ПОВТОРЕНИЕ тренировочные задания 11 класс

# Решение задач на движение.

подготовила учитель математики МБОУСОШ № 43 Ст. Северская Краснодарский край Шкребий Ирина Александровна

## 1. Движение навстречу.
## Решение задачи 1 диагностической работы

Если расстояние между двумя телами равно $s$, а их скорости $v_1$ и $v_2$, то время $t$, через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

1. Расстояние между городами $A$ и $B$ равно 435 км. Из города $A$ в город 8 со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города $B$ выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города $A$ автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение. Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно

$$435 - 60 = 375 \text{ (км)},$$

поэтому автомобили встретятся через время

$$t = \frac{375}{60+65} = 3 \text{ (ч)}.$$

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 часа и проедет $60 \cdot 4 = 240$ (км).

*Ответ.* 240.

## 2. Движение вдогонку.

### Решение задачи 2 диагностической работы

Если расстояние между двумя телами равно $s$, они движутся по прямой в одну сторону со скоростями $v_1$ и $v_2$ соответственно ($v_1 > v_2$) так, что первое тело следует за вторым, то время $t$, через которое первое тело догонит второе, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

2. Два пешехода отправляются в одном направлении одновременно из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

Решение. Время t в часах, за которое расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам, т.е. 0,3 км, находим по формуле

$$t = \frac{0{,}3}{1{,}5} = 0{,}2 \text{ (ч)}.$$

Следовательно, это время составляет 12 минут.

*Ответ.* 12.

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.** Пусть скорость второго автомобиля $x$ км/ч. Поскольку 40 минут составляют $\frac{2}{3}$ часа и это — то время, за которое первый автомобиль будет опережать второй на один круг, составим по условию задачи уравнение

$$\frac{14}{80-x}=\frac{2}{3},$$

откуда $160-2x=42$, т. е. $x=59$.

***Ответ.*** 59.

## 4. Движение по воде.

### Решение задачи 4 диагностической работы

В задачах на движение по воде скорость течения считается неизменной. При движении по течению скорость течения прибавляется к скорости плывущего тела, при движении против течения — вычитается из скорости тела. Скорость плота считается равной скорости течения.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

**Решение.** Пусть искомая величина равна 2х. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}+5=30,$$

откуда

$$\frac{x}{28}+\frac{x}{22}=25,\quad \frac{11x+14x}{28\cdot 11}=25,\quad \frac{25x}{308}=25,\quad x=308.$$

Значит, искомое расстояние равно 616 км.

**5.** Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

**Решение.** Обозначим длину всей трассы через 3s. Тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время $t_1 = \frac{s}{12}$, вторую треть — за время $t_2 = \frac{s}{16}$, последнюю треть — за время $t_3 = \frac{s}{24}$. Значит, время, потраченное им на весь путь, равно

$$t_1 + t_2 + t_2,$$

т.е.

$$\frac{s}{12} + \frac{s}{16} + \frac{s}{24} = \frac{9s}{48}.$$

Поэтому искомая средняя скорость находится по формуле

$$v = 3s : \frac{9s}{48} = 3s \cdot \frac{48}{9s} = 16 \text{ (км/ч)}.$$

*Ответ.* 16.

**6.** По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

**Решение.** Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью $x$ (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние

$$l = 400 + 80 + 120 + 600 = 1200 \text{ (м)}.$$

Поэтому

$$x = \frac{1200}{12} = 100 \text{ (м/мин)},$$

т. е. 6 км/ч.

*Ответ.* 6.

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

**Решение.** За 3 часа первый рабочий сделал $\frac{3}{15}$ всейработы.

Оставшиеся $\frac{12}{15}$ работы рабочие делали уже вместе и потратили на это

$$\frac{12}{15} : \frac{2}{15} = 6\ (\text{ч}).$$

Значит, время, затраченное на выполнение всего заказа, составляет 9 часов.

*Ответ.* 9.

**8.** Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

**Решение.** Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту, $x > 0$. Тогда вторая труба пропускает $x + 6$ литров воды в минуту. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{360}{x} = \frac{360}{x+6} + 10,$$

откуда, сократив на 10, получим

$$\frac{36}{x} = \frac{36}{x+6} + 1,$$

и, следовательно,

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+6} = 1.$$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю:

$$\frac{36(x+6) - 36x}{x(x+6)} = 1,$$

откуда

$$x(x+6) = 36 \cdot 6 \quad и \quad x^2 + 6x - 216 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -18 и 12, из которых только последнее удовлетворяет условию $x > 0$.

*Ответ.* 12.

9. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

Решение. Обозначим через Р стоимость одной рубашки, через $K$ — стоимость куртки. Из условия задачи следует, что 5Р = 0,75К, откуда Р = 0,15К, и, следовательно, 7Р = 1,05К. Значит, семь рубашек дороже куртки на 5%.

*Ответ.* 5.

**10.** Виноград содержит 91% влаги, а изюм — 7%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

**Решение.** Используем ключевую идею: будем следить за массой «чистого», т.е. в данном случае «сухого» вещества в винограде и изюме. Пусть для получения 21 килограмма изюма требуется $x$ кг винограда. Из условия следует, что масса «сухого» вещества в $x$ кг винограда равна $0,09x$ кг. Поскольку эта масса равна массе «сухого» вещества в 21 килограмме изюма, то по условию задачи можно составить уравнение

$$0,09x = 0,93 \cdot 21,$$

откуда

$$9x = 93 \cdot 21,$$

т.е. $x = 217$ кг.

*Ответ.* 217.

11. Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор длиной 100 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме они покрасили 20 метров забора. За сколько дней был покрашен весь забор?

**Решение.** Пусть ребята в первый день покрасили $a_1$ метров забора, во второй — $a_2$ метров и т.д., в последний — $a_n$ метров забора. Тогда

$$a_1 + a_n = 20 \text{ (м)},$$

а за n дней было покрашено

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = 10n$$

метров забора.

Поскольку всего было покрашено 100 метров забора, имеем: $10n = 100$, откуда $n = 10$.

**12.** У гражданина Петрова 1 августа 2000 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 1 августа он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 31 июля начислял 20 % на сумму вклада. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 2200 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2200 рублей, а банк ежегодно начислял 44 % на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

**Решение.** Через n лет в первом портфеле будет сумма

$$1000 + 1000 \cdot 1{,}2 + \ldots + 1000 \cdot 1{,}2^n =$$

$$= 1000 \cdot \frac{1{,}2^{n+1} - 1}{1{,}2 - 1} = 5000(1{,}2^{n+1} - 1) \text{ (руб.)}.$$

В это же время во втором портфеле окажется

$$2200 + 2200 \cdot 1{,}44 + \ldots + 2200 \cdot 1{,}44^{n-6} =$$

$$= 2200 \cdot \frac{1{,}44^{n-5} - 1}{1{,}44 - 1} = 5000(1{,}44^{n-5} - 1) \text{ (руб.)}.$$

Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:

$$5000(1{,}2^{n+1} - 1) = 5000(1{,}44^{n-5} - 1).$$

Отсюда

$$1{,}2^{n+1} = 1{,}44^{n-5}, \quad \text{или} \quad 1{,}2^{n+1} = 1{,}2^{2(n-5)}.$$

Значит,

$$n + 1 = 2n - 10,$$

т.е. n = 11.

*Ответ.* 11.