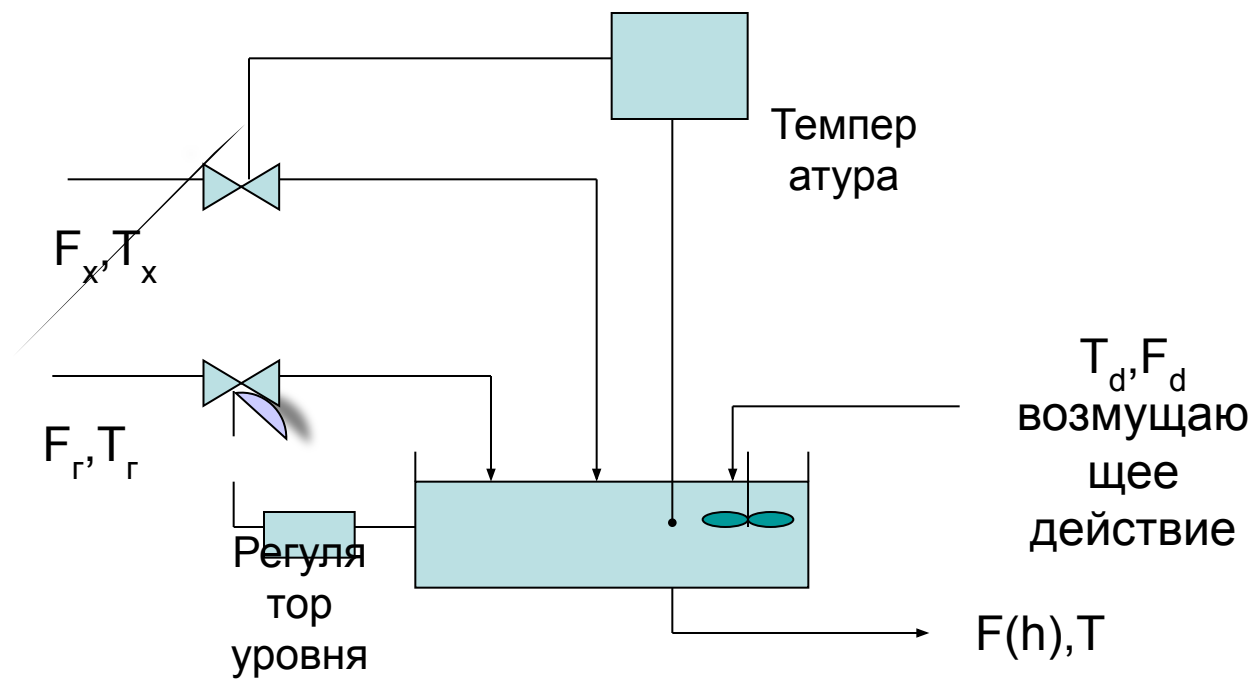


$$F(h) = kh^{1/2}$$



Горячий входной поток характеризуется температурой T_r и регулируемым расходом F_r , холодный поток – температурой T_x и регулируемым расходом F_x . Возмущение - T_d, F_d . В баке происходит

1. Уравнения материального и энергетического балансов.

$$\begin{aligned} A_C(dh/dt) &= F_r + F_x + F_d - F(h) \\ \rho C_p A_C [d(hT)/dt] &= \rho C_p [F_r T_r + F_x T_x + F_d T_d - F(h)T] \quad (1) \end{aligned}$$

*Количество тепла=масса*уд.теплоемкость*разность температур.Но все нужно считать во времени. Теплоемкость-кол-во тепла, которое нужно подвести к системе, чтобы поднять температуру на 1 градус.*

2. Линеаризация. S – индекс рабочей точки.

$$f(x) \approx f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x - a) + \frac{f''(a)}{2!} (x - a)^2 + \dots$$

$$F(h) \approx F(h_S) + \frac{1}{2} k(h - h_S) / h_S^{1/2} :$$

$$F(h)T \approx F(h_S)T_S + F(h_S)(T - T_S) + T_S \frac{1}{2} k(h - h_S) / h_S^{1/2} + \dots$$

$$hT \approx h_S T_S + h_S (T - T_S) + T_S (h - h_S)$$

$$F_d T_d = T_{d_S} F_{d_S} + F_{d_S} (T_d - T_{d_S}) + T_{d_S} (F_d - F_{d_S}) \quad (2)$$

3. Запишем для установившегося режима исходные уравнения.

$$0 = F_{\Gamma_s} + F_{X_s} + F_{d_s} - F(h_s)$$

$$0 = F_{\Gamma_s} T_{\Gamma_s} + F_{X_s} T_{X_s} + F_{d_s} T_{d_s} - F(h_s) T_s \quad (3)$$

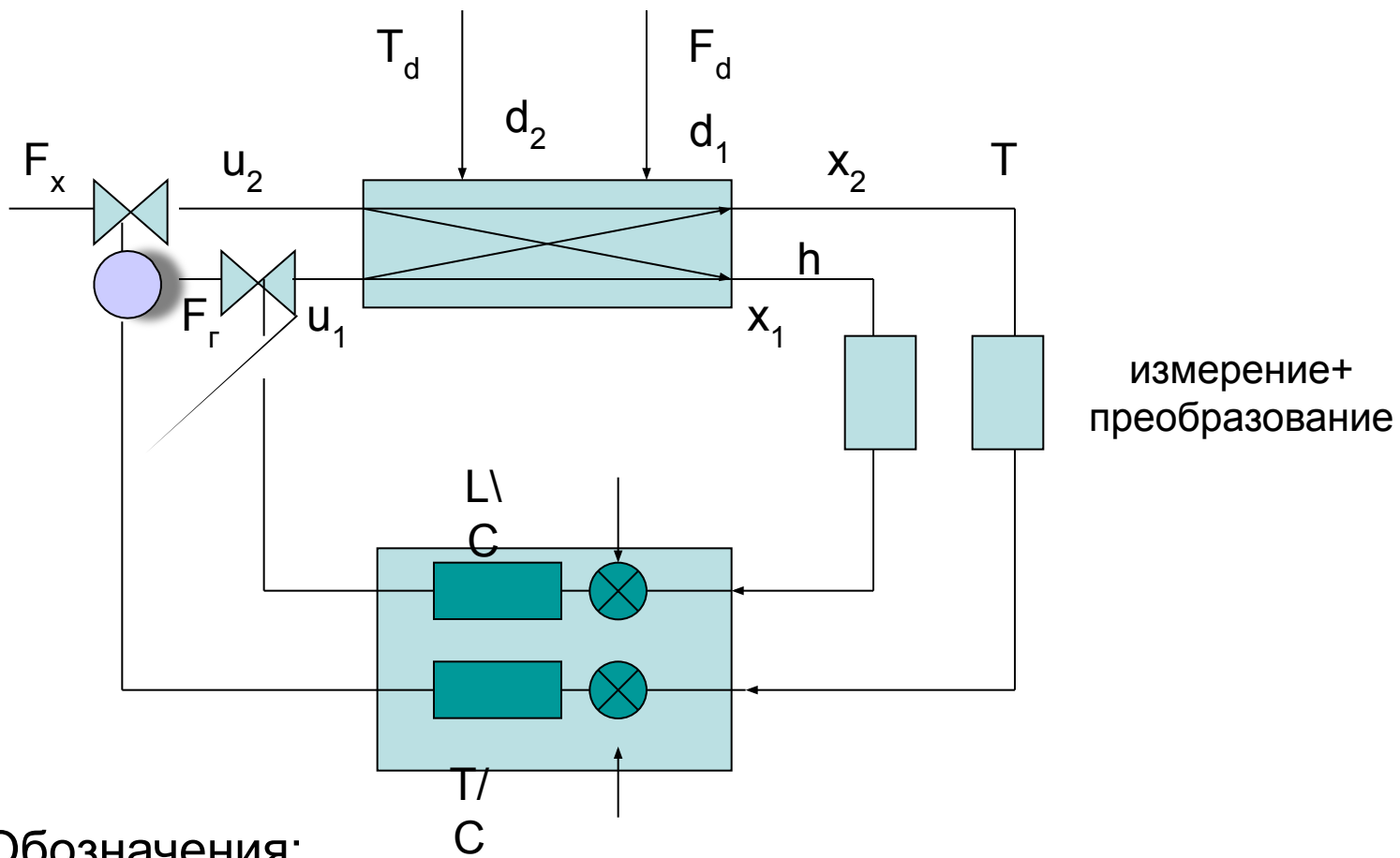
4. Запишем уравнения в отклонениях.

Для этого из уравнения (1) вычтем уравнение (3)

$$A_C(dh/dt) = F_{\Gamma} + F_x + F_d - F(h_s) - (1/2k(h-h_s))/h_s^{1/2}$$

$$- 0 = F_{\Gamma_s} + F_{X_s} + F_{d_s} - F(h_s)$$

$$A_C(dh/dt) = (F_{\Gamma} - F_{\Gamma_s}) + (F_x - F_{X_s}) + (F_d - F_{d_s}) - (1/2k(h-h_s))/h_s^{1/2}$$



Обозначения:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= h - h_s & u_1 &= F_\Gamma - F_{\Gamma s} & d_1 &= F_d - F_{ds} \\
 x_2 &= T - T_s & u_2 &= F_x - F_{xs} & d_2 &= T_d - T_{ds}
 \end{aligned}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{A_C} [u_1 + u_2 + d_1 - \frac{1}{2} kx_1 / h_s^{1/2}], m.K. \quad F(h_s) = kh_s^{1/2}$$

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \frac{1}{A_C} [u_1 + u_2 + d_1 - \frac{1}{2} \frac{F(h_s)}{h_s} x_1] \\ \frac{dx_2}{dt} = (\frac{1}{A_C h_s}) [(T_\Gamma - T_S)u_1 + (T_X - T_S)u_2 + (T_{d_s} - T_S)d_1 + F_{d_s} d_2 - F(h_s)x_2] \end{cases}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \frac{F(h_s)}{A_C h_s} & 0 \\ 0 & -\frac{F(h_s)}{A_C h_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_C} & \frac{1}{A_C} \\ \frac{T_\Gamma - T_S}{A_C h_s} & \frac{T_X - T_S}{A_C h_s} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Найдем решение. $x(t) = e^{A(t-t_0)} x_0 + \int_{t_0}^t e^{A(t-r)} [Bu(r) + Td(r)] dr$

т.к. матрица A – диагональна, то она уже как бы приведена к каноническому виду. Решаем $\det(A - \lambda I) = 0$, т.е. $F(h_s)$ известно

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \frac{F(h_s)}{A_C h_s}, \quad \lambda_2 = -\frac{F(h_s)}{A_C h_s};$$

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{1}{2} \frac{F(h_s)}{A_C h_s} t} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{F(h_s)}{A_C h_s} t} \end{bmatrix}$$

Рассчитаем реакцию на единичное ступенчатое возмущение по u_1, u_2 в $t=0$ при условии $x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix}$, а $d_1 = d_2 = 0$

Для этого случая

$$x(t) = e^{At} x_0 + \int_0^t e^{A(t-r)} Bu(r) dr; \quad x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{cases} e^{\lambda_1 t} x_{10} + \int_0^t e^{\lambda_1(t-r)} \frac{2}{A_C} dr \\ e^{\lambda_2 t} x_{20} + \int_0^t e^{\lambda_2(t-r)} \frac{T_\Gamma + T_X - 2T_S}{A_C h_s} dr \end{cases}$$