (рис. 14).

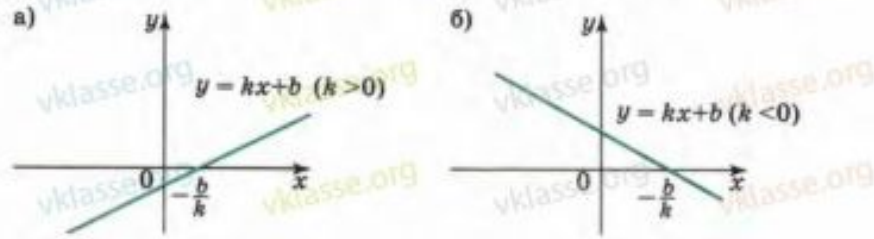


Рис. 14

1. Функция обращается в нуль при $x = -\frac{b}{k}$.
 Действительно, решив уравнение $kx + b = 0$, найдем, что $y = 0$ при $x = -\frac{b}{k}$.

2. При $k > 0$ функция принимает отрицательные значения в промежутке $(-\infty; \frac{b}{k})$ и положительные значения в промежутке $(\frac{b}{k}; +\infty)$.

Решив неравенства $kx + b < 0$ и $kx + b > 0$, найдем, что если $k > 0$, то $y < 0$ при $x < -\frac{b}{k}$ и $y > 0$ при $x > -\frac{b}{k}$.

При $k < 0$ функция принимает отрицательные значения в промежутке $(-\frac{b}{k}; +\infty)$ и положительные значения в промежутке $(-\infty; \frac{b}{k})$.

Убедиться в этом можно, решив неравенства $kx + b < 0$ и $kx + b > 0$ при условии, что $k < 0$.

3. При $k > 0$ функция $y = kx + b$ является возрастающей, а при $k < 0$ — убывающей.

Докажем это. Пусть x_1 и x_2 — произвольные значения аргумента, причем $x_2 > x_1$. Обозначим через y_1 и y_2 соответствующие им значения функции:

$$y_1 = kx_1 + b \text{ и } y_2 = kx_2 + b.$$

Рассмотрим разность $y_2 - y_1$:

$$y_2 - y_1 = (kx_2 + b) - (kx_1 + b) = kx_2 - kx_1 = k(x_2 - x_1).$$

Множитель $x_2 - x_1$ положителен, так как $x_2 > x_1$. Поэтому знак произведения $k(x_2 - x_1)$ определяется знаком коэффициента k .

СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ УЧЕБНИК: МАКАРЫЧЕВ, 9 КЛАСС

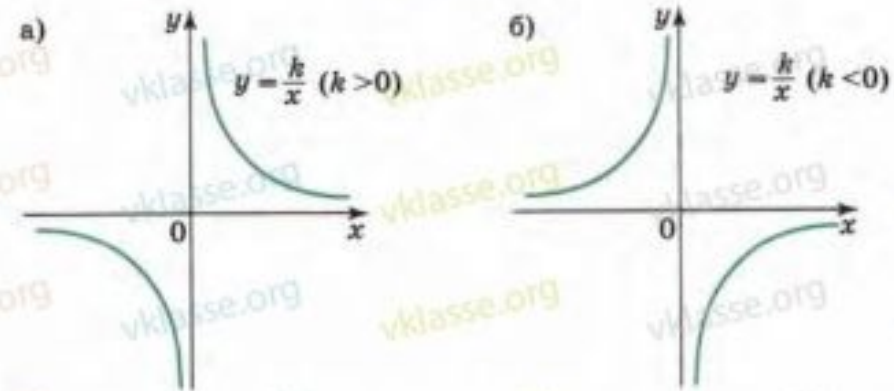


Рис. 15

Если $k > 0$, то $k(x_2 - x_1) > 0$ и $y_2 > y_1$. Значит, при $k > 0$ функция $y = kx + b$ является возрастающей.
 Если $k < 0$, то $k(x_2 - x_1) < 0$ и $y_2 < y_1$. Значит, при $k < 0$ функция $y = kx + b$ является убывающей.

9. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = 4x - 8$;

в) $y = \frac{2x}{5-x}$;

д) $y = \frac{1}{x^2+1}$;

б) $y = x^2 - 5x + 1$;

г) $y = \frac{3}{(x-4)(x+1)}$;

е) $y = \sqrt{x-5}$.

**ОБЛАСТЬ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ
ФУНКЦИИ**

18. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 2x - 1$, где $1 < x < 4$;

б) $g(x) = -3x + 8$, где $-2 < x < 5$.

**ОБЛАСТЬ
ЗНАЧЕНИЯ
ФУНКЦИИ**

40. Найдите нули функции (если они существуют):

а) $y = -0,8x + 12$;

в) $y = \frac{4+2x}{x^2+5}$;

б) $y = (3x-10)(x+6)$;

г) $y = \frac{6}{(x-1)(x+8)}$.

41. Имеет ли нули функция:

а) $y = 2,1x - 70$;

б) $y = 4x(x-2)$;

в) $y = \frac{6-x}{x}$?

НУЛИ ФУНКЦИИ

44. Какие из линейных функций $y = 8x - 5$, $y = -3x + 11$, $y = -49x - 100$, $y = x + 1$, $y = 1 - x$ являются: а) возрастающими; б) убывающими?

45. При каких значениях a функция $y = (a - 2)x + 3$:

а) является возрастающей;

б) является убывающей;

в) не является ни возрастающей, ни убывающей?

**ВОЗРАСТАНИЕ И
УБЫВАНИЕ**

**ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК ФУНКЦИИ И
ПЕРЕЧИСЛИТЕ ЕЁ СВОЙСТВА**

46. Постройте график функции и перечислите ее свойства:

а) $y = 1,5x - 3$;

б) $y = -0,6x + 5$.

1. Линейная функция $y = kx + m$

Графиком функции $y = kx + m$ является прямая (рис. 90—92).

Свойства функции $y = kx + m$

- 1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
- 2) возрастает, если $k > 0$ (рис. 91), убывает, если $k < 0$ (рис. 92);
- 3) не ограничена ни снизу, ни сверху;
- 4) нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
- 5) функция непрерывна;
- 6) $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

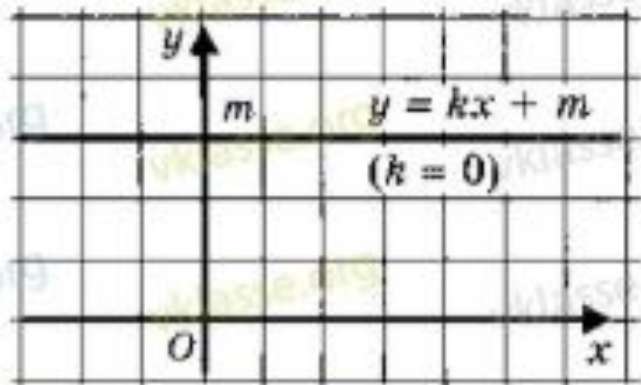


Рис. 90

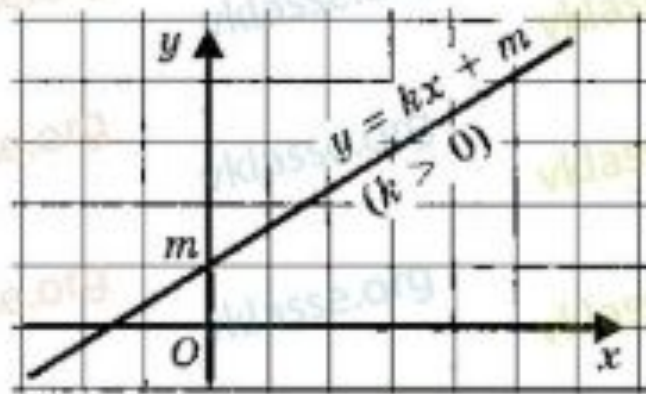


Рис. 91

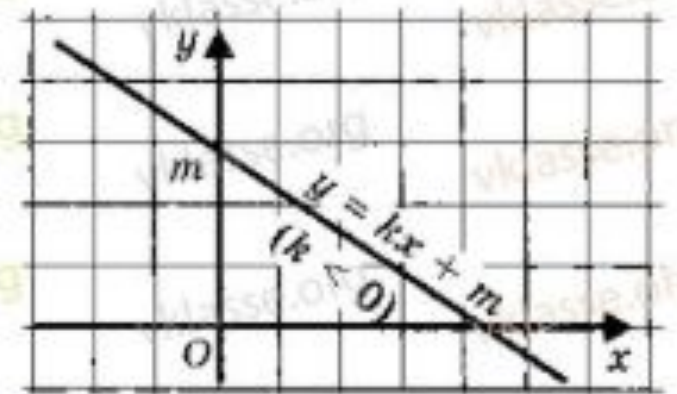


Рис. 92

СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ УЧЕБНИК: МОРДКОВИЧ, 9 КЛАСС

ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция возрастает:

10.1. а) $y = 5x$;

в) $y = 2x - 3$;

б) $y = 2x + 3$;

г) $y = \frac{x}{2} + 4$.

10.2. а) $y = x^3$;

в) $y = x^3 + 1$;

б) $y = 2x^3$;

г) $y = \frac{x^3}{2}$.

10.3. а) $y = x^2, x \geq 0$;

в) $y = \frac{1}{x}, x > 0$;

б) $y = -\frac{1}{x}, x < 0$;

г) $y = -3x^2, x \leq 0$.

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция убывает:

10.4. а) $y = -5x$;

в) $y = -7x + 1$;

б) $y = 5 - 2x$;

г) $y = 4 - \frac{x}{3}$.

Для данной функции ответьте на вопрос, является ли она ограниченной снизу, ограниченной сверху, ограниченной:

10.7. а) $y = 7x + 2$;

в) $y = 4x + 1, x > 0$;

б) $y = -3x + 1, x < 0$;

г) $y = -2x + 5, 0 \leq x \leq 5$.

**НЕ ОГРАНИЧЕНА
НИ СНИЗУ, НИ
СВЕРХУ**

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

10.11. а) $y = 2x + 3, x \in [0; 1]$;

в) $y = -4x + 1, x \in (-\infty; 0]$;

б) $y = -2x^2, x \in [-1; 1]$;

г) $y = \frac{1}{2}x^2, x \in (0; 2]$.

**НАИМЕНЬШЕЕ И
НАИБОЛЬШЕЕ
ЗНАЧЕНИЯ**