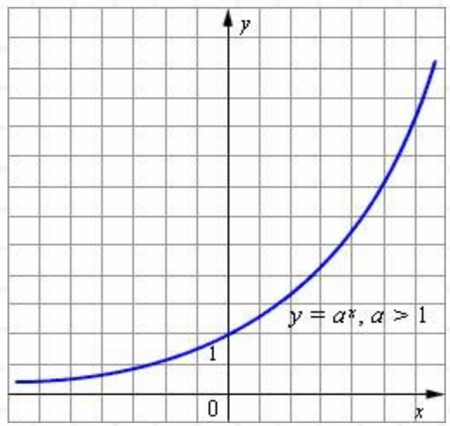
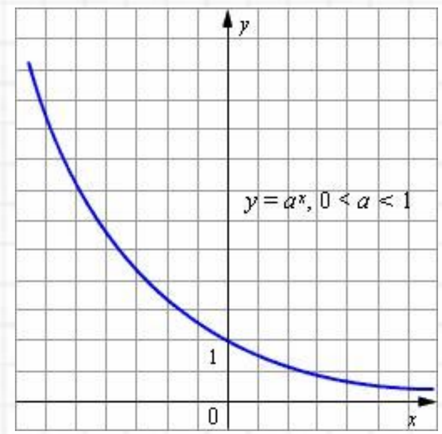
# Показательные уравнения.

# Основные формулы и соотношения

| | | |
|---|---|---|
| | a>1 | 0<a<1 |
| |  |  |
| | возрастает | убывает |

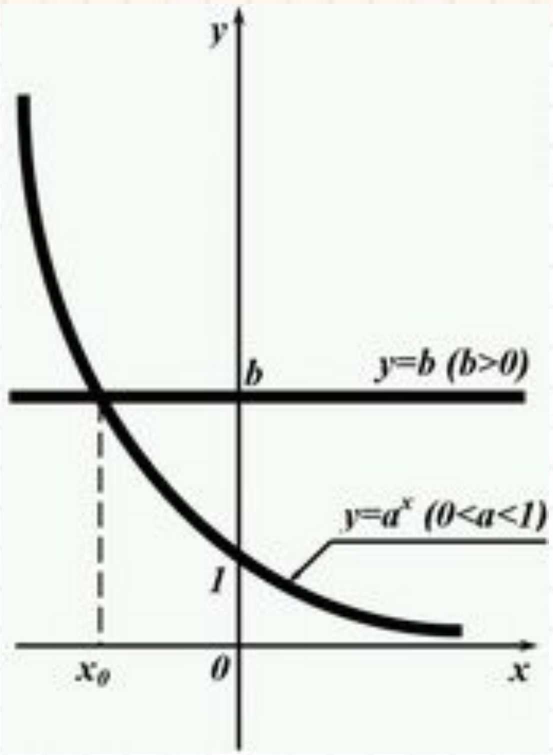
**Показательным** *называется* **уравнение**, *содержащее переменную в показателе степени*.

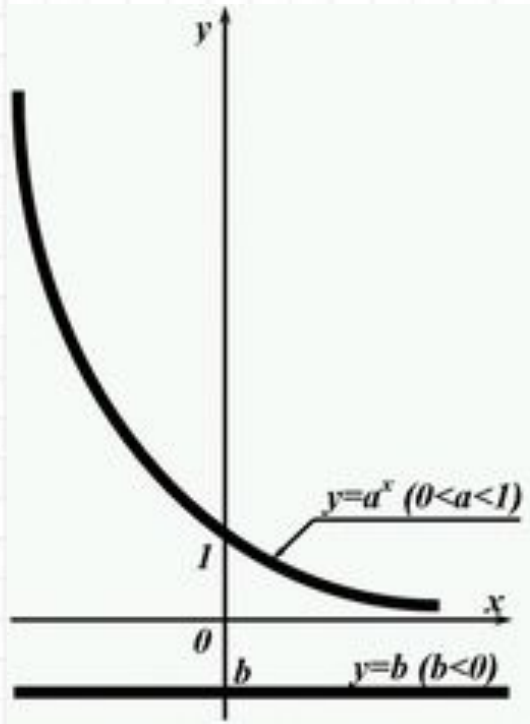
$$2^x = 4$$

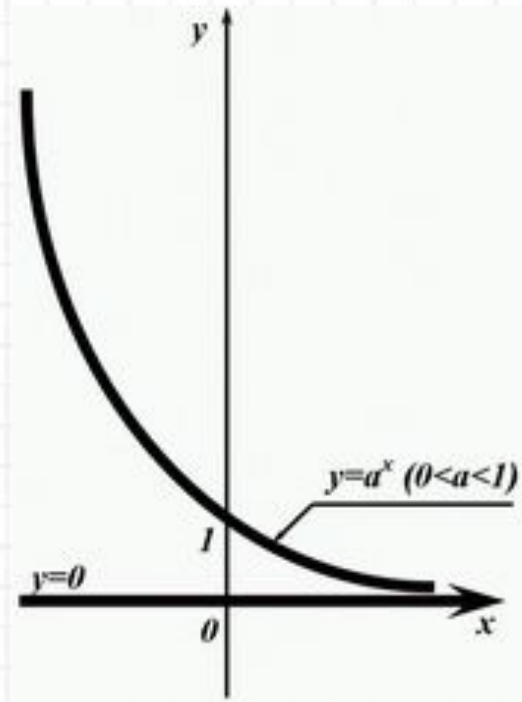
$$3^x - 2 \cdot 3^{x-2} = 63$$

$$2^x \cdot 5^x = 0{,}1 \cdot (10^{x-1})^3$$

# Сколько же корней может иметь уравнение вида $a^x = b$ и от чего это зависит?



# I. УРАВНИВАНИЕ ОСНОВАНИЙ.

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

$$f(x) = g(x)$$

***При а>0 и а≠1***

# I. УРАВНИВАНИЕ ОСНОВАНИЙ.

$$3^{x+2} = 81$$

$$3^{x+2} = 3^4$$

$$x + 2 = 4$$

$$x = 2$$

Ответ : $x = 2$

$$2^x = \frac{1}{16}$$

$$2^x = 2^{-4}$$

$$x = -4$$

Ответ : $x = -4$

$6^x = -36.$

поскольку $6^x > 0$ для всех x

Ответ: корней нет

# II. ВВЕДЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$\alpha \bullet a^{2x} + \beta \bullet a^{x} + \gamma = 0$$

$$a^{x} = t > 0$$

$$\alpha t^{2} + \beta t + \gamma = 0$$

# II. ВВЕДЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

$$9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$$\boxed{3^x = t > 0}$$

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$t^2 - 6t - 27 = 0$ - квадратное уравнение

$$D = 144; \quad t_1 = 9; \; t_2 = -3;$$

$$3^x = 9 \qquad\qquad 3^x = -3$$

$3^x = 3^2$ нет решений

$x = 2$ Ответ $: x = 2$

# III. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

$$3^{x+2} + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot (3^2 + 1) = 30$$

$$3^x \cdot 10 = 30$$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$

$$\boxed{a^{m+n} = a^m \cdot a^n}$$

# III. ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b$$

$$a^{x-1}\left(a^2 - 1\right) = b$$

# Приведение некоторых уравнений к простейшим

| Ориентир | Пример |
|---|---|
| 1) Если в левой и правой частях показательного уравнения стоят только произведения, частные, корни или степени, то целесообразно с помощью основных формул попробовать записать обе части уравнения как степени с одним основанием | |
| | |

# Решение более сложных показательных уравнений

| **Схема поиска плана решения показательных уравнений** | |
|---|---|
| Ориентир | Пример |
| 1.Избавляемся от числовых слагаемых в показателях степеней ( *используя справа налево основные формулы действий над степенями*). | |
| 2.Если возможно , приводим все степени (*с переменной в показателе*) к одному основанию и выполняем замену переменной. | |

# Решение более сложных показательных уравнений

| Ориентир | Пример |
|---|---|
| 4.В других случаях переносим все члены уравнения в одну сторону и пробуем разложить полученное уравнение на множители или применяем специальные приемы решения. В которых используются свойства соответствующих функций. | |

# IV. ДЕЛЕНИЕ НА СТЕПЕНЬ.

$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} \; / : b^{f(x)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$$

# Решение более сложных показательных уравнений

| Ориентир | Пример |
|---|---|
| 3.Если нельзя привести к одному основанию, то пытаемся привести все степени к двум основаниям так, чтобы получить однородное уравнение (*которое решается делением обеих частей уравнения на наибольшую степень одного из видов переменных).* | |

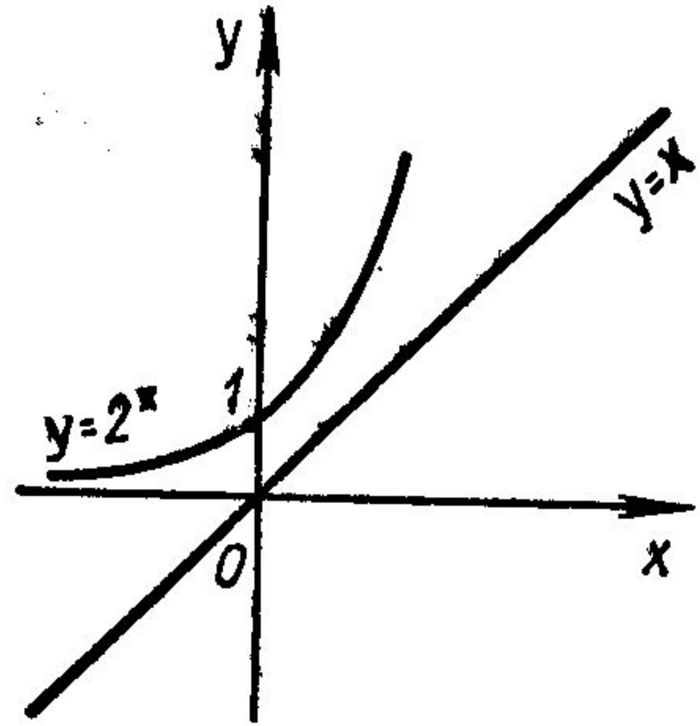
# V. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД.

Решить уравнение:

$$2^x = x$$

Строим графики функций

$y = 2^x$ и $y = x$.




Графики функций не имеют общих точек.

Ответ: решений нет