

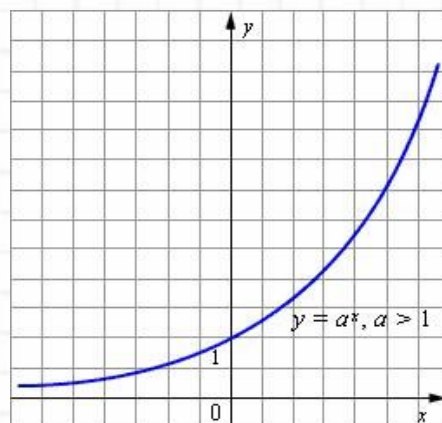


Показательные уравнения.



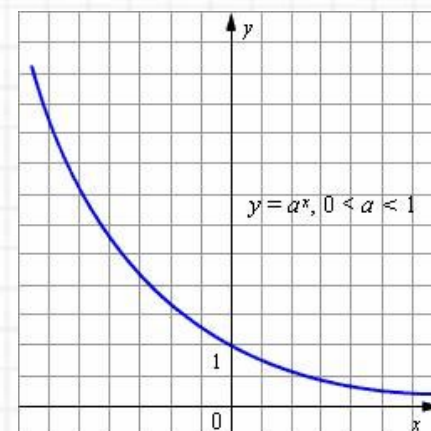
Основные формулы и соотношения

$a > 1$



возрастает

$0 < a < 1$



убывает



Показательным *называется уравнение, содержащее переменную в показателе степени.*

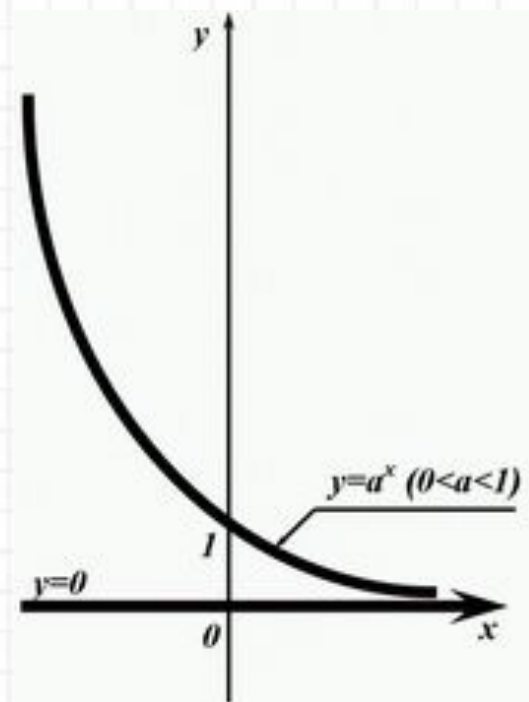
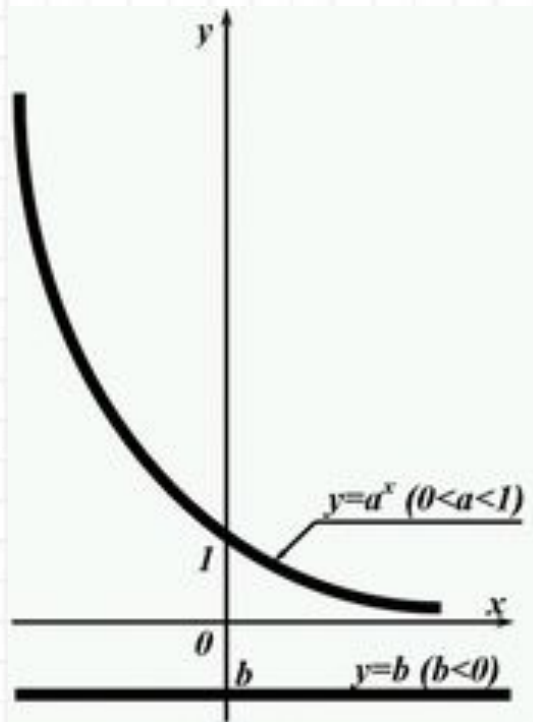
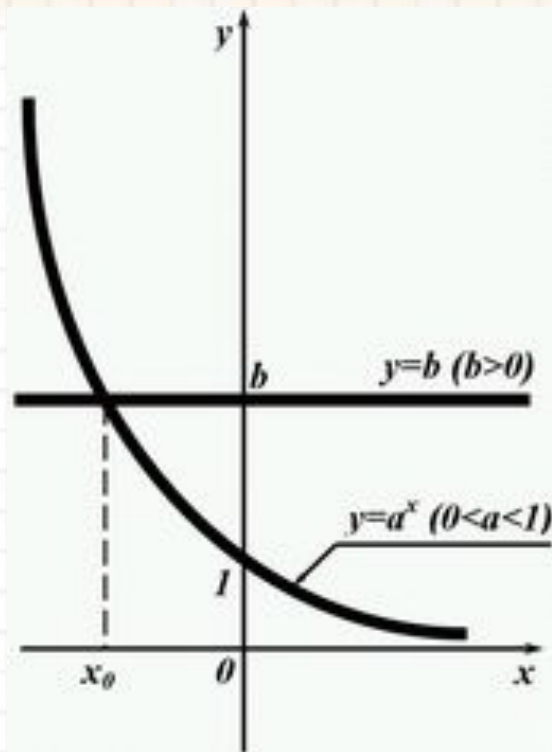
$$2^x = 4$$

$$3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$$

$$2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^3$$



Сколько же корней может иметь уравнение вида $a^x = b$ и от чего это зависит?





I. УРАВНИВАНИЕ ОСНОВАНИЙ.

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

$$f(x) = g(x)$$

При $a > 0$ и $a \neq 1$



I. УРАВНИВАНИЕ ОСНОВАНИЙ.

$$3^{x+2} = 81$$

$$3^{x+2} = 3^4$$

$$x+2=4$$

$$x = 2$$

Ответ : $x = 2$

$$2^x = \frac{1}{16}$$

$$2^x = 2^{-4}$$

$$x = -4$$

Ответ : $x = -4$

$$6^x = -36.$$

поскольку $6^x > 0$ для всех x

Ответ: корней нет



II. ВВЕДЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot a^x + \gamma = 0$$

$$a^x = t > 0$$

$$\alpha t^2 + \beta t + \gamma = 0$$



II. ВВЕДЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$$3^x = t > 0$$

$t^2 - 6t - 27 = 0$ - квадратное уравнение

$$D = 144; \quad t_1 = 9; \quad t_2 = -3;$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = -3$$

$$3^x = 3^2$$

нет решений

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$



III. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

$$3^{x+2} + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot (3^2 + 1) = 30$$

$$3^x \cdot 10 = 30$$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$



III. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b$$

$$a^{x-1} (a^2 - 1) = b$$



Приведение некоторых уравнений к простейшим

Ориентир	Пример
<p>1) Если в левой и правой частях показательного уравнения стоят только произведения, частные, корни или степени, то целесообразно с помощью основных формул попробовать записать обе части уравнения как степени с одним основанием</p>	



Решение более сложных показательных уравнений

Схема поиска плана решения показательных уравнений

Ориентир

Пример

1. Избавляемся от числовых слагаемых в показателях степеней (*используя справа налево основные формулы действий над степенями*).

2. Если возможно, приводим все степени (*с переменной в показателе*) к одному основанию и выполняем замену переменной.



Решение более сложных показательных уравнений

Ориентир	Пример
<p>4. В других случаях переносим все члены уравнения в одну сторону и пробуем разложить полученное уравнение на множители или применяем специальные приемы решения. В которых используются свойства соответствующих функций.</p>	

IV. ДЕЛЕНИЕ НА СТЕПЕНЬ.



$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} / : b^{f(x)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$$



Решение более сложных показательных уравнений

Ориентир	Пример
<p>3. Если нельзя привести к одному основанию, то пытаемся привести все степени к двум основаниям так, чтобы получить однородное уравнение (<i>которое решается делением обеих частей уравнения на наибольшую степень одного из видов переменных</i>).</p>	



V. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД.

Решить уравнение:

$$2^x = x$$

Строим графики функций

$$y = 2^x$$

и $y = x$.

Графики функций не имеют общих точек.

Ответ: решений нет

