ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ СИСТЕМУ УПРАЖНЕНИЙ ПО ИЗУЧЕНИЮ СВОЙСТВ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ ВЫДЕЛИТЕ ОСНОВНЫЕ ТИПЫ УПРАЖНЕНИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНИК МАКАРЫЧЕВ, 7 КЛАСС

Линейной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + b$, где x – независимая переменная, k и b – некоторые числа

СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ
УЧЕБНИК: ДОРОФЕЕВ, 8 КЛАСС

Функция, которую можно задать формулой вида $y = kx + l$, где k и l — некоторые числа, называется линейной.

Линейная функция — самая простая модель описания реальных процессов. Вы наверняка уже поняли, что́ представляет собой её график. Так как геометрический образ линейного уравнения $y = kx + l$ на координатной плоскости — это прямая, то **графиком линейной функции является прямая.**

Если $k > 0$, то линейная функция является возрастающей (рис. 5.35, *а*). **Если $k < 0$, то линейная функция является убывающей** (рис. 5.35, *б*).

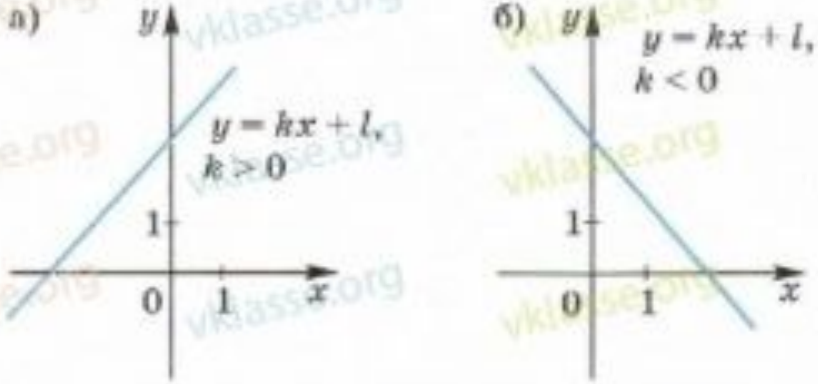

Рис. 5.35

Если $l = 0$, то мы получаем формулу $y = kx$.

График функции $y = kx$ — это прямая, проходящая через начало координат.

vklasse.org

794 Постройте график линейной функции. В каждом случае укажите:

1) возрастающей или убывающей является функция;

2) при каких значениях x значения функции равны 0; больше 0; меньше 0.

а) $y = -0{,}3x + 2$; г) $y = 1{,}2x$;

б) $y = -2x + 1{,}5$; д) $y = 1{,}5x - 2$;

в) $y = -0{,}7x$; е) $y = -0{,}5x - 1$.

808 На рисунке 5.46 построен график функции

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 3, & \text{если } x \le 2 \\ x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Стрелка, поставленная на одном из лучей, означает, что точка (2; −2) не принадлежит графику. Ответьте на вопросы:

а) Какова область определения функции?

б) Чему равно значение функции при $x = -1$; 0; 1; 2; 3?

в) Сколько нулей имеет функция?

г) На каких промежутках функция возрастает? убывает?

д) На каких промежутках функция положительна? отрицательна?

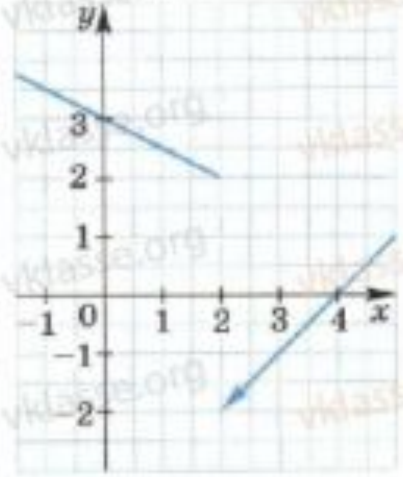

Рис. 5.46

ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

НУЛИ ФУНКЦИИ

vklasse.org

СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ УЧЕБНИК: МАКАРЫЧЕВ, 9 КЛАСС

Пример 1. Рассмотрим свойства функции $y = kx + b$, где $k \neq 0$ (рис. 14).

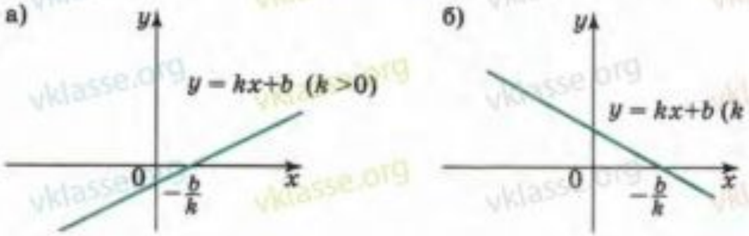

Рис. 14

1. *Функция обращается в нуль при $x = -\frac{b}{k}$.*

   Действительно, решив уравнение $kx + b = 0$, найдем, что $y = 0$ при $x = -\frac{b}{k}$.

2. *При $k > 0$ функция принимает отрицательные значения в промежутке $\left(-\infty; \frac{b}{k}\right)$ и положительные значения в промежутке $\left(-\frac{b}{k}; +\infty\right)$.*

   Решив неравенства $kx + b < 0$ и $kx + b > 0$, найдем, что если $k > 0$, то $y < 0$ при $x < -\frac{b}{k}$ и $y > 0$ при $x > -\frac{b}{k}$.

   При $k < 0$ функция принимает отрицательные значения в промежутке $\left(-\frac{b}{k}; +\infty\right)$ и положительные значения в промежутке $\left(-\infty; \frac{b}{k}\right)$.

   Убедиться в этом можно, решив неравенства $kx + b < 0$ и $kx + b > 0$ при условии, что $k < 0$.

3. *При $k > 0$ функция $y = kx + b$ является возрастающей, а при $k < 0$ — убывающей.*

   Докажем это. Пусть x_1 и x_2 — произвольные значения аргумента, причем $x_2 > x_1$. Обозначим через y_1 и y_2 соответствующие им значения функции:

   $$y_1 = kx_1 + b \text{ и } y_2 = kx_2 + b.$$

   Рассмотрим разность $y_2 - y_1$:

   $$y_2 - y_1 = (kx_2 + b) - (kx_1 + b) = kx_2 - kx_1 = k(x_2 - x_1).$$

   Множитель $x_2 - x_1$ положителен, так как $x_2 > x_1$. Поэтому знак произведения $k(x_2 - x_1)$ определяется знаком коэффициента k.

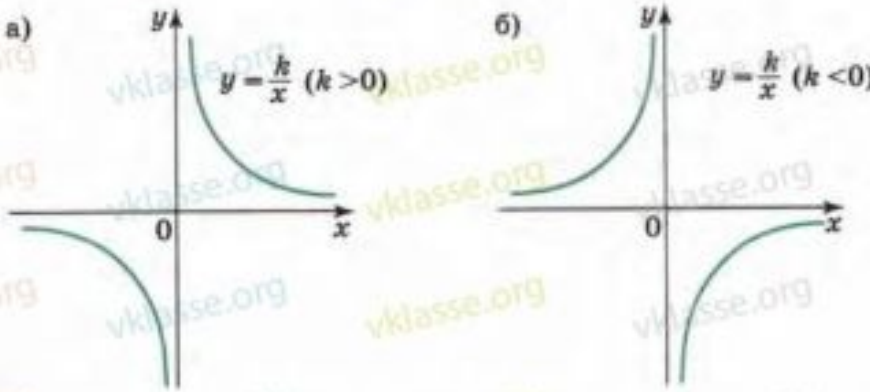

Рис. 15

Если $k > 0$, то $k(x_2 - x_1) > 0$ и $y_2 > y_1$. Значит, при $k > 0$ функция $y = kx + b$ является возрастающей.

Если $k < 0$, то $k(x_2 - x_1) < 0$ и $y_2 < y_1$. Значит, при $k < 0$ функция $y = kx + b$ является убывающей.

9. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = 4x - 8$;

б) $y = x^2 - 5x + 1$;

в) $y = \frac{2x}{5 - x}$;

г) $y = \frac{3}{(x - 4)(x + 1)}$;

д) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$;

е) $y = \sqrt{x - 5}$.

ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

18. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 2x - 1$, где $1 \leqslant x \leqslant 4$;

б) $g(x) = -3x + 8$, где $-2 \leqslant x \leqslant 5$.

ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

40. Найдите нули функции (если они существуют):

а) $y = -0{,}8x + 12$;

б) $y = (3x - 10)(x + 6)$;

в) $y = \frac{4 + 2x}{x^2 + 5}$;

г) $y = \frac{6}{(x - 1)(x + 8)}$.

41. Имеет ли нули функция:

а) $y = 2{,}1x - 70$; б) $y = 4x(x - 2)$; в) $y = \frac{6 - x}{x}$?

НУЛИ ФУНКЦИИ

vklasse.org

44. Какие из линейных функций $y = 8x - 5$, $y = -3x + 11$, $y = -49x - 100$, $y = x + 1$, $y = 1 - x$ являются: а) возрастающими; б) убывающими?

45. При каких значениях a функция $y = (a - 2)x + 3$:

а) является возрастающей;
б) является убывающей;
в) не является ни возрастающей, ни убывающей?

ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

ПОСТРОЙТЕ ГРАФИК ФУНКЦИИ И ПЕРЕЧИСЛИТЕ ЕЁ СВОЙСТВА

46. Постройте график функции и перечислите ее свойства:
а) $y = 1,5x - 3$; б) $y = -0,6x + 5$.

СВОЙСТВА ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ
УЧЕБНИК: МОРДКОВИЧ, 9 КЛАСС

1. Линейная функция $y = kx + m$

Графиком функции $y = kx + m$ является прямая (рис. 90—92).

Свойства функции $y = kx + m$

1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;
2) возрастает, если $k > 0$ (рис. 91), убывает, если $k < 0$ (рис. 92);
3) не ограничена ни снизу, ни сверху;
4) нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
5) функция непрерывна;
6) $E(f) = (-\infty; +\infty)$.

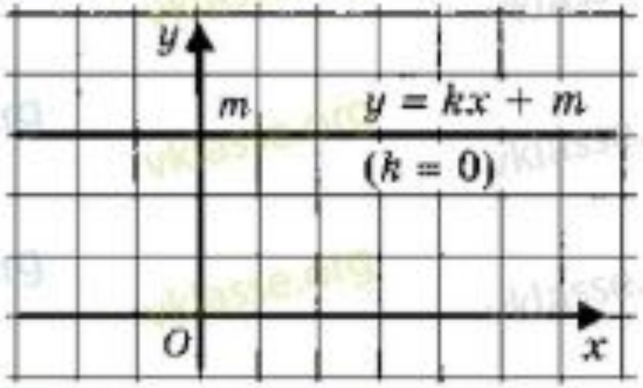

Рис. 90

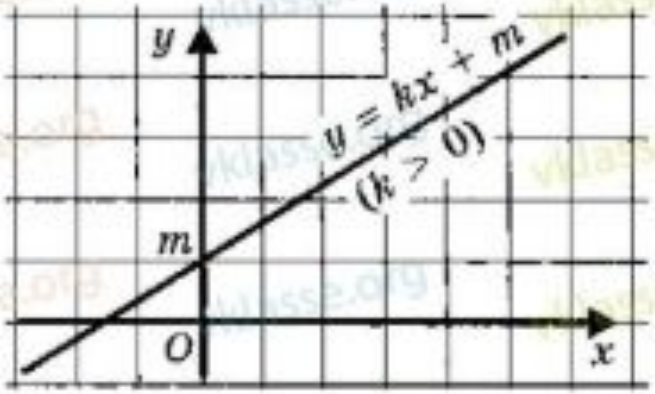

Рис. 91

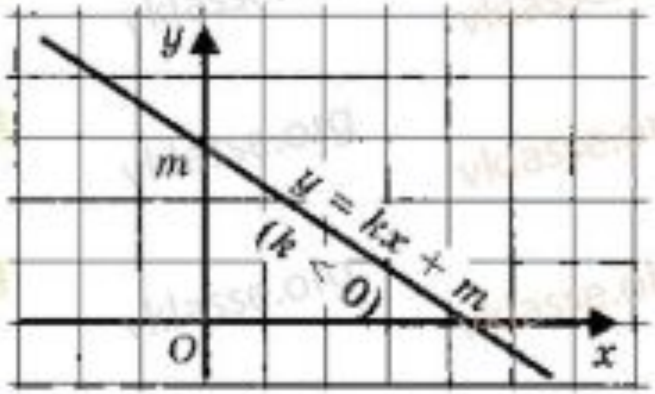

Рис. 92

ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция возрастает:

10.1. а) $y = 5x$; в) $y = 2x - 3$;

б) $y = 2x + 3$; г) $y = \frac{x}{2} + 4$.

10.2. а) $y = x^3$; в) $y = x^3 + 1$;

б) $y = 2x^3$; г) $y = \frac{x^3}{2}$.

○**10.3.** а) $y = x^2$, $x \geqslant 0$; в) $y = -\frac{1}{x}$, $x > 0$;

б) $y = -\frac{1}{x}$, $x < 0$; г) $y = -3x^2$, $x \leqslant 0$.

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция убывает:

10.4. а) $y = -5x$; в) $y = -7x + 1$;

б) $y = 5 - 2x$; г) $y = 4 - \frac{x}{3}$.

Для данной функции ответьте на вопрос, является ли она ограниченной снизу, ограниченной сверху, ограниченной:

10.7. а) $y = 7x + 2$; в) $y = 4x + 1,\ x > 0$;

б) $y = -3x + 1,\ x < 0$; г) $y = -2x + 5,\ 0 \leqslant x \leqslant 5$.

НЕ ОГРАНИЧЕНА НИ СНИЗУ, НИ СВЕРХУ

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

10.11. а) $y = 2x + 3,\ x \in [0; 1]$; в) $y = -4x + 1,\ x \in (-\infty; 0]$;

б) $y = -2x^2,\ x \in [-1; 1]$; г) $y = \frac{1}{2}x^2,\ x \in (0; 2]$.

НАИМЕНЬШЕЕ И НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ