НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

«Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет»
Кафедра «Механика грунтов и геотехника»
Научно-образовательный центр «Геотехника»

Теоретические основы механики грунтов

Профессор кафедры механики грунтов и геотехники,
главный научный сотрудник НОЦ «Геотехника»
д.т.н., профессор, лауреат премии Правительства РФ

Тер-Мартиросян Завен Григорьевич

Глава 2. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

2.1. Общие положения

Под механическими свойствами грунтовой среды следует понимать ее способность сопротивляться объемным изменениям (объемные деформации) и формоизменениям (сдвиговые деформации) в допредельном состоянии, а в предельном (по прочности) – ее способность сопротивляться касательным напряжениям вдоль поверхностей скольжения. Кроме того, грунтовая пористая среда оказывает существенное сопротивление движению поровой воды под действием градиента напора в воде, что отражается на механических свойствах грунтов.

Для описания механических свойств грунтовой среды в настоящее время пользуются математическим аппаратом механики сплошной среды, в том числе – теорий упругости, пластичности и ползучести. Однако специфические особенности грунтовой среды предъявляют особые требования к экспериментальному изучению ее механических свойств и к математическому описанию этих свойств. Особые трудности возникают при описании механических свойств водонасыщенных грунтов из-за сложного характера взаимодействия поровой воды и скелета грунта в допредельном и в предельном состояниях. При рассмотрении консолидационного процесса, сопровождаемого изменением соотношений между твердой и жидкой фазами в единице объема (массоперенос), возникает необходимость учитывать уравнение массопереноса и использовать две системы напряжений – для скелета и для поровой воды.

Все эти и другие особенности механических свойств грунтовой среды, обусловленные дисперсностью и многофазностью, во многом отличают механику грунтов от механики однородных сплошных сред и делают её самостоятельной наукой. Она необходима для решения многих инженерных задач, связанных с использованием грунтового массива в качестве основания, среды и материала сооружений.

Таким образом, изучение и математическое описание механических свойств грунтовой среды является первостепенной задачей механики грунтов. От успешного решения этих вопросов зависит и решение многих проблем строительства в сложных инженерно-геологических условиях.

К механическим свойствам грунтов следует отнести: *деформируемость* при объемном изменении и формоизменении в допредельном

(по прочности) состоянии, *прочность* грунта в предельном напряженном состоянии, когда полностью мобилизуется внутреннее сопротивление грунтов за счет трения и сцепления, *деформируемость и проницаемость* газосодержащей поровой воды, взаимодействующей со скелетом грунта и влияющей на его деформируемость и прочность.

2.2. Деформируемость грунтов

Деформируемости грунтов при изменении объема и при формоизменении существенно отличаются друг от друга, что обусловлено, главным образом, неодинаковым сопротивлением грунтов сжимающим и растягивающим напряжениям при различных схемах нагружения. Поэтому механические свойства грунтов изучают в различных приборах, в которых реализуются различные НДС. К таковым следует отнести испытания в приборах компрессионного и трехосного сжатия, сжатия-растяжения, перекашивания, кручения, цилиндрического среза (*рис. 2.1*) и многие другие.

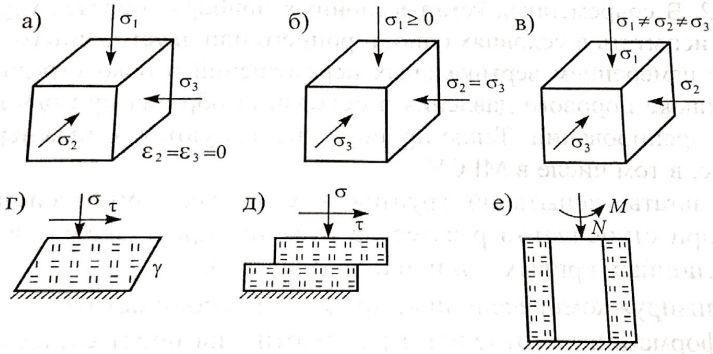

Рис. 2.1. Основные схемы испытаний грунтов в лабораторных условиях: *а) компрессия*, б) осесимметричное трехосное сжатие (сжатие-растяжение), *в) несимметричное трехосное сжатие*, г) простой сдвиг (перекашивание), д) срез, *е) кручение полых цилиндров*

Режим испытаний в этих схемах может быть самым различным: статическим (ступенчатым), динамическим (циклическим, вибрационным), кинематическим с заданным режимом скорости деформирования, релаксационным с фиксацией заданной начальной деформации и измерением релаксирующего (уменьшающегося) напряжения. Кроме того, для водонасыщенных грунтов чрезвычайно важно усло-

вие дренирования поровой воды из образца грунта, а также предварительное уплотнение образцов, особенно при трехосных и сдвиговых испытаниях. По этому показателю различают три вида испытаний: *консолидированно-дренированные (кд), консолидированно-недренированные (кн) и неконсолидированно-недренированные (нн) испытания.* Во всех этих видах испытаний вместе с измерениями деформаций и напряжений измеряют также поровое давление.

Наряду с лабораторными испытаниями для ответственных сооружений проводят также полевые испытания штампа и прессиометра и зондами различной конфигурации. Ниже приводится краткий обзор методов испытаний грунтов в лабораторных и полевых условиях.

2.2.1. Компрессионное сжатие

Испытания грунтов в условиях компрессионного сжатия получили наибольшее распространение благодаря их простоте и надежности при испытании образцов и нарушенной, и ненарушенной структуры. Схематический разрез компрессионного прибора представлен на *рис. 2.2*. В современных компрессионных приборах образец грунта можно испытать в условиях одностороннего или двустороннего дренажа, с измерением вертикальных перемещений и бокового давления, а также порового давления в основании образца при одностороннем дренировании. Такие приборы используются в инженерной практике, в том числе в МГСУ.

Результаты испытаний грунтов в условиях компрессионного сжатия при ступенчатом режиме нагружения представляют в виде компрессионных кривых e–p или ε_1–p (*рис. 2.3*).

Анализируя компрессионные кривые, можно отметить:

– деформации уплотнения и разуплотнения носят существенно нелинейный характер;

– наличие гистерезиса говорит об упруго-пластическом характере деформирования образцов, причем остаточная часть деформации существенно, до 10 раз, превышает восстанавливающуюся часть деформации;

– при компрессионном сжатии одновременно с объемными деформациями развиваются и сдвиговые деформации ($\gamma > 0$; см. *рис. 2.2*);

– с ростом уплотняющей нагрузки уменьшаются приращения деформации при $p \to p^*$, $e \to e^*$;

– объемные деформации грунта при всестороннем сжатии меньше, чем при компрессионном сжатии (см. пунктир *рис. 2.3*).

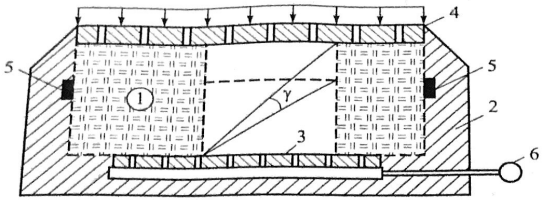

Рис. 2.2. Схема прибора компрессионного сжатия:
1 – образец, 2 – металлический, жесткий цилиндр, 3, 4 – нижний и верхний перфорированные штампы, 5 – датчик для измерения бокового давления, 6 – датчик для измерения порового давления; пунктиром указана форма столбика образца грунта до и после уплотнения, γ – угловая (сдвиговая) деформация образца в компрессионном приборе

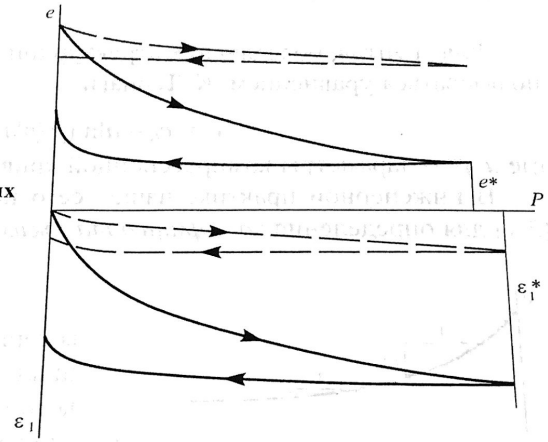

Рис. 2.3. Вид компрессионных кривых глинистого грунта при нагрузке и разгрузке
Пунктиром показаны кривые при всестороннем сжатии

В случае испытания грунтов ненарушенной естественной структуры зависимости e–σ_1 и ε_1–σ_1 существенно отличаются и имеют ярко выраженный участок, характеризующий структурную прочность или давление переуплотнения $p = p^*$ (*рис. 2.4*). Оно обусловлено структурными связями между частицами грунта, образовавшимися в процессе формирования грунта в течение тысячелетий.

Компрессионную кривую в общем случае можно описать, если известны начальный коэффициент пористости e_0, начальная высота

образца h, осадка от ступени нагрузки s_i, тогда можем записать:

$$e_i = e_0 - (1 + e_0)\, s_i / h = e_0 - (1 + e_0)\, \varepsilon_i . \qquad (2.1)$$

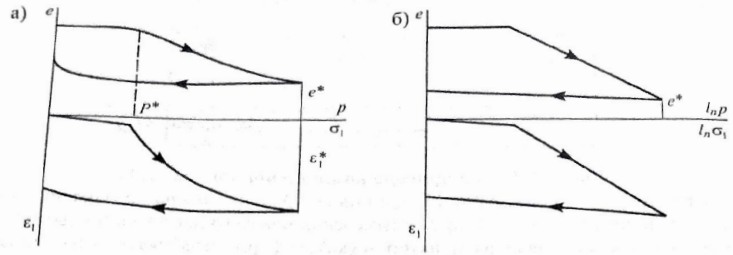

Рис. 2.4. Вид компрессионных кривых переуплотненного глинистого грунта ненарушенной структуры в координатах e–p, ε_1–σ_1(а) и e–$\ln p$, ε_1–$\ln\sigma_1$ (б)

Для грунтов, обладающих структурной прочностью, можно воспользоваться уравнением К. Терцаги

$$e_i = e_0 - a\ln (p_i/p^*), \qquad (2.2)$$

где a, p^* – параметры компрессионной кривой.

В инженерной практике чаще всего пользуются зависимостью (2.1) для определения *коэффициента сжимаемости грунта*

$$m_0 = \Delta e/\Delta p, \qquad (2.3)$$

который характеризует тангенциальный модуль уплотнения и который существенно меняется от степени нагружения (рис. 2.5)

Из (2.1) следует соотношение

$$\Delta e = (1 + e_0)\, \Delta\varepsilon_1, \qquad (2.4)$$

где $\Delta\varepsilon_1 = \Delta s/h$ – приращение относительной деформации образца в интервале напряжений $\Delta\sigma_1$, $\Delta e = e_0 - e_i$.

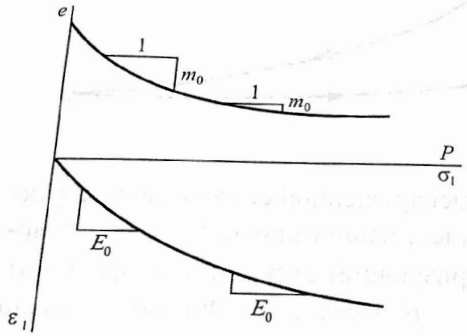

Рис. 2.5. Расчетная схема к определению коэффициентов сжимаемости (а) и относительной сжимаемости (б) по результатам компрессионных кривых

Сравнивая (2.1) и (2.4), получаем

$$\Delta\varepsilon = \frac{m_0}{1+e_0}\cdot\Delta\sigma_1 = m_v\cdot\Delta\sigma_1$$

или

$$\varepsilon_1 = m_v\sigma_1, \qquad (2.5)$$

где m_v – коэффициент относительной сжимаемости грунта.

Аналогичные зависимости можно написать в случае необходимости описания кривых компрессии при разуплотнении.

Чрезвычайный интерес для теории и практики представляет случай, исследованный нами на объекте Днепро-Бугского лимана по заданию «Укргипроводхоза». Илистые отложения большой мощности на этом лимане имеют неоднородное сложение по глубине. Так, например, коэффициент пористости в естественном состоянии для них колеблется от 6,0 (на поверхности) до 0,75 (на глубине 10 м). Если зависимость $e(z)$ представить в виде

$$e(z) = e(0) - b[1 - \exp(a - z)], \qquad (2.6)$$

где a, b – параметры; $e(0)$ – коэффициент пористости на поверхности, то легко определить закономерность изменения уплотняющей нагрузки по глубине слоя, полагая, что

$$\sigma(z) = \int_0^z (\gamma_s - \gamma_w)/(1 + e(z))dz. \qquad (2.7)$$

Подставляя в это выражение формулу (2.6), после интегрирования получаем

$$\sigma(z) = [(\gamma_s - \gamma_w)/a(1 + e_0 - b)]\ln\{b/(1 + e_0) + [1 - b/(1 + e_0)]\exp(-az)\}. \qquad (2.8)$$

По зависимостям (2.6) и (2.8) легко определить компрессионную кривую, вычисляя для каждой глубины $\sigma(z)$ и $e(z)$. Таким образом получим исходную компрессионную кривую по глубине

$$e(z) = e(0) - b\{1 - \exp[-\ln(\exp(a_0\sigma_z/d_0 - b_0))/c_0]\}, \qquad (2.9)$$

где $a_0 = (1 + e_0 - b)$, $b_0 = b/(1 - e_0)$, $c_0 = 1 - b/(1 + e_0)$, $d_0 = \gamma_s - \gamma_w$, и это позволит определить коэффициент относительной сжимаемости по глубине.

Сравнивая природную компрессионную зависимость (кривая 2 на *рис. 2.6*) с компрессионной кривой, полученной в лабораторных условиях (кривая 1 на *рис. 2.6*), видим, что на начальном участке имеется существенное расхождение между ними, что обусловлено незавершенностью процесса консолидации в лабораторных условиях. Можно показать, что при коэффициенте консолидации слабых водонасыщенных глин $c_v = 20$ см²/год в слое мощностью 40 м время для завершения процесса консолидации под действием собственного веса составит 1 000 000 и более лет. Отсюда видно, что осадкообразование ила в дельтах рек и в морских глинах – процесс длительный, протекающий сотни тысяч и миллионы лет.

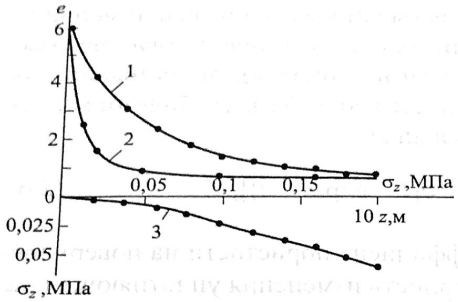

Рис. 2.6. График зависимости коэффициента пористости глинистого грунта от напряжения в скелете грунта:
1 – по результатам лабораторных испытаний, 2 – по данным натурных измерений, 3 – кривая зависимости напряжений в скелете грунта от глубины

Связь между коэффициентами относительной сжимаемости m_v и модулем общей деформации грунта. Эту связь можно получить, воспользовавшись обобщенным законом Гука для заданного интервала напряжений, т.е. соотношениями

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3),$$
$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_3), \qquad (2.10)$$
$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2),$$

где ν – коэффициент Пуассона, равный отношению абсолютных величин поперечных и продольных деформаций при одноосном сжатии:

$$\nu = \varepsilon_2/\varepsilon_1 = \varepsilon_3/\varepsilon_1. \qquad (2.11)$$

Учитывая, что при компрессионном сжатии $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, из (2.10) получим

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_1. \qquad (2.12)$$

Тогда из (2.10) следует, что при компрессионном сжатии

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}\left(1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}\right) = \frac{\sigma_1}{E}\beta, \qquad (2.13)$$

где β – коэффициент, зависящий от ν, причем $\beta \le 1$, следовательно, ε_1 в условиях компрессионного сжатия грунта всегда меньше, чем при одноосном сжатии.

Из сравнения (2.13) и (2.5) следует, что

$$\varepsilon_1 = \sigma_1\beta / E = m_v\sigma_1, \qquad (2.14)$$

и тогда

$$m_v = \beta/E. \qquad (2.15)$$

Выше было отмечено, что в условиях компрессионного сжатия грунта возникает и объемная, и сдвиговая деформации. Они протекают одновременно и влияют друг на друга. Это легко показать, если взять $\nu = 0{,}25$. Тогда $\sigma_2 = \sigma_3 = 0{,}3\sigma_1$ и, следовательно, $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 = 0{,}7\sigma_1$. Рассуждая аналогичным образом, можно показать, что средняя объемная деформация при компрессионном сжатии составляет треть осадки: $\varepsilon = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)/3 = \varepsilon_1/3 = 0{,}33\ \varepsilon_1$, а сдвиговая часть деформации ε_1, выраженная через интенсивность деформации, будет равна $\varepsilon_i = 2\sqrt{I_2/3} = 2\varepsilon_1/3 = 0{,}61\varepsilon_1$.

Это обстоятельство необходимо учитывать при прогнозе НДС в массиве грунта, так как грунт неодинаково сопротивляется объемным и сдвиговым деформациям. С этой целью обобщенный закон Гука (2.10) можно представить в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \dfrac{1}{2G}(\sigma_1 - \sigma) + \dfrac{\sigma}{k}, \\ \varepsilon_2 = \dfrac{1}{2G}(\sigma_2 - \sigma) + \dfrac{\sigma}{k}, \\ \varepsilon_3 = \dfrac{1}{2G}(\sigma_3 - \sigma) + \dfrac{\sigma}{k}, \end{cases} \qquad (2.16)$$

где σ – среднее напряжение, равное $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, а модули сдвига G и объемной деформации K соответственно равны

$$G = E / [2(1+\nu)]; \quad K = E/(1-2\nu). \tag{2.17}$$

Отсюда можно получить выражение для ν в виде

$$\nu = \frac{K - 2G}{2(K+G)}. \tag{2.18}$$

Если предположить, что грунтовая среда обладает свойством вязкости при сдвиге, а при объемной деформации проявляет свойство упругости, то можно записать выражение для скоростей компонентов деформации:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{1}{2\eta}(\sigma_1 - \sigma) + \frac{\dot{\sigma}}{k},$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{2\eta}(\sigma_2 - \sigma) + \frac{\dot{\sigma}}{k}, \tag{2.19}$$

$$\dot{\varepsilon}_3 = \frac{1}{2\eta}(\sigma_3 - \sigma) + \frac{\dot{\sigma}}{k},$$

где η – вязкость скелета грунта, имеющая единицу измерения в пуаз; 1 пуаз = 0,012 гс/см^2 ≈ 1,2·10^{-6} кгс/см^2.

2.2.2. Трехосное сжатие

Испытание грунтов в условиях трехосного сжатия – наиболее распространенное после компрессии и широко применяется для определения деформационных (E, ν) и прочностных (φ, c) характеристик грунта. В трехосных испытаниях реализуются либо симметричное ($\sigma_1 \neq \sigma_2 = \sigma_3$), либо несимметричное ($\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$) НДС .

Преимущество трехосных испытаний заключается в том, что в них можно создать любой вид напряженного состояния, любую траекторию и режим нагружения, с предварительным и без предварительного гидростатического сжатия, в условиях дренажа или закрытой системы. Кроме того, отсутствует трение по боковой поверхности образцов (если не считать сопротивление резиновых оболочек). Трехосные

испытания реализуются по двум схемам симметричного трехосного сжатия (*рис. 2.8*) и несимметричного трехосного сжатия (*рис. 2.7*).

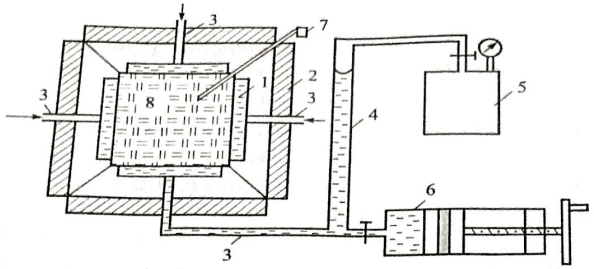

Рис. 2.7. Схема прибора несимметричного трехосного сжатия конструкции автора книги:

1 – камера несимметричного трехосного сжатия с резиновой пленкой, 2 – упорные плиты, 3 – гибкие прозрачные шланги большого давления, 4 – объемомерная прозрачная стеклянная полированная трубка, 5 – ресивер со сжатым воздухом, 6 – цилиндр для компенсации расходов жидкости в рабочей камере, 7 – датчик для измерения порового давления, 8 – образец кубической формы 10×10×10 см: остальные три камеры соединяются с нагрузочной гидравлической системой аналогичным образом

Важным этапом испытания в условиях трехосного сжатия является предварительное обжатие образцов, отобранных из скважин с различных глубин. Чаще всего предварительное обжатие осуществляется путем гидростатического обжатия грунтов давлением, равным

$$p = \sum_{i=1}^{i=n} \gamma_i \cdot h_i,$$

где γ_i – удельный вес i-го слоя грунта, h_i – мощность i-го слоя, n – количество слоев до глубины отбора образца. Такой способ предварительного нагружения приближает исходное НДС образца и НДС грунта в условиях естественного залегания, но не всегда он адекватен. Дело в том, что в условиях естественного залегания НДС определяется не только величиной $\sigma_z = p$, но и $\sigma_x = \sigma_y = \xi_0\sigma_z$, где ξ_0 – неизвестный коэффициент бокового давления. Кроме того, если образец грунта находится ниже уровня грунтовых вод, то в нем имеется поровое гидростатическое давление, равное

$$u_w(0) = \gamma_w h_w + P_a,$$

где γ_w – удельный вес воды, h_w – столб воды над образцом грунта в натуре, P_a – атмосферное давление.

Строго говоря, следовало бы в процессе предварительного обжатия воссоздать исходное НДС и исходное поровое давление в образце грунта. Трудность заключается в определении ξ_0. Выполненные исследования в лаборатории прикладной геомеханики МГСУ показали, что учет ξ_0 и $u_w(0)$ существенно влияет на результаты испытания как в допредельном, так и в предельном состояниях образца. В частности, обнаруживается деформационная анизотропия на начальном этапе нагружения, что влияет на кривую $\varepsilon_1 - \sigma_1$. Кроме того, такая методика позволяет более точно определять коэффициент порового давления: $\beta_w = \Delta u_w/\Delta\sigma$, так как $\Delta u_w = u_w' - u_w(0)$, где u_w' – суммарное поровое давление.

К некоторым результатам таких испытаний мы обратимся позже.

Во многих случаях приходится испытывать образцы грунта нарушенной структуры заданной плотности – влажности, когда грунт используется в качестве строительного материала (дамбы, ядро и экран плотины и др.). Кроме того, из-за сложности получения необходимого количества образцов грунтов приходится готовить образцы нарушенной структуры с плотностью – влажностью, близкой к естественной. Известен способ приготовления образцов путем послойного уплотнения увлажненного порошка динамическим способом, что возможно для малогабаритных образцов высотой до 10–12 см. При этом получаются неоднородные образцы. Наибольший эффект при этом достигается при влажности порошка, близкой к оптимальной ($W = W_{опт}$), при этом следует соблюдать условие для высоты $h < 2d$, где d – диаметр цилиндра для высоты каждого слоя.

Нами был предложен широко использующий в нашей лаборатории способ приготовления *образцов-близнецов* заданной плотности – влажности нарушенной структуры [52, 56]. Равномерно увлажненный порошок глинистого грунта помещают в эксикатор для дальнейшего равномерного распределения влаги в мелких (до 0,5 мм) комочках грунта. Затем его равномерно укладывают слоями 1–2 см в перфорированном цилиндре диаметром 25 см, высотой 40 см и слегка трамбуют до плотности 1,5 г/см³. Этот цилиндр вместе с грунтом помещают в вакуумную камеру с подвижной крышкой, над которой

имеется резиновое уплотнение. Создание вакуума в камере способствует, с одной стороны, откачиванию воздуха из увлажненного порошка и с другой – создает уплотняющее давление на грунт в перфорированном цилиндре. Это давление намного превосходит атмосферное, так как площади подвижного штампа $A_ш$ и вакуумной камеры $A_в$ отличаются в несколько раз (до 10 и более). Тогда $\sigma_{упл} = p_{вак}(A_в/A_ш)$, где $p_{вак}$ – созданное в камере давление разжижения. Так, при $p_{вак} = p_{атм}$ и $A_в/A_ш = 30$, $\sigma_{упл} = 3{,}0$ МПа! Возникающий в камере вакуум способствует более плотной упаковке частиц и получению образцов с высокой степенью водонасыщенности при любых значениях влажности, что трудно осуществить другим способом.

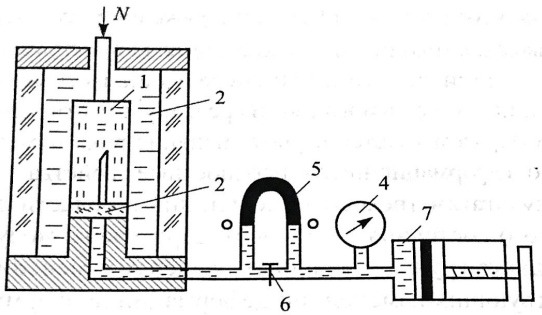

Рис. 2.8. Схема прибора для измерения порового давления компенсационного типа:

1 – образец, 2 – камера трехосного сжатия, 3 – перфорированный штамп и перфорированная медицинская игла, 4 – манометр, заполненный дегазированной водой, 5 – нуль-индикатор с плавающей на воде жидкостью на основе масла, 6 – кран безрасходный, 7 – цилиндр давления, заполненный дегазированной водой

В случае необходимости получения образцов с полным водонасыщением следует предварительно зафиксировать подвижную крышку вакуумной камеры до полного набора вакуума в камере. Это позволяет практически полностью удалить воздух из межчастичного пространства увлажненного порошка и при последующем постепенном освобождении от фиксации крышки происходит уплотнение двухфазного грунта при вакууме, что в конечном итоге приводит к образованию водонасыщенного грунта заданной плотности-влажности.

Этот способ выгодно отличается от известного способа предварительного уплотнения грунтовой пасты. Во-первых, потому, что

сроки приготовления водонасыщенных образцов сокращаются в десятки и сотни раз, и, во-вторых, появляется возможность приготовить образцы водонасыщенного грунта высотой 10–12 см, диаметром 4–6 см из одного целого диаметром 20–25 см, высотой 15 см.

Таким образом, разработан эффективный и доступный экспресс-метод приготовления образцов-близнецов глинистого грунта нарушенной структуры заданной плотности-влажности.

Одновременно с этим разработано устройство [56] для приготовления образцов при заданных значениях исходного НДС, образцов с любым параметром Надаи – Лоде $-1 \le \lambda_\sigma \le +1$ (см. формулу 2.21). Для этого приготовленные вышеизложенным способом образцы предварительно уплотненного грунта помещают в камеру несимметричного трехосного сжатия и создают в нем НДС с напряжениями $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, поддерживая в таком состоянии длительное время. Образец «привыкает» к такому НДС, запоминает его и при последующем испытании в приборе несимметричного трехосного сжатия реагирует соответствующим образом. Таким образом удается изучить влияние вида исходного НДС образца на его деформационные и прочностные свойства.

По результатам трехосных испытаний в области допредельного напряженного состояния могут быть определены модули объемного сжатия и сдвига грунта в заданных пределах изменения напряжений и соответствующих изменениий деформаций по формулам

$$K = \Delta\sigma/\Delta\varepsilon, \qquad G = \Delta\tau_i/\Delta\gamma_i, \tag{2.20}$$

где $\Delta\sigma = (\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3)/3$, $\Delta\varepsilon = (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3)/3$,

$$\Delta\tau_i = \Delta\sqrt{I_{2\sigma}}, \qquad \Delta\gamma_i = \Delta\sqrt{I_{2\varepsilon}},$$

$I_{2\sigma}$, $I_{2\varepsilon}$ – вторые инварианты тензоров напряжений и деформаций соответственно.

В случае осесимметричного трехосного сжатия

$$\Delta\sigma = (\Delta\sigma_1 + 2\Delta\sigma_2)/3, \ \Delta\tau_i = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)/\sqrt{3}, \ \Delta\varepsilon = (\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_3)/\sqrt{3},$$
$$\Delta\gamma_i = (\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_3)/\sqrt{3}.$$

Трехосные испытания, как правило, проводят в кинематическом или статическом (ступенчатом) режимах нагружения вдоль оси цилиндрического образца после предварительного гидростатического обжатия и при неизменном давлении в камере трехосного сжатия. Результаты испытаний представляют на диаграмме, называемой паспортом прочности (*рис. 2.9*).

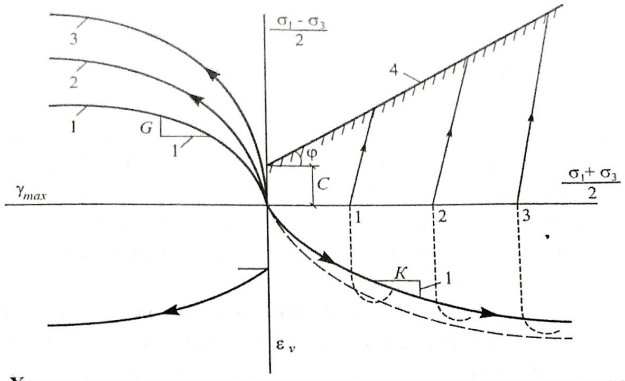

Рис. 2.9. Характерная диаграмма паспорта прочности глинистого грунта по результатам осесимметричного трехосного сжатия

Из рисунка видно, что объемные и сдвиговые деформации существенно нелинейно зависят от величины гидростатического обжатия и девиатора нагружения соответственно. При этом сдвиговые деформации существенно зависят от предварительного обжатия грунта (кривые 1, 2, 3), а объемные деформации, в свою очередь, зависят от действия касательных напряжений, так как наблюдается дополнительная деформация при девиаторном нагружении (контракция). Как показывает опыт, процесс *контракции* при приближении к разрушению образца (прямая 4 на рисунке) переходит в разуплотнение (дилатансия), что характерно для песчаных грунтов.

Таким образом, по результатам испытаний трех образцов с одинаковыми исходными физическими свойствами (плотность-влажность) в приборе оссемметричного трехосного сжатия можно получить зависимости $\gamma - \tau$, $\varepsilon_v - \sigma_v$, $\tau^*_{max} - \sigma$, которые позволяют определить параметры деформируемости $G(\sigma, \tau)$, $K(\sigma, \tau)$, дилатансии $\Delta\varepsilon_v(\sigma, \tau)$ и прочности грунта φ, c. Очевидно преимущество трехосных испытаний по сравнению с компрессионными испытаниями, описанными выше.

Если испытания проводить по специальной траектории и в особом режиме нагружения, можно установить зависимость этих параметров от вида напряженного состояния, который характеризуется параметром Надаи – Лоде λ_σ, который меняется в пределах от –1 до +1, причем $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ и определяется формулами

4 Заказ 1869

$$\lambda_\sigma = \{2\sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_3)\} / \sigma_1 - \sigma_3. \qquad (2.21)$$

При $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ $\lambda_\sigma = -1$, и раздавливание образца происходит за счет роста σ_1. При $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$ $\lambda_\sigma = +1$, и раздавливание образца происходит за счет роста давления в камере, т.е. за счет обжатия цилиндрического образца. Опыты показывают, что сопротивление грунтов при $\lambda_\sigma = +1$ больше, чем при $\lambda_\sigma = -1$.

К этому вопросу мы еще вернемся в специальных разделах этой книги при обсуждении результатов испытаний в несимметричных приборах трехосного сжатия.

Следует отметить, что приведенные выше результаты испытаний представлены, как и прежде, в эффективных напряжениях или для стабилизированных условий НДС образца. Если трехосные испытания проводятся в условиях закрытой системы, то измерение порового давления в образце грунта является обязательным. Это позволяет определить эффективные напряжения в скелете грунта и обработать результаты испытаний соответствующим образом. В связи с этим испытания в приборах трехосного сжатия различают по условиям дренирования на консолидированно-дренированные (кд); консолидированно-недренированные (кн) и неконсолидированно-недренированные (нн).

2.3. Водопроницаемость и влагопроводность грунтов

2.3.1. Водопроницаемость

Водопроницаемость – свойство водонасыщенного грунта, содержащего свободную воду, пропускать (фильтровать) через свои поры воду сплошным потоком под действием градиентов напора воды. Под сплошным потоком воды понимается её движение по объему пор, исключая объем, занятый связанной водой. Поскольку градиенты напора воды в порах массива грунта возникают под действием граничных нагрузок, собственного веса или напоров на границе, то процесс фильтрации связан с распределением давления в поровой воде.

Рассмотрим сначала движение несжимаемой жидкости в неизменной пористой среде. Из-за того, что движение жидкости между минеральными частицами носит сложный характер, принято рассматривать не скорость в отдельных точках пор грунта, а средние значе-

ния этих скоростей. В практических расчетах движение жидкости в пористой среде рассматривается как параллельно-струйное ламинарное движение.

Пусть вектор средней скорости жидкости относительно неподвижного минерального скелета грунта в рассматриваемом сечении, площадью F, будет равен $\vec{u}$, а площадь пор в этом сечении будет F_n, где n – пористость грунта. Расход воды через площадь F будет равен $Q = F\,n\,u$, а расход через единичную площадь грунта составит $v = n\,u$ и называется *скоростью фильтрации* (водопроницаемости).

Вектор скорости фильтрации можно разложить на составляющие v_x, v_y, v_z следующим образом:

$$v_x = n\,u_x, \quad v_y = n\,u_y, \quad v_z = n\,u_z. \tag{2.22}$$

При рассмотрении установившегося движения идеальной (невязкой) жидкости в трубке с гладкими стенками воспользуемся уравнением Бернулли

$$\frac{p}{\rho_w g} + z + \frac{v^2}{2g} = \text{const}, \tag{2.23}$$

где ρ_w – плотность жидкости, g – ускорение силы тяжести, z – относительная высота в наклонной трубке.

Величина $p/\rho_w g$ называется *пьезометрической высотой*, обусловленной давлением в поровой жидкости, а $v^2/2g$ – *скоростным напором*. Сумма двух первых членов уравнения (2.23) называется *пьезометрическим напором* и обозначается h:

$$h = \frac{p}{\rho_w \cdot g} + z. \tag{2.24}$$

Тогда уравнение (2.23) принимает вид

$$h + v^2 / 2g = \text{const}. \tag{2.25}$$

При установившемся движении реальной неидеальной (вязкой) жидкости всегда имеется внутреннее трение, которое необходимо учитывать в уравнении движения жидкости путем введения соответ-

ствующих дополнительных членов. В частности, при фильтрации жидкости вязкость является определяющим фактором, и соотношения (2.23)–(2.25) не выполняются.

Рассмотрим движение реальной вязкой жидкости в трубке, заполненной грунтом (*рис. 2.10*).

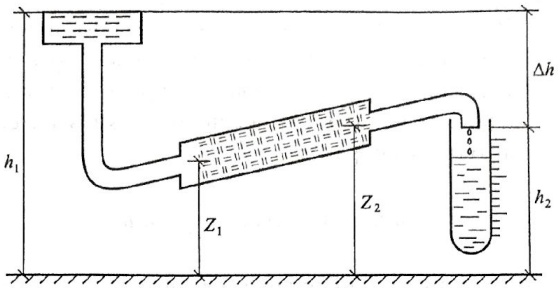

Рис. 2.10. Схема фильтрации воды через грунтовую среду при наличии градиента пьезометрического напора $\Delta h = h_1 - h_2$

Если ввести понятие гидравлического градиента i как отношения потери напора $\Delta h = h_1 - h_2$ на отрезке пути Δl, то получим

$$i = \Delta h / \Delta l \qquad (2.26)$$

или, перейдя к бесконечно малым величинам,

$$i = dh / dl. \qquad (2.27)$$

Многочисленные эксперименты при установившемся и неустановившемся режимах фильтрации в грунтах показывают, что *скорость фильтрации прямо пропорциональна гидравлическому градиенту*, т. е.

$$V = k_f i, \qquad (2.28)$$

где k_f – коэффициент пропорциональности, или коэффициент фильтрации, имеющий размерность скорости фильтрации (см/с, м/сут), и при единичном градиенте напора равен скорости фильтрации.

Уравнение (2.28) – это известный закон Дарси, предложенный им в 1816 г. для описания движения грунтовых вод, но и сегодня успешно используется для этой цели.

В некоторых видах плотных глинистых грунтов, содержащих большое количество глинистых минералов, обнаруживается *порог водопроницаемости*, связанный с определенным значением гидравлического градиента i_0 (*рис. 2.11*), называемым *начальным градиентом напора*. В таких грунтах процесс фильтрации начинается только после преодоления этого порога, т.е. когда $i > i_0$. Поэтому уравнение (2.28) записывается в виде

$$V = K_f (i - i_0). \qquad (2.29)$$

Зависимость (2.29) при i, близких к i_0, можно приблизительно представить также в виде степенной функции

$$V = K_f\, i^m, \qquad (2.30)$$

где m – эмпирический параметр.

Можно показать [52, 71], что начальный градиент обусловлен вязко-пластическими свойствами жидкости, в которой скорость сдвиговой деформации зависит от касательных напряжений по соотношению

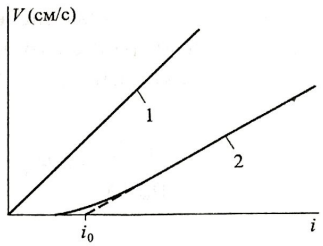

Рис. 2.11. Характерные графики зависимости скорости фильтрации от гидравлического градиента при фильтрации в песчаном (1) и глинистом (2) грунтах

$$\dot{\gamma}_w = \frac{\tau_w(r) - \tau^*_w}{\eta_w}, \qquad (2.31)$$

где $\tau_w(r)$, τ^*_w – соответственно изменяющееся по радиусу пор r и предельное значение касательных напряжений в поровой жидкости, η_w – коэффициент вязкости течения жидкости. Когда $\tau_w(r) > \tau^*_w$ при $0 < r < R$, где R – радиус пор, происходит фильтрация, когда $\tau_w(r) \le \tau^*_w$ при $0 < r < R$, фильтрация отсутствует.

Для описания процесса движения жидкости в пористой среде наряду с уравнениями Дарси необходимо еще уравнение неразрывности, выражающее закон сохранения массы жидкости при ее течении по порам. Кроме того, для описания НДС скелета грунта с учетом

действия на него сил фильтрации нужно записать уравнения равновесия скелета. В этих уравнениях к массовым силам тяжести добавляют массовые силы вязкого сопротивления (фильтрационные силы), действующие на скелет грунта, и они приобретают вид

$$\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial x} = g_x - F_x, \qquad \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial y} = g_y - F_y, \qquad \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial z} = g_z - F_z. \qquad (2.32)$$

где F_x, F_y, F_z – есть силы вязкого сопротивления, g_x, g_y, g_z – компоненты ускорения силы тяжести в выбранной системе координат x, y, z.

Полагая, что движение жидкости происходит равномерно и обусловлено только градиентом напора, т.е. при отсутствии внешних объемных сил, получим из (2.32)

$$\frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial x} = -F_x, \qquad \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial y} = -F_y, \qquad \frac{1}{\rho_w}\frac{\partial p}{\partial z} = -F_z. \qquad (2.33)$$

Из закона Дарси имеем

$$\begin{aligned} V_x &= -(k_f/\rho_w g)\cdot(\partial p/\partial x), \\ V_y &= -(k_f/\rho_w g)\cdot(\partial p/\partial y), \\ V_z &= -(k_f/\rho_w g)\cdot(\partial p/\partial z). \end{aligned} \qquad (2.34)$$

Сравнивая (2.33) и (2.34), получаем

$$F_x = (V_x/k_f)\cdot g_x, \quad F_y = (V_y/k_f)\cdot g_y, \quad F_z = (V_z/k_f)\cdot g_z. \qquad (2.35)$$

Таким образом, при установившемся ламинарном движении вязкой жидкости в пористой среде возникают объемные *фильтрационные силы*, которые пропорциональны скорости фильтрации и обратно пропорциональны коэффициенту фильтрации. Если задача о фильтрации решена, то известны V_x, V_y, V_z и по формулам (2.35) находим объемные силы фильтрации, действующие на грунтовый скелет.

При определенных условиях фильтрационные силы могут превысить силу тяжести, т.е. $F_z \geq g_z$, и тогда скелет грунта окажется в условиях «невесомости» или разуплотнится.

Подставляя в (2.35) вместо скоростей их значения по Дарси, получим

$$\Phi_x = i_x \gamma_w, \quad \Phi_y = i_y \gamma_w, \quad \Phi_z = i_z \gamma_w, \qquad (2.36)$$

т.е. выражение для фильтрационных объемных сил через градиент напора.

Учет фильтрационных сил в прикладных задачах механики грунтов необходим при оценке устойчивости фильтрующих склонов и откосов, а также в задачах консолидации водонасыщенных грунтов. Кроме того, фильтрационный процесс в грунтовой среде часто сопровождается такими явлениями, как *суффозия* и *кольматация*.

Механической суффозией называется процесс, когда мелкие частицы вместе с фильтрационным потоком перемещаются в порах более крупных частиц. Такой процесс может иметь место как в естественных условиях залегания грунтов, так и при устройстве дренажа.

Химической суффозией называется процесс, когда с фильтрационным потоком из грунта выносятся растворимые химические вещества.

Как в первом, так и во втором случаях грунтовый массив, подверженный суффозионным явлениям, может ослабевать во времени, и в случае химической суффозии в нем могут образоваться карстовые пустоты вплоть до образования карстовых воронок.

Кольматацией называется процесс, когда отдельные более легкие частицы накапливаются в порах более крупных частиц и закупоривают их. Аналогичным образом происходит химическая кольматация грунта. Процесс кольматации оказывает вредное воздействие на дренажные системы, так как эти системы преждевременно выходят из строя. Для предотвращения этого вокруг дренажных труб укладывают обратный фильтр, состоящий из нескольких слоев дренирующих материалов, подобранных по крупности так, чтобы мелкие частицы основного материала и слоев не могли проходить в поры соседнего слоя и т.д., что одновременно уменьшает гидравлический градиент.

Электроосмос – движение грунтовых вод под действием постоянного электрического тока в сторону отрицательного электрода. Скорость *электроосмотической фильтрации* зависит от градиента напряжения постоянного тока, т.е.

$$V_э = -k_э (dE/dl), \qquad (2.37)$$

где dE/dl – градиент напряжения постоянного тока, $k_э$ – коэффициент электрофильтрации (см²/Вс).

Впервые это явление было открыто в 1908 г. Ф. Рейсом (МГУ). В дальнейшем оно исследовалось в работах Г.М. Ломизе, Г.Н. Жинкина, Б.Ф. Рельтова, Л. Казагранде и др.

Электроосмос обусловлен наличием в диффузном слое связанной воды на поверхности глинистых минералов положительно заряженных катионов, которые автоматически перемещаются в сторону отрицательного электрода, увлекая за собой поровую воду. Поэтому электроосмос эффективен в глинистых грунтах, в которых объем диффузных слоев велик. Это явление используется для предварительного увлажнения (осушения) слабых водонасыщенных глин путем забивания в них металлических стержней с положительным зарядом и установления вокруг них отрицательно заряженных перфорированных труб, из которых откачивают профильтрованную воду. При осушении (уплотнении) грунтов электроосмосом его эффективность усиливается при передаче на массив ультразвуковых колебаний через эти стержни и трубы, так как при этом увеличивается коэффициент фильтрации. Кроме того, электроосмос можно использовать для облегчения погружения металлических шпунтов и свай в грунт путем подключения их к отрицательному полюсу (В.А. Флорин, 1953 г.). В результате этого между металлом и грунтом образуется слой воды, который играет роль смазки.

2.3.2. Влагопроницаемость грунтов

Влагопроницаемость – свойство неводонасыщенного грунта пропускать через свои поры несплошной поток воды под действием градиентов влажности, которые обеспечивают градиенты сил всасывания. Эти силы возникают вследствие взаимодействия воды с поверхностью минеральных частиц и воздухом. Это скорее процесс диффузии, чем процесс фильтрации. Механизм перераспределения влажности в грунте носит сложный физико-химический и электромолекулярный характер и не всегда поддается точному описанию.

Очевидно, что процесс влагопереноса может иметь место только в гидрофильных глинистых грунтах, влажность которых значительно ниже их потенциальной способности связывать на поверхности частицы воды. При этом сила взаимодействия между водой и минеральными частицами может быть такой, что вода становится способной проникать вглубь массива в любом направлении. К таким грунтам относятся набухающие и лессовые просадочные глинистые грунты, имеющие в условиях естественного залегания дефицит влажности.

В отличие от фильтрационного процесса в водонасыщенных грунтах процесс влагопереноса мало исследован, так как практические задачи, связанные с ним, встречаются реже. Это связано с тем, что при прогнозе просадки лессовых грунтов и набухания глин рассматриваются в основном два состояния – природная влажность и влажность полного насыщения как наиболее опасное состояние. Вместе с тем очевидно, что распределение влажности в грунтовом массиве обычно неоднородное, водонасыщение достигается лишь вблизи источника влаги и с удалением от него влажность уменьшается. Учет неоднородного распределения влаги в таких случаях необходим, так как это приводит к существенно иному результату, чем при равномерном увлажнении массива до полного водонасыщения, что встречается редко.

В связи с ростом освоения регионов, где распространены просадочные и набухающие грунты, чувствительные к изменению влажности, необходимость учета неравномерного распределения влаги в таких грунтах возросла.

Поскольку освоение этих регионов неизбежно (рано или поздно) приводит к изменению влажностного режима вследствие образования техногенного горизонта грунтовых вод, обусловленного *фильтрацией* и *конденсацией* влаги под экраном (сооружение, дороги, покрытия), то возникает необходимость интенсивного изучения процессов влагопереноса и влагонакопления.

При неполном водонасыщении пор глинистого грунта при наличии градиента влажности происходит движение свободной и связанной воды. Оно обусловлено различными силами, в том числе гравитационными, сорбционными, капиллярными, осмотическими и другими. Все эти силы (кроме гравитационной) связаны взаимодействием воды с поверхностью минеральных частиц. Величина этих сил зависит от исходной влажности, минерального состава, пористости грунта и нагрузки, действующей на него. При полном насыщении пор грунта водой многие из этих сил практически исчезают. Так, например, при компрессионном сжатии водонасыщенных глин под водой на разгрузочной стадии испытания происходит проникновение влаги во внутрь образца за счет расклинивающего действия воды между минеральными частицами.

Для описания движения влаги в неводонасыщенном грунте необходимо сделать важное предположение о том, что скорость движения газов намного больше скорости движения воды в порах и что при

движении влаги она не встречает сопротивления вытесняемого ею газа. В противном случае следует рассматривать совместное движение газа и влаги, что связано с большими трудностями. Следовательно, задача передвижения влаги в грунте сводится к рассмотрению движения несплошного потока воды через поры грунта.

Площадь сечения потока воды в этом случае через единичную площадь может быть определена по величине коэффициента пористости

$$n_w = n\, I_w,$$

где n_w, n – соответственно часть пор грунта, занятая влагой, и пористость грунта.

При неизменной пористости грунта скорость изменения площади воды n_w в порах грунта во времени можно определить, если учесть, что $I_w = w\, \gamma_s / e\, \gamma_w$, т.е. имеем

$$\frac{1}{n}\frac{\partial n_w}{\partial t} = \frac{\gamma_s}{e \cdot \gamma_w}\frac{\partial w}{\partial t}. \qquad (2.38)$$

Условие неразрывности потока воды в этом случае с учетом постоянной плотности воды можно записать в виде

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial_z} = 0, \qquad (2.39)$$

где V_x, V_y, V_z – средние скорости (расхода) воды через единицу площади грунта в направлениях x, y, z.

По аналогии с законом Дарси эти скорости могут быть определены через градиент давления всасывания влаги p_w, зависящий от плотности, влажности и минералогического состава грунта. Эту зависимость можно принять в первом приближении (как линейную зависимость от влажности при неизменной пористости грунта), т.е. записать её в виде

$$p_w = \alpha(w_{\max} - w), \qquad (2.40)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

Тогда скорость движения влаги через единичную площадь грунта в направлении определится соотношением

$$V_x = -k_w / \gamma_w \, \partial p_w / \partial x, \qquad (2.41)$$

где k_w – коэффициент фильтрации несплошного потока воды в порах, зависящий от влажности грунта. Аналогичные соотношения можно записать для направлений y и z. Между коэффициентами фильтрации сплошного и несплошного потока существует зависимость [71] вида

$$k_w = k_f \left(\frac{n_w - n_{w0}}{n - n_{w0}} \right)^{3,5}, \qquad (2.42)$$

где n_w и n_{w0} – площади, занимаемые всей водой и связанной водой соответственно в единице объема грунта, k_f – коэффициент фильтрации при сплошном потоке воды, т.е. при $n_w = n$ и $I_w = 1$.

Эту зависимость можно упростить и представить в виде

$$k_w = k_f (w/w_{\max})^i. \qquad (2.43)$$

Для небольшого диапазона изменения влаги можно принять, что i = const, и тогда (2.43) запишется в виде

$$k_w = k_f \cdot I_w. \qquad (2.44)$$

Однако даже при таком упрощении мы приходим к нелинейным уравнениям.

Действительно, подставляя k_w и p_w из (2.40) и (2.41) в (2.42), получим

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\alpha}{n \cdot \gamma_w} \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k_w \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_w \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right]. \qquad (2.45)$$

Решение этого нелинейного уравнения связано с большими трудностями. Задача упростится, если пользоваться усредненными значениями коэффициента влагопроводности

$$\bar{k}_w = \frac{k_w}{w_{\max} - w_1} \int_{w_1}^{w} \psi(w)\, dw, \qquad (2.46)$$

где $\psi(w)$ – функция, определяющая связь $k_w = k_f \, \psi(w)$.

Тогда уравнение (2.41) с учетом (2.40) примет вид

$$V_x = -\alpha k_w / \gamma_w \cdot \partial w / \partial x, \quad (x, y, z). \qquad (2.47)$$

Подставив эти значения скоростей движения воды в уравнение (2.39), получим

$$\frac{\partial n_w}{\partial t} = \alpha \frac{k_w}{\gamma_w} \nabla^2 w, \qquad (2.48)$$

а с учетом (2.38) получим

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \alpha \frac{k_w}{\gamma_s} (1 + e) \nabla^2 w. \qquad (2.49)$$

Введем обозначение $c_w = \frac{k_w \alpha (1 + e)}{\gamma_s}$, окончательно получим уравнение влагопроводности в виде

$$\frac{\partial w}{\partial t} = c_w \nabla^2 w. \qquad (2.50)$$

Величина c_w называется *коэффициентом влагопроводности*, который имеет такую же размерность, что и коэффициент консолидации см²/с. Он также является аналогом коэффициента диффузии и теплопроводности в уравнениях тепломассопереноса, предложенных А.В. Лыковым для капиллярно-пористых сред. Значение c_w определяют по результатам испытания образцов-близнецов путем измерения влажности на разных уровнях в разные периоды увлажнения при постоянных граничных условиях, например, увлажняя один конец образца при $w = w_{max}$ и другой конец поддерживая при исходной влажности образца, т.е. $w = w_0$ (см. гл. 7).

Решение уравнения влагопроводности позволяет прогнозировать неустановившийся процесс распространения влаги в массиве неводонасыщенного глинистого грунта при заданных начальных $w(x, y, z, 0)$ и граничных условиях влажности. Аналитическое решение этого уравнения удается получить для случая одномерного движения влаги в однородной изотропной пористой среде. В остальных случаях решение строится численными методами.

При прогнозировании стабилизированного состояния влагопереноса задача упрощается и сводится к краевой задаче для дифференциального уравнения вида

$$\nabla^2 w = 0. \qquad (2.51)$$

К решению прикладных задач влагопереноса мы вернемся в следующих главах.

2.4. Прочность грунтов

Под прочностью грунтов понимается характеристика предельного состояния грунта, когда происходит неограниченное развитие сдвиговых пластических деформаций по всему объему грунта или неограниченное развитие относительного смещения одной части грунта по другой (разрыв) при неизменной величине касательных напряжений τ_{max}^*. В первом случае имеет место пластическое разрушение, а во втором – хрупкое разрушение.

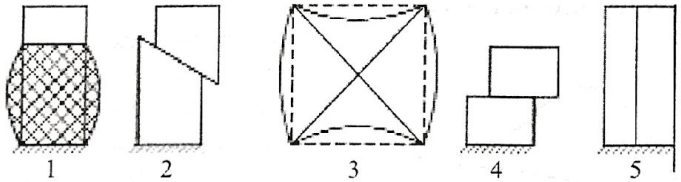

Рис. 2.12. Характер разрушения образцов грунта в приборах трехосного сжатия (1, 2, 3), одноплоскостного среза (4) и одноосного сжатия (5):
1 – пластическое разрушение, 2 – хрупкое разрушение, 3 – разрушение глинистого грунта в приборе несимметричного трехосного сжатия, 4 – одноплоскостной сдвиг по фиксированной поверхности, 5 – одноосное сжатие скального грунта

Очевидно, что характер разрушения зависит от исходной плотности-влажности грунтов, от структурных связей между частицами грунта. Хрупкое разрушение характерно для плотных глинистых и скальных грунтов, когда в результате разрушения образец распадается на отдельные куски. Пластическое разрушение характерно для песчаных и неплотных глинистых грунтов. Характер разрушения грунта также зависит от скорости нагружения.

Механические свойства песчаных и глинистых грунтов существенно отличаются. В песчаных грунтах механические свойства обусловлены гранулометрическим и минералогическим составами, а также плотностью и степенью водонасыщения.

Минералогический состав песчаных грунтов во многом определяет угол внутреннего трения между частицами песка вне зависимости от плотности его сложения. Это трение М.Н. Гольдштейн называл минеральным трением, изученным по результатам скольжения гладких поверхностей минералов. Минеральное трение меняется в пределах от 26^0 до 30^0 и в природных условиях не проявляется.

В беспорядочном естественном сложении частиц песка невозможно провести плоскость, которая проходила бы только через точки их контакта. Поэтому наряду с минеральным трением возникают трение зацепления и трение качения. При этом в рыхлом песке относительное смещение частиц вызывает разрушение первоначальной структуры в области сдвига и приводит к уплотнению или разуплотнению. Отметим, что сопротивление трению качения меньше, чем сопротивление скольжению.

При циклических и вибрационных воздействиях на песчаные грунты преобладают трение качения, и поэтому сопротивление сдвигу существенно уменьшается. При этом песчаный грунт может переходить в текучее состояние.

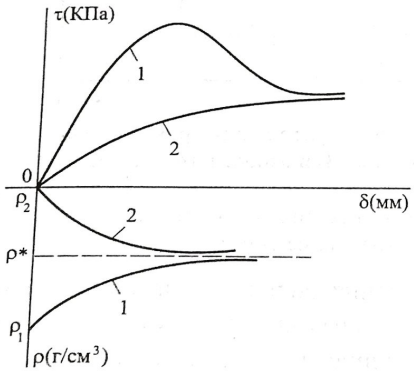

Рис. 2.13. Сопротивление сдвигу плотного (1) и рыхлого (2) песков в зависимости от смещения (δ) и начальной плотности ρ* на плоскости сдвига

В плотном песке в зоне сдвига относительное смещение частиц происходит не по прямой, параллельной действию касательных напряжений, а зигзагообразно, что обусловлено зацеплением частиц. В результате плотный грунт в зоне сдвига может разрыхляться. На *рис. 2.13* представлены кривые сопротивления сдвигу песчаного грунта в зависимости от их плотности и относительного смещения в зоне сдвига.

Из *рис. 2.13* видно, что процесс сдвига рыхлого песка сопровождается уплотнением (контракцией), а плотного песка – разрыхлением (дилатансией), причем в обоих случаях плотность грунта стремится к одной и той же величине ρ^*, называемой критической плотностью.

Однако сопротивление сдвигу плотного песка благодаря действию сил сцепления всегда выше сопротивления сдвигу рыхлого песка. Силы зацепления создают эффект сцепления аналогично связным грунтам. Поэтому в плотных и рыхлых песках графики сопротивления сдвигу отличаются (*рис. 2.14*).

При быстром нагружении многие пластические материалы (парафин, лед, битум) могут разрушаться хрупко.

Следует отметить, что причиной разрушения могут быть не только напряжения, превышающие внутреннее сопротивление грунта сдвигу, но также и деформации, возникающие в грунте, а также наличие и развитие дефектов структуры грунта. Опыты показывают, что некоторые материалы при одноосном сжатии раскалываются пополам вдоль действия нагрузки вследствие возникновения предельных деформаций в перпендикулярном направлении. В глинистых грунтах разрушение наступает после достижения определенной (критической) величины сдвиговой деформации, т.е. при $\gamma = \gamma^* =$ 7–10 % в зависимости от исходной плотности-влажности. При достижении γ^* в грунте сдвиговые деформации локализуются, образуется плоскость скольжения, и происходит разрушение образца по этим плоскостям или по одной плоскости. В связи с этим теорию прочности связывают не только с предельным НДС, но также с предельным ДС. В настоящей книге основное внимание будет уделено теории прочности с позиции предельного напряженного состояния.

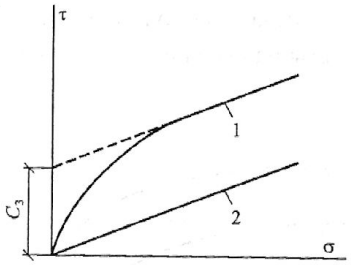

Рис. 2.14. Сопротивление сдвигу плотного (1) и рыхлого (2) песков

Впервые теорию прочности для несвязных песчаных и гравелистых грунтов предложил французский ученый Ш. Кулон в 1773 г. Согласно этой теории предельное сопротивление сдвигу обусловлено трением между частицами при взаимном их смещении. Сопротивление растягивающим напряжениям в этих грунтах равно нулю, так как сцепление между частицами отсутствует. Поэтому такие грунты называются сыпучими. Однако в мелкозернистых и среднезернистых песках при их увлажнении могут возникнуть силы

сцепления за счет капиллярного натяжения плёнок воды. Вместе с тем увлажнение песчаного грунта снижает трение.

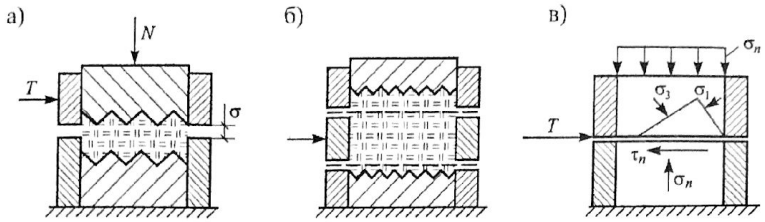

Рис. 2.15. Схема приборов одноплоскостного (а) и двухплоскостного (б) среза образцов грунта. Пунктиром показаны плоскости скольжения. Ориентация главных напряжений в плоскости среза (в)

Одноплоскостной срез. Закон Кулона

Испытания грунтов в приборах одноплоскостного или двухплоскостного среза проводят для определения сопротивления сдвигу по фиксированным плоскостям скольжения, что обеспечивается особым устройством сдвиговых приборов.

Образцы грунта в приборах плоскостного среза находятся в условиях компрессионного сжатия, что позволяет создавать на плоскостях среза заданную нормальную уплотняющую нагрузку $\sigma_n = N/A$. Опыты на срез проводят при различных уплотняющих нагрузках (не

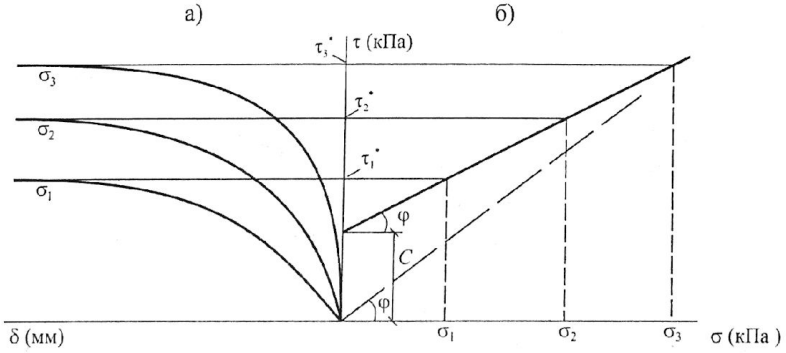

Рис. 2.16. Характерные кривые относительного смещения колец прибора плоскостного среза при различных $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ (а) и зависимость предельного сопротивления сдвигу τ^* от нормального напряжения (σ): для глинистого грунта – сплошная линия, для песчаного грунта – пунктир

менее трех) при ступенчатом приложении сдвиговых напряжений на уровне плоскости среза $\Delta\tau_n = \Delta T/A$. Каждую следующую ступень касательных напряжений прикладывают после затухания относительного смещения двух колец. Критерием для определения предельных сдвигающих напряжений считается достижение такого уровня касательных напряжений τ^*, когда относительные смещения колец не затухают. Результаты испытания представляют в виде графиков τ–δ и τ–σ (*рис. 2.16*).

Теория прочности сыпучих грунтов Ш. Кулона позже была распространена и на связные глинистые грунты, в которых сопротивление сдвигу наряду с трением обусловлено водно-коллоидными и цементационными связями между частицами грунта.

Из *рис. 2.16* видно, что зависимость между предельными значениями касательных напряжений и нормальными напряжениями как для песчаного, так и для глинистого грунтов линейная и ее можно представить следующим образом соответственно для песчаного грунта

$$\tau^* = \sigma \mathrm{tg}\varphi = \sigma f \qquad (2.52)$$

и для глинистого грунта

$$\tau^* = \sigma \mathrm{tg}\varphi + c = \sigma f + c. \qquad (2.53)$$

Параметры этих прямых, угол наклона φ и начальную ординату c называют *углом внутреннего трения* и *сцеплением*, соответственно ассоциируя их с явлениями внутреннего трения и сцепления между частицами грунта. В действительности процесс достижения предельного состояния в грунте достаточно сложный, обусловленный не только чисто механическим взаимодействием частиц грунта, но и сложными физико-химическими явлениями, уплотнением и разуплотнением и т.п.

В инженерной практике зависимости (2.52), (2.53) известны под названием *Закон Кулона*, согласно которому *предельное сопротивление сдвигу на рассматриваемой площадке грунта прямо пропорционально нормальному напряжению, действующему на этой площадке.*

Если испытания на одноплоскостной сдвиг глинистого грунта проводить после предварительного уплотнения максимальными напряжениями и с последующим снижением этих напряжений, то получим зависимость предельного сопротивления сдвигу для заданной плотности-влажности грунта (*рис. 2.17*).

5 Заказ 1869

Для сравнения следует также проводить испытания по ветви прямого нагружения и разгрузки. Видно, что предельные прямые не совпадают. Это означает, что в процессе предварительного уплотнения глинистый грунт приобретает дополнительное сцепление. Постоянство углов наклона предельных прямых по ветви разгрузки показывает, что угол φ является истинным углом внутреннего трения, характеризующим данный грунт заданной плотности-влажности и минералогического состава.

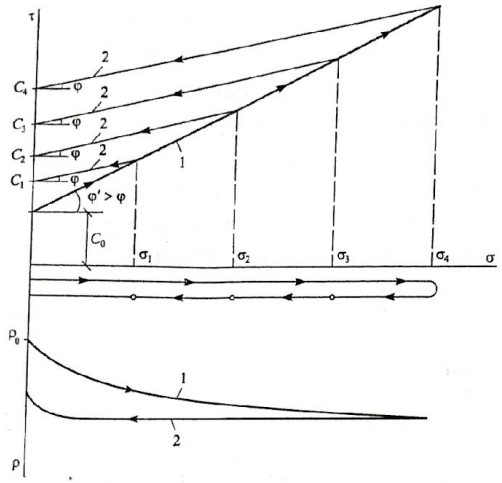

Рис. 2.17. Зависимость предельного сопротивления сдвигу от плотности (влажности) по ветви прямого нагружения (1) и по ветвям разгрузки (2)

Вообще говоря, при проведении сдвиговых испытаний диапазон изменения нормальных напряжений следует определить, исходя из естественного напряженного состояния грунта (глубина отбора образца) и дополнительного напряжения, которое будет испытывать грунт на рассматриваемой глубине от сооружения. К сожалению, это требование не всегда соблюдается в изыскательских работах, что может привести к ошибкам при определении φ и *c* и при проектировании оснований сооружений.

Из *рис. 2.17* видно, что предельное сопротивление сдвигу водонасыщенного глинистого грунта существенно зависит от плотности (влажности), и с ростом плотности растет и начальное сцепление $c_0 < c_1 < c_2 < c_3$, и что угол наклона предельной прямой трения по ветви нагружения больше, чем по ветви разгрузки. Это означает, что в первом случае мы имеем кажущийся угол внутреннего трения φ_1, а во втором случае – истинный угол внутреннего трения, отнесенный к заданной плотности грунта.

Зависимость предельного сопротивления сдвигу при изменении плотности скелета грунта, т.е. по траектории нагружения, можно представить в виде

$$\tau^* = c_0 + \sigma^* \mathrm{tg}(\varphi + \alpha_c), \qquad (2.54)$$

где c_0 и φ – начальное сцепление и угол внутреннего трения грунта соответственно; α_c – угол упрочнения.

Рост сцепления с ростом плотности и уменьшением пористости следует, по-видимому, объяснить, с одной стороны, ростом водно-коллоидных связей c_w и с другой – ростом структурных связей c_c.

По предложению Н.Н. Маслова, сцепление в глинистом грунте можно представить как сумму этих связей, т.е $c = c_c + c_w$.

Зависимость сцепления от плотности ρ для неводонасыщенных глин при неизменной влажности впервые описал Хворслев. Полное экспериментальное подтверждение эта теория получила в работе М.М. Якубова (1984 г.).

В заключение отметим, что, несмотря на свою простоту, прибор одноплоскостного среза имеет один существенный недостаток. В процессе приложения тангенциальных напряжений происходит смещение одной части образца по отношению к другой, вследствие этого площадь среза уменьшается и, следовательно, нормальные и тангенциальные напряжения, отнесенные к этой сокращенной площади, будут больше, чем при отнесении их к первоначальной площади. Это обстоятельство не учитывается в экспериментах.

Прибор цилиндрического среза конструкции автора настоящей книги (*рис. 2.18*) лишен этого недостатка, так как в процессе испытания площадь среза не меняется и, следовательно, σ_n= const и τ_n = const. Испытания на этом приборе можно проводить при различных статических и кинематических режимах нагружения, при различных уплотняющих нагрузках. Нормальные напряжения на поверхности среза определяются через коэффициент бокового давления, который определяется в процессе испытания в приборе трехосного сжатия в условиях компрессии. На приборе цилиндрического среза можно проводить испытания по схеме – плашка по плашке, не останавливая опыт и не разгружая образец, что существенно влияет на качество такого рода испытаний.

Величина касательных напряжений по поверхности среза определяется по формуле

$$\tau^* = [nT(n - d/r) - M - M_{тр}]/(2\pi r^2 h), \qquad (2.55)$$

где n – отношение размеров плеч рычага, посредством которого создается срезывающее усилие, T – нагрузка на подвеске рычага, R – внешний радиус срезного кольца, d – диаметр тросика, r – радиус цилиндрической поверхности среза, h – высота поверхности среза, M – момент, воспринимаемый поверхностью среза, равной удвоенной площади поперечного сечения впадин зубчатой нарезки, $M_{тр}$ – момент, воспринимаемый поверхностью трения по металлу, равной удвоенной площади поперечного сечения зубьев.

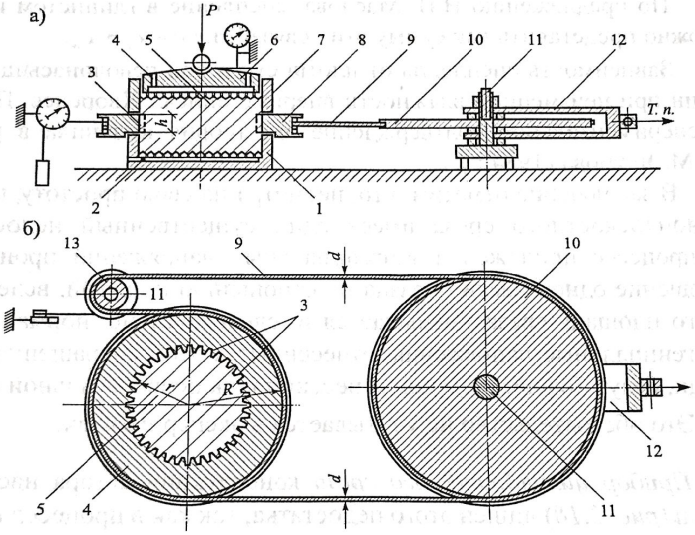

Рис. 2.18. Схема прибора цилиндрического среза:
1, 7 – нижняя и верхняя секции, 3 – кольцо зубчатое, 5 – образец, 2, 6 – перфорированные штампы, 9 – троса, 10, 11 – кольца, 12 – тяга

Прочность грунтов при трехосном сжатии. Теория прочности Кулона – Мора

Изложенные выше результаты испытаний в условиях плоскостного среза дают представление о прочности грунтов в частном случае, когда поверхность скольжения зафиксирована, а напряжения на этой поверхности заданы. В условиях естественного залегания грунтов в массиве под действием собственного веса и внешней нагрузки

формируются сложные неоднородные НДС, а в предельном по прочности состоянии поверхности скольжения в каждой точке (элементарном объеме) формируются и ориентируются определенным образом по отношению к направлениям действия главных напряжений $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.

Согласно теории прочности Кулона – Мора в условиях плоского НДС положения этой площадки можно определить следующим образом.

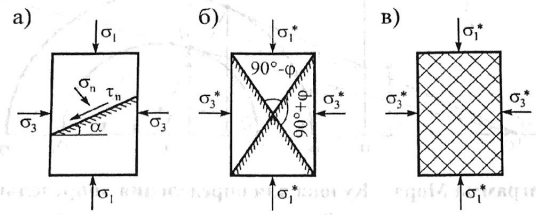

Рис. 2.19. Формирование поверхностей скольжения в условиях плоской задачи по теории прочности Кулона – Мора:
а) напряжения на произвольной площадке под углом α; б) ориентации площадок скольжения в предельном состоянии относительно σ_1^*, σ_3^*; в) семейство поверхностей скольжения перед разрушением

Напряжения на произвольной площадке (*рис. 2.19*), наклоненной под углом α, можно выразить через главные напряжения соотношениями

$$\tau_\alpha = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha;\ \sigma_\alpha = 1/2(\sigma_1 + \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha. \qquad (2.56)$$

Подставляя эти выражения в уравнение Кулона (2.53), получим

$$\tau_\alpha = \sigma_\alpha^* \mathrm{tg}\varphi + c, \qquad (2.57)$$

где τ_α и σ_α определяются по (2.56).

Очевидно, что функция (2.57) имеет экстремум при определенном значении α. Его можно определить, взяв производную по α функции (2.57) и приравняв её к нулю. Тогда получим, что при $\alpha = \alpha^* = \pi/4 \pm \varphi/2$.

Следовательно, в предельном по прочности состоянии в любой точке грунта формируются две сопряженные площадки скольжения, наклоненные по отношению к главным напряжениям $\sigma_1 > \sigma_3$ соответственно под углами $\alpha_1^* = 45^0 - \varphi/2$ и $\alpha_2^* = 45^0 + \varphi/2$.

Эту зависимость можно получить также с помощью известной диаграммы Мора, если воспользоваться предельными значениями главных напряжений $\sigma_1^* > \sigma_3^*$ (*рис. 2.20*).

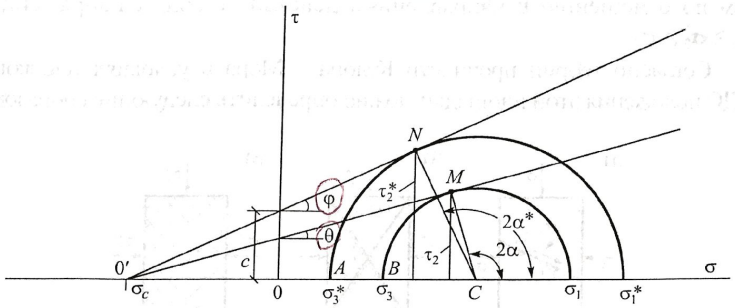

Рис. 2.20. Диаграмма Мора – Кулона для определения допредельных $\sigma_1 > \sigma_2$ и предельных значений главных напряжений $\sigma_1^* > \sigma_3^*$

Из диаграммы Мора на *рис. 2.20* могут быть легко определены $\sin\theta = MC/O'C$ и $\sin\varphi = NC/O'C$, причем $O'C = O'O + OA + AC$ или $O'C = O'O + OB + BC$. Так как $MC = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, $NC = (\sigma_1^* - \sigma_3^*)/2$ $O'O = \sigma_c$, $\sigma_3^* = OA$, $\sigma_3 = OB$, имеем

$$\sin\theta = (\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3 + 2\sigma_c), \qquad (2.58)$$

$$\sin\varphi = (\sigma_1^* - \sigma_3^*)/(\sigma_1^* + \sigma_3^* + 2\sigma_c), \qquad (2.59)$$

где θ – угол отклонения равнодействующей на площадке сдвига к нормали (*рис. 2.21*), причем $\mathrm{tg}\theta = \tau_\alpha / (\sigma_c - \sigma_a)$, $\mathrm{tg}\varphi = \tau_\alpha^*/(\sigma_c + \sigma_\alpha)$.

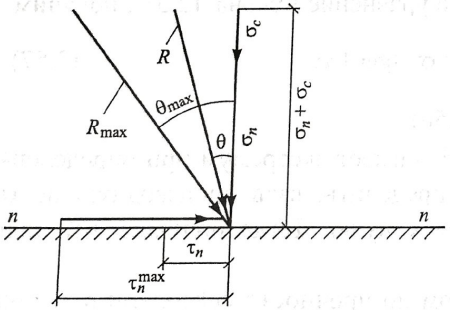

Рис. 2.21. Угол отклонения равнодействующего напряжения по площадке сдвига до наступления предельного состояния (θ) и $\theta_{max} = \varphi$

Последнее выражение определяет *условие предельного состояния связных грунтов*, так как оно связывает между собой предельные главные напряжения $\sigma_1^* > \sigma_3^*$ в данной точке массива грунта, имеющего параметры прочности φ и $c = \sigma_c\,\mathrm{tg}\varphi$. Для несвязных (сыпучих) грунтов $c = 0$, и, следовательно, условие предельного состояния будет иметь вид

$$\sin\varphi = (\sigma_1^* - \sigma_2^*)/(\sigma_1^* + \sigma_2^*). \qquad (2.60)$$

В инженерной практике часто возникает необходимость оценить не только предельное состояние в рассматриваемой точке, но также и степень приближения НДС в заданной точке к предельному состоянию.

Критерием такой оценки может быть соотношение

$$\omega = \sin\theta / \sin\varphi \le 1. \qquad (2.61)$$

Очевидно, что при $\omega = 1$ предельное состояние в рассматриваемой точке наступило, если же $\omega < 1$, то грунт в рассматриваемой точке массива находится в допредельном состоянии. Построив изолинии $\omega(x, y)$, можно выделить зоны предельного и допредельного состояний в массиве грунта и корректировать конструктивное решение проектируемого сооружения на рассматриваемом массиве. В зависимости от степени приближения к предельному состоянию могут быть определены модули сдвига грунта. Если $\sigma_c = c\ \mathrm{ctg}\varphi$ рассматривать как условно всестороннее равномерное сжатие и включить его в главные напряжения, то условие прочности связного грунта будет формально отличаться от условия для сыпучего грунта. Действительно, если обозначить главные напряжения выражениями вида

$$\sigma_{1э} = \sigma_1 + c\ \mathrm{ctg}\varphi; \quad \sigma_{3э} = \sigma_3 + c\ \mathrm{ctg}\varphi, \qquad (2.62)$$

то в соответствии с соотношением $\sigma_{3э} / \sigma_{1э} = \mathrm{tg}^2(45^0 - \varphi/2)$ для сыпучего грунта получим уравнение Ренкина для связного грунта, т. е.

$$\sin\varphi = \sigma_{1э} - \sigma_{3э} / (\sigma_{1э} + \sigma_{3э}) \text{ или}$$
$$\sin\varphi = (\sigma_1^* - \sigma_3^*)/(\sigma_1^* + \sigma_3^* + 2\ c\ \mathrm{ctg}\varphi). \qquad (2.63)$$

Из этого уравнения получим условие предельного равновесия при активном и пассивном нагружении, т.е. когда $\lambda_\sigma = -1$ и $\lambda_\sigma = +1$, соответственно

$$\sigma_3 = \sigma_1\ \mathrm{tg}^2(45^0 - \varphi/2) - 2\ c\ \mathrm{ctg}\varphi, \qquad (\sigma_3 < \sigma_1)$$
$$\sigma_1 = \sigma_3\ \mathrm{tg}^2(45^0 - \varphi/2) + 2\ c\ \mathrm{ctg}\varphi, \qquad (\sigma_1 < \sigma_3)$$

или

$$\sigma_{3э} = \sigma_{1э}\ \mathrm{tg}^2(45^0 - \varphi/2),$$
$$\sigma_{1э} = \sigma_{3э}\ \mathrm{tg}^2(45^0 + \varphi/2).$$

жение. Опыты показывают, что прочность скальных грунтов на сжатие R_c в 10–20 раз превышает прочность на растяжение R_p, т.е. $R_c > R_p$. Для различных скальных грунтах прочность на сжатие колеблется в пределах 1–5 МПа (мел, слабый известняк и др.) и до 300 МПа (базальт, габбро, мрамор).

Пиковая и остаточная прочности грунтов

Испытания грунтов в кинематическом режиме нагружения позволяют значительно сократить продолжительность экспериментов и проводить их при различных скоростях деформации сдвига при неизменности уплотняющей нагрузки. При этом зависимость между касательными напряжениями τ и угловыми деформациями γ или смещениями δ имеет экстремальный характер, а экстремум зависит от скоростей развития деформации сдвига γ и τ. Кроме того, пиковые значения касательных напряжений во всех случаях достигаются при одной и той же величине сдвиговой деформации для данного грунта и при заданной его плотности-влажности (*рис. 2.22*)

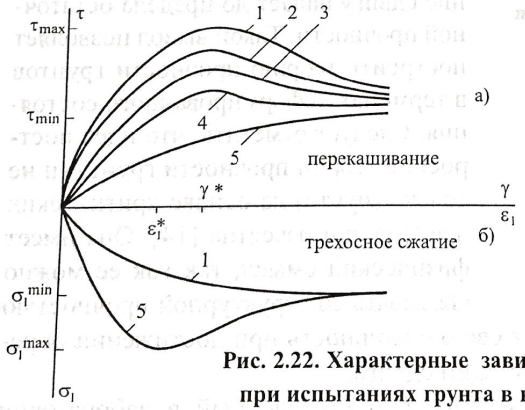

Рис. 2.22. Характерные зависимости τ–γ (а) и ε_1–σ_1 (б) при испытаниях грунта в кинематическом режиме нагружения с различной фиксированной скоростью:

$\dot{\gamma}_1 > \dot{\gamma}_2 > \dot{\gamma}_3 > \dot{\gamma}_4$ (кривые 1, 2, 3, 4), $\dot{\varepsilon}_1 < \dot{\varepsilon}_5$.

Кривая 5 (а) получается при медленном статическом нагружении

При больших деформациях (перемещениях) все кривые выходят на уровень остаточной прочности. Исследования последних лет, проведенные в лаборатории прикладной геомеханики кафедры МГрОиФ МГСУ [66, 67], показали, что при достижении касательными напряжениями пикового значения $\tau_{пик}$ или критической сдвиговой деформации γ^* процесс сдвига локализуется на одной плоскости и в даль-

Октаэдрическая теория прочности

Теорию прочности грунтов Кулона – Мора удобно использовать при рассмотрении плоских задач, когда $\sigma_1^* > \sigma_3^*$ лежат в одной плоскости, а промежуточное напряжение σ_2 действует в перпендикулярной плоскости и, по существу, не влияет на предельное состояние.

Согласно *октаэдрической теории прочности грунтов* в предельном состоянии существует зависимость между касательным $\tau_{окт}$ и нормальным $\sigma_{окт}$ напряжениями, действующими на октаэдрической площадке. Эта площадка равнонаклонена к осям главных напряжений, а $\tau_{окт}$ и $\sigma_{окт}$ определяются формулами

$$\tau_{окт} = \frac{\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}}{3}, \quad \sigma_{окт} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}. \qquad (2.64)$$

Зависимость $\tau_{окт}$ от $\sigma_{окт}$ в предельном состоянии впервые предложил для грунтов А.И. Боткин в 1940 г.

$$\tau_{окт}^* = \mathrm{tg}\varphi_{окт}(\sigma_c + \sigma_{окт}^*), \qquad (2.65)$$

где $\varphi_{окт}^*$ и σ_c^* – параметры этого уравнения, определяемые по результатам трехосных испытаний.

Так, например, при осесимметричном трехосном сжатии, когда $\sigma_1^* > \sigma_2^* = \sigma_3$, получаем

$$\tau_{окт}^* = \mathrm{tg}\varphi_{окт}(\sigma_c + (\sigma_1^* + 2\sigma_3)/3), \quad \tau_{окт}^* = \frac{\sqrt{2}}{3}(\sigma_1^* - \sigma_3^*). \qquad (2.66)$$

Очевидно, что $\varphi_{окт}$ не равен углу внутреннего трения, определенному по Кулону. Точно так же связность $c_{окт}$ в октаэдрической теории не совпадает со связностью, определенной по теории Кулона, так как $c_{окт} = \mathrm{tg}\varphi_{окт}\sigma_c$.

Представленные выше теории прочности грунта могут быть использованы для построения теорий пластического течения грунтов в допредельном по прочности состоянии.

Одноосное сжатие

Для определения прочности скальных грунтов используются испытания цилиндрических образцов на одноосное сжатие или растя-

нейшем происходит относительное смещение между двумя частями образца по этой плоскости при неизменном их деформированном состоянии. Следовательно, остаточная прочность характеризует сопротивление сдвигу на образованной поверхности скольжения, и это означает, что на этой стадии имеет место только сопротивление трению (*рис. 2.23*) без сцепления.

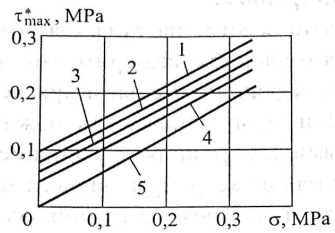

Рис. 2.23. Зависимость пиковой прочности τ^*_{max} от уплотняющей нагрузки σ при различных скоростях деформирования сдвига $\dot{\gamma}$:

1 – $\dot{\gamma}$ = 0,01мин$^{-1}$,

2 – $\dot{\gamma}$ = 6,25 10^{-4} мин$^{-1}$,

3 – $\dot{\gamma}$ = 3,9 10^{-5} мин$^{-1}$,

4 – $\dot{\gamma}$ = 2,44 10^{-6} мин$^{-1}$,

5 – остаточная прочность

Из вышеизложенного следует, что в грунтовой среде достижение предельного состояния можно характеризовать не только некоторым соотношением для касательных напряжений, но также и соотношением для сдвиговых деформаций. При достижении критического уровня деформаций сдвига γ^* независимо от уровня действующих напряжений в грунте формируется поверхность скольжения, и сопротивление сдвигу падает до предела остаточной прочности. Такой вывод позволяет построить теорию прочности грунтов в терминах деформированного состояния. Следует отметить, что идея построения теории прочности грунта (и не только грунта) на основе критических деформаций известна [14]. Она имеет физический смысл, так как ее можно связывать со структурной прочностью материала, который теряет свою сплошность при достижении определенной величины деформации сдвига.

Этот экспериментальный факт, установленный в лаборатории для многих видов глинистых грунтов [66], имеет подтверждение и в натурных условиях. На многих оползнях при бурении фиксируются поверхности «зеркала» скольжения [66]. В связи с этим возникает вопрос о том, какие параметры прочности следует определять при расчете устойчивости склонов и откосов. При использовании параметров пиковой прочности получается коэффициент устойчивости больше единицы, а при случае использования параметров остаточной прочности – меньше единицы. Очевидно, все зависит от стадии эволюции НДС склона или откоса. Деформации сдвига могут разви-

ваться медленно и привести к образованию поверхностей скольжения за длительное время, и то на отдельных участках. Кроме того, для потери устойчивости склона в целом нужно, чтобы эти поверхности объединились и образовали единую поверхность скольжения с выходом на дневную поверхность массива. Поэтому следует дать оценку параметров устойчивости и сверху, и снизу.

Результаты многочисленных испытаний грунтов на приборе кручения позволили построить обобщенную зависимость между скоростью сдвиговых деформаций и максимальными касательными напряжениями для сплошного образца до образования поверхности скольжения.

При испытании грунтов в кинематическом режиме трудности возникают, когда необходимо испытания проводить при малых скоростях деформации до 10^{-9} сек$^{-1}$. Поскольку при таких скоростях для достижения критических деформаций сдвига $\gamma^* = 0{,}5–0{,}8$ потребуется время порядка $(0{,}5–0{,}8)10^9$ сек $\approx$ 20 лет, опыты проводятся в смешанном режиме нагружения. Сначала образец нагружают в кинематическом режиме до достижения пиковой прочности τ^*_{max} и соответствующего критического значения деформации сдвига γ^*. Затем эту деформацию фиксируют и измеряют скорость падения напряжений и скорость развития сдвиговой деформации, т.е. опыт продолжают в релаксационном режиме испытания. Строго говоря, в такой схеме релаксационного режима в чистом виде не получается, так как система динамометр – образец не может фиксировать сдвиговую деформацию из-за конечной жесткости динамометра. Однако это обстоятельство позволяет получить зависимость γ–τ при малых скоростях изменения деформации сдвига. Такая методика позволяет на одном образце получить зависимость $\dot{\gamma}$–τ в широком диапазоне изменения этих величин, а также получить кривую длительной прочности.

Прочность грунта в нестабилизированном НДС

В тех случаях, когда испытания грунтов проводятся в условиях отсутствия дренажа (недренированные испытания), в испытуемом образце возникает избыточное поровое давление, которое снижает эффективные напряжения, так как $\sigma_s = \sigma_{tot} - u_w$, где u_w – поровое давление. Следовательно, сопротивление сдвигу будет зависеть от возникающего порового давления, т.е.

$$\tau^* = \sigma_s^* \mathrm{tg}\varphi + c = (\sigma_{tot} - u_w)\mathrm{tg}\varphi + c. \qquad (2.67)$$

В связи с этим для правильного анализа результатов испытаний необходимо измерять поровое давление в образце грунта в условиях отсутствия дренирования. Это позволяет построить предельный круг Мора как для тотальных напряжений, так и для эффективных напряжений и определить соответствующие параметры прочности грунта φ_{tot}, c_{tot}, φ_s, c_s (*рис. 2.24*).

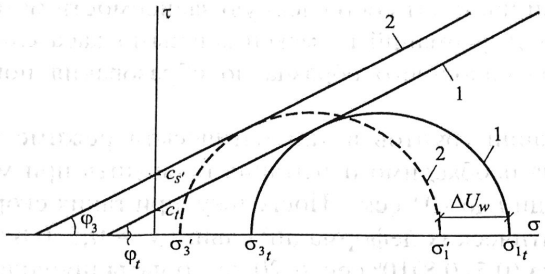

Рис. 2.24. Предельные прямые (1) и (2) и круги Мора, построенные по предельным значениям главных тотальных напряжений (1) и эффективных напряжений (2)

Прочность грунта в условиях сжатия и растяжения

Испытания грунтов в условиях трехосного сжатия позволяют определить угол внутреннего трения и сцепление, а также давления связности σ_c глинистых грунтов путем экстраполяции предельной прямой до её пересечений с осями τ и σ. Область малых отрицательных и начальных напряжений в глинистых грунтах мало исследована. Необходимость таких исследований обусловлена не только для определения параметров прочности грунта в этой области, но также и для определения его деформационных свойств, в том числе для определения свойств при трещинообразовании в плотных глинах, использованных в качестве ядра высоких плотин [19].

С этой целью автором книги совместно с Е.А. Воробьёвым был разработан прибор трехосного сжатия-растяжения (*рис. 2.25*), позволяющий создать в образце осесимметричное трехосное сжатие-растяжение, где два главных напряжения равны $\sigma_2 = \sigma_3$, а $\sigma_1 < 0$.

Форма образца в виде гантели и форма камеры прибора позволяют создать такое НДС путем обжатия образца грунта гидростатическим давлением по всей его поверхности. При этом

$$\sigma_1 = p\frac{A_T - A_Ц}{A_Ц}, \qquad (2.68)$$

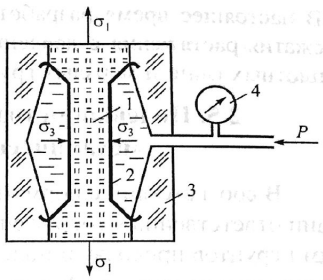

Рис. 2.25. Камера трехосного сжатия-растяжения для испытания образцов грунтов в форме гантели в условиях чистого растяжения, чистого сдвига и двухосного обжатия:
1 – образец, 2 – резиновая оболочка, 3 – камера из прозрачного материала, 4 – манометр

где p – гидростатическое давление в камере, A_T, $A_Ц$ – площади поперечных сечений образца в торцевой и центральной частях соответственно.

Очевидно, что при $A_T = A_Ц$, $\sigma_1 = 0$, и мы имеем условие раздавливания путем обжатия грунта напряжения $\sigma_2 = \sigma_3 = p$. В случае, когда $A_T = 2A_Ц$, получаем $\sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_1$, т.е. условие, близкое к чистому сдвигу. В случае изоляции центральной части образца жесткой обоймой давление передается на торцевые части образца, и мы получим чистое растяжение, причем σ_1 будет определяться по формуле (2.68). Таким образом, испытание глинистого грунта в приборе сжатия-растяжения позволяет построить дополнительно три круга Мора, что в значительной степени облегчает задачу построения огибающей кругов Мора во всем диапазоне изменения σ_1 (*рис. 2.26*).

Поскольку испытания в приборе сжатия-растяжения соответствуют условиям $\sigma_2 = \sigma_3 > |\sigma_1|$, то и трехосное сжатие (круг 1 на *рис. 2.26*) также должно быть получено по результатам трехосных испытаний, когда $\sigma_2 = \sigma_3 > |\sigma_1|$.

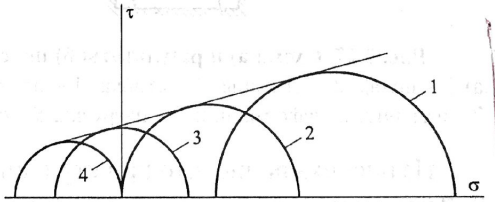

Рис. 2.26. Огибающая кругов Мора по результатам испытаний трехосного сжатия (1) и сжатия-растяжения (2, 3, 4) в начальной области координат:
2 – двухосное сжатие, 3 – чистый сдвиг $|\sigma_1| = \sigma_2 = \sigma_3$, 4 – чистое растяжение

Образец формы гантели вырезается из цилиндрического образца с помощью специального приспособления и натянутой тонкой проволоки.

В настоящее время разработаны различные модификации прибора сжатия-растяжения с давлением в камере до 7 мПа для испытаний плотных глин и мерзлых грунтов [19].

2.5. Полевые методы определения параметров механических свойств грунтов

В соответствии с нормативными документами при проектировании ответственных сооружений наряду с лабораторными испытаниями грунтов проводят и полевые испытания, т.е. в условиях их естественного залегания. Это связано с тем, что результаты таких испытаний не всегда совпадают и возникает необходимость выбора расчетных параметров после всесторонней оценки результатов и тех, и других испытаний.

Полевые штамповые испытания под действием статической нагрузки используются для определения деформационных и прочностных характеристик грунтов. Испытания штампом проводят в шурфах или в скважинах специальными жесткими металлическими штампами круглой формы площадью 0,5–1 м² и 600 см² во втором случае. Принципиальная схема испытания штампом в шурфе приведена на *рис. 2.27*.

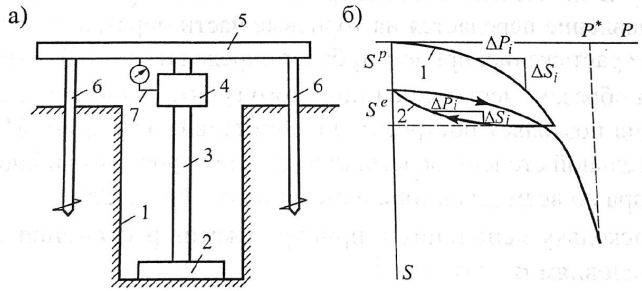

Рис. 2.27. Схема а) и результаты б) полевых штамповых испытаний:
а) 1 – шурф, 2 – штампы, 3 – стойка, 4 – домкрат, 5 – упорная балка, 6 – анкеры, 7 – измеритель деформаций; P – нагрузка; S – осадка штампа

Из рисунка видно, что при ступенчатом нагружении зависимость S–P криволинейная как по ветви нагружения, так и по ветви разгрузки. Однако при одном и том же приращении нагрузки (разгрузки) ΔP соответствующее приращение осадок (подъемов) штампа ΔS существенно разное. Следовательно, значение модуля деформации, определяемое по известной формуле на начальном участке $E_н$ и стадии разгрузки $E_р$ будут существенно отличаться, причем $E_р \approx (5–10)E_н$,

$$E = \frac{\Delta p_i b(1-\nu^2)\,\omega}{\Delta S_i}, \qquad (2.69)$$

где ω – коэффициент, зависящий от формы штампа (для круглого $\omega = 0{,}78$, а для квадратного $\omega = 0{,}88$), b – сторона или диаметр штампа, ν – коэффициент Пуассона, принимается в зависимости от вида грунта от 0,25 (плотный) до 0,35 (мягкий), Δp_i, ΔS_i – приращения давления под штампом и его осадки соответственно по ветви нагрузки (1) и разгрузки (2).

По критическому значению нагрузки под штампом можно также определить обобщенный параметр прочности c по известной формуле

$$p^* = 5{,}14\,c \text{ (плоский штамп)},$$
$$p^* = 5{,}7\,c \text{ (круглый штамп)}. \qquad (2.70)$$

Для идеальносвязных грунтов, когда $\varphi = 0$; $c \neq 0$ эта формула может быть использована без корректировки на угол трения. В случае грунтов, обладающих углом внутреннего трения $\varphi > 5^0$, можно ввести поправочные коэффициенты по аналогии с шаровым штампом (см. следующий параграф).

С помощью штамповых сдвиговых испытаний также определяют параметры прочности и деформируемости грунта. Для этого к штампу (в случае скального грунта) прикладывают нормальную и тангенциальную нагрузки на уровне контакта штампа с грунтом (*рис. 2.28*). Причем тангенциальную нагрузку T прикладывают сту-

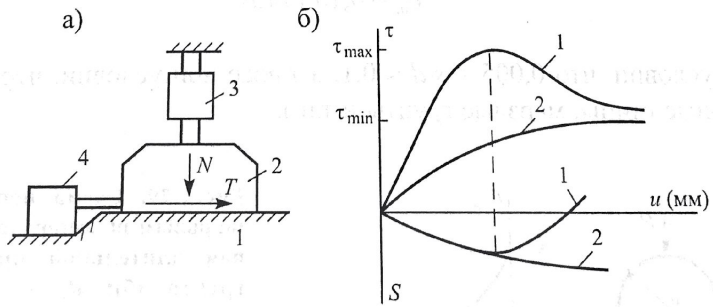

Рис. 2.28. Схема а) и результаты б) полевых штамповых испытаний на сдвиг: а) 1 – грунт (скала), 2 – штамп, 3 и 4 – домкрат; б) 1 – плотный грунт, скала, 2 – рыхлый грунт, τ – касательное напряжение на контакте штампа с грунтом, u – смещение штампа вдоль плоскости контакта, S – осадка штампа

пенями после стабилизации осадки штампа от вертикальной нагрузки, поддерживая ее постоянной в процессе сдвига. Из *рис. 2.28* видно, что в плотных грунтах зависимость τ–δ имеет экстремальный характер, т.е. в таких грунтах проявляются пиковая и остаточная прочности, что не противоречит лабораторным испытаниям плотных грунтов.

Вместе с тем для рыхлых грунтов не фиксируется пиковая прочность, что также не противоречит лабораторным испытаниям. Следует отметить, что при штамповых испытаниях на сдвиг плотных грунтов по результатам измеренных горизонтальных смещений можно определить модуль сдвига грунтов по формуле

$$G = \frac{\Delta q}{\pi \cdot \Delta u}(1-\nu)2a(1-\ln a), \qquad (2.71)$$

где Δq и Δu – приращения сдвиговых напряжений под штампом и перемещение штампа соответственно, a – ширина или диаметр штампа.

Испытания шаровым штампом. Метод предложен Н.А. Цытовичем для определения сцепления связных грунтов. Сущность метода заключается в том, что на гладкой поверхности грунта под действием статической нагрузки вдавливается штамп диаметром d. По глубине внедрения штампа s и соответствующего усилия определяют сцепление связного грунта по формуле А.Ю. Ишлинского

$$c_ш = 0{,}18\, P/\pi d s \qquad (2.72)$$

при условии, что $0{,}005 < s/d < 0{,}1$, а также при условии, что $\varphi < 5^0$ (жирные глины, мерзлые грунты и т.п.).

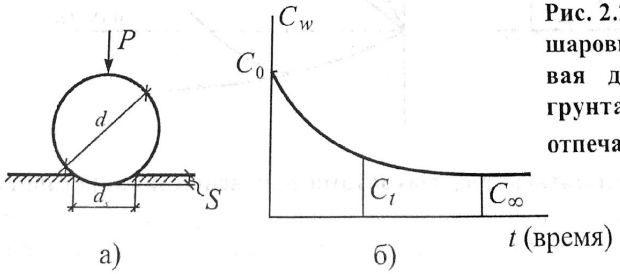

Рис. 2.29. Схема испытаний шаровым штампом (а) и кривая длительной прочности грунта (б); d_1 – диаметр отпечатки штампа

При $s/d < 0{,}005$ можно определить модуль деформации грунта по формуле

$$E_ш = 3P(1-\nu^2)/s\sqrt{s(d-s)}. \qquad (2.73)$$

Для грунтов, обладающих внутренним трением ($\varphi > 5^0$), необходимо ввести поправочный коэффициент M в формуле (2.72). Так, $\varphi = 10^0$ $M = 0{,}01$, $\varphi = 20^0$ $M = 0{,}08$, $\varphi = 30^0$ $M = 0{,}12$.

Метод шарового штампа позволяет также определять мгновенную и длительную прочности грунтов путем построения кривой зависимости $C_ш - t$ (*рис. 2.29, б*).

Статическое и динамическое зондирование используются для определения деформационных и прочностных параметров грунтов, а также для построения геологического разреза местности с выделением инженерно-геологических элементов. Эти методы широко применяются в изысканиях на стадии предварительного проектирования (ТЭО).

Статическое зондирование заключается в погружении зонда с коническим наконечником под углом 60 ^{0}С помощью домкрата с заданной скоростью. При этом измеряется сопротивление погружению конуса в толщу грунта q_c и строится график зависимости q_c от глубины. Модуль деформации определяют по эмпирическим зависимостям

для глинистых грунтов $E = 7q_c$,

для песчаных грунтов $E = 3q_c$. (2.74)

Параметры прочности также определяют по эмпирическим формулам

$$\mathrm{tg}\varphi = 0{,}45q_c + 0{,}26,$$

$$c = 0{,}0116\, q_c + 0{,}125. \qquad (2.75)$$

Динамическое зондирование осуществляется путём ударного или ударно-вращательного воздействий на зонд. При этом определяется число ударов N, необходимых для нагружения зонда на 10 см. Зная N, можно определить динамическое сопротивление грунта q_d, которое позволяет по корреляционным зависимостям судить о плотности песчаного грунта и о его деформационных и прочностных параметрах,

6 Заказ 1869

а также об ориентировочном значении модуля деформации глинистых грунтов.

Прессиометрические испытания грунтов также являются обязательным видом испытаний грунтов для ответственных сооружений и широко применяются в инженерной практике, особенно для испытания плотных глинистых и полускальных пород. По результатам прессиометрических испытаний можно определить параметры деформируемости и прочности грунтов. Испытания проводят в пробуренных скважинах (*рис. 2.30*) диаметрами d_0 = 76–130 мм на глубине до 25–30 м.

Прессиометр представляет собой трехкамерное цилиндрическое устройство с гибкими (резина, армированная вдоль цилиндра) стенками, где средняя 2 камера является рабочей, а крайние камеры 3 поддерживают давление на стенках скважины для обеспечения условий плоской деформации при расширении средней камеры. Прессиометр крепится на штанге с внутренним каналом и опускается на заданную глубину скважины. После подачи начального давления (через канал штанги) боковая поверхность плотно прилегает к стенкам скважин и снимается нулевой отсчёт волюмометра, измеряющий расход рабочей жидкости.

В дальнейшем в камеру ступенями подаётся давление и после стабилизации от каждой ступени измеряется расход рабочей жидкости, вызванный расширением стенок скважины. Результаты испытаний представляются в виде графика зависимости $\Delta d = d_i - d_0$ от p (см. *рис. 2.30*).

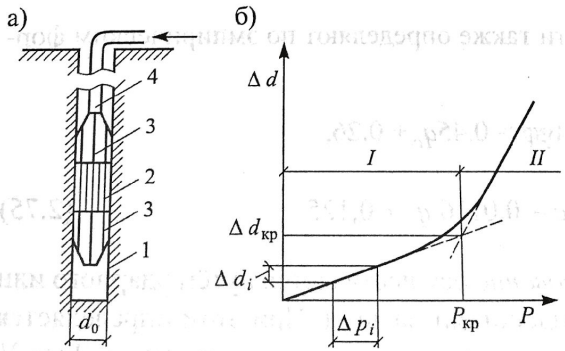

Рис. 2.30. Схема (а) и результаты (б) прессиометрических испытаний: а) 1 – скважина, 2 – рабочая камера, 3 – крайние камеры, 4 – штанга

По участку линейной зависимости *d–p* можно определить модуль деформации окружающего грунта, используя формулу Ляме

$$E = \frac{\Delta p_i}{\Delta d_i}(1+\nu)d_0. \qquad (2.76)$$

Следует отметить, что определённый таким образом модуль характеризует деформируемость массива грунта. В случае анизотропного грунта следует пользоваться другими соотношениями. Отметим также, что при проходке скважин в окружающем массиве формируется НДС, которое можно описать известными соотношениями

$$\sigma_r = \frac{\nu}{1+\nu}\cdot\gamma\cdot z\cdot\left(1-\frac{r_0^2}{r^2}\right),$$

$$\sigma_\theta = \frac{\nu}{1+\nu}\cdot\gamma\cdot z\cdot\left(1+\frac{r_0^2}{r^2}\right), \qquad (2.77)$$

$$u_r = \frac{\nu}{1+\nu}\cdot\gamma\cdot z\cdot\frac{1-\nu}{E}\cdot\frac{r_0^2}{r^2},$$

где $r_0 = d_0 / 2$, u_r – перемещение стенки скважин.

Отсюда следует, что при испытаниях прессиометром к стенкам скважин нужно приложить первоначальное давление, равное $p_0 = \gamma h$.

Для определения параметров прочности грунта необходимо определить предельное давление в камере прессиометра по зависимости Δd–p (*см. рис. 2.30*). Для этого необходимо прессиометрические испытания проводить на разных глубинах (как минимум на двух) в пределах одного и того же ИГЭ. Тогда с помощью следующей формулы, полученной из решения задачи Ляме в упругопластической постановке (плоская задача), можно определить параметры прочности φ и *c*:

$$p^* = \frac{2m\cdot\sigma_z - n}{1+m}, \qquad (2.78)$$

где $m = \mathrm{tg}(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2})\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)$, $n = 2c\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)$,

$\sigma_z = \gamma z$ – напряжение от собственного веса грунта.

Испытания грунтов методами вращательного среза (крыльчаткой). Крыльчатку используют в первую очередь для определения параметров прочности глинистых грунтов на глубинах 10–15 м. Для этого в забой скважины (*рис. 2.31*) опускают закреплённое на штанге специальное устройство (крыльчатку) на глубину, превышающую высоту h крыльчатки.

Крыльчатку вращают с помощью специального устройства с заданной скоростью и измеряют возникший при этом момент сопротивления. Устройство расположено на поверхности и соединено со штангой. Обычно диаметр d крыльчатки составляет 60–100 мм при соотношении $h/d = 2$.

При вращении крыльчатки с заданной скоростью образуется поверхность среза как по образующей, так и по бокам цилиндра. По результатам измерения моментов и соответствующих углов поворота θ строят кривую $M(\theta)$ и определяют максимальные и минимальные значения момента (*см. рис. 2.31*).

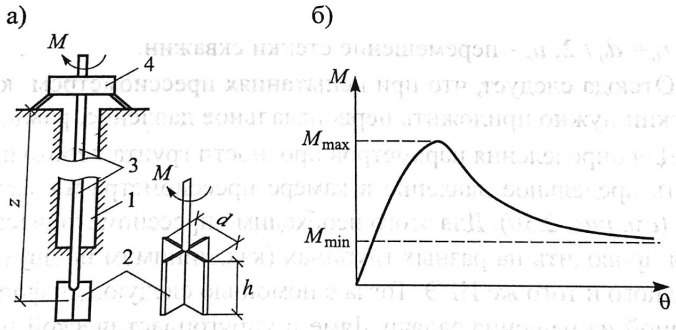

Рис. 2.31. Схема (а) и результат (б) полевого испытания вращательного среза (крыльчаткой):

1 – скважина, 2 – крыльчатка, 3 – штанга, 4 – вращающее устройство

При достижении M_{max} завершается процесс мобилизации внутренних сил, в грунте образуется поверхность скольжения и начинается срез грунта. В дальнейшем сопротивление сдвигу начинает падать до остаточной прочности, так как происходит вращение (несколько полных оборотов) по образованной поверхности скольжения.

Пиковую и остаточную прочности грунта определяют по соответствующим значениям моментов по формулам

$$\tau^*_{max} = M_{max} / B, \ \tau^*_{min} = M_{min} / B, \ B = \frac{\pi d^2 h}{2}\left(1 - \frac{d}{3h}\right). \quad (2.79)$$

Определенные таким образом τ_{max} и τ_{min} характеризуют прочность грунта в целом. Для жирных и водонасыщенных глин при $\varphi \le 5^0$ $\tau_{min} = c$. В остальных случаях при достижении остаточной прочности $c \approx 0$ величину φ можно определить по формуле

$$\tau_{min} = \xi_0 \cdot \sigma'_{zg} \cdot \mathrm{tg}\varphi, \quad (2.80)$$

где ξ_0 – коэффициент бокового давления грунта в условиях естественного залегания. В частности, $\xi_0 = 1$, а σ'_{zg} – эффективное напряжение на глубине испытания крыльчаткой, определяемое по формуле

$$\sigma'_{zg} \cong (\gamma - \gamma_w)\, z.$$

Тогда для грунтов, обладающих трением и сцеплением, можно определить сцепление

$$c = \tau_{max} - \tau_{min}.$$

По данным Ю.Г. Трофименкова и Л.Н. Воробкова, при заглублении крыльчатки в забой скважины на глубину более 5 м можно определить модуль деформации грунтов, используя начальный (линейный) участок кривой $M(\theta)$, т.е.

$$E = M / \theta d^3, \quad (2.81)$$

где θ – угол поворота крыльчатки под воздействием крутящего момента M.

Испытания грунтов дилатометром (дилатометрической пластиной) используются как для определения естественного напряженного состояния грунтов, так и для определения их модуля деформации. Дилатометр представляет собой тонкую заостренную пластинку толщиной 2–3 см, шириной 10–15 см и длиной 30–40 см (*рис. 2.32*). На боковой плоской поверхности установлены датчики для измерения контактных напряжений при внедрении дилатометра в грунт в

забое скважины с помощью штанг. Датчики фиксируют суммарное напряжение на уровне задавливания дилатометра, т.е. напряжение от собственного веса грунта и избыточное напряжение, возникающее вследствие внедрения дилатометрической пластинки.

$$\sigma_{изм} = \sigma_0 + \sigma_{изб}, \qquad (2.82)$$

где σ_0 и $\sigma_{изб}$ – природное (исходное) и избыточное (по отношению к природному) напряжения.

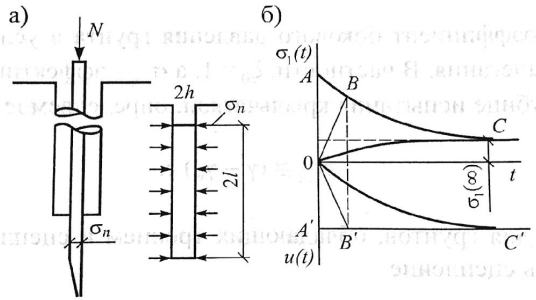

Рис. 2.32. Расчетная схема (а) и результаты (б) определения контактных напряжений на поверхности дилатометра толщиной 2*h*, шириной 2*b* при различных режимах нагружения (*OA, OA'* – мгновенное, *OB, OB'* – с постоянной скоростью, *OC, OC'* – с затухающей скоростью)

При быстром нагружении дилатометра можно определить модуль мгновенной (условно упругой) деформации грунта по формуле

$$E_{ме} = \frac{2\sigma_{x(ме)}(1-\nu^2)\cdot b}{h}, \qquad (2.83)$$

где $\sigma_{x(мг)}$ – избыточное напряжение на контакте грунт-дилатометр при быстром (мгновенном) задавливании.

При медленном погружении дилатометра определяется модуль общей деформации E_0 грунта по той же формуле, но при этом вместо σ_x следует подставить $\sigma_{x(\infty)} < \sigma_{x(мг)}$. При этом

$$\frac{1}{E_0} = \frac{1}{E_{ме}} + \frac{1}{E_{дл}}. \qquad (2.84)$$

По кривой релаксации (AC) напряжений $\sigma_x(t)$ можно определить параметры ползучести грунта. Для этого достаточно воспользоваться соответствующим решением релаксационной задачи [71]

$$\sigma_{x(t_0)} = \frac{E_{дл} \cdot h\nu}{2(1-\nu^2)b \cdot L}\left\{t_0 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{E_{дл}}{E_{ме}}\right)\left[exp\left(-\eta\frac{E_{ме}}{E_{дл}}t_0\right) - 1\right]\right\}, \quad (2.85)$$

где t_0 – время погружения дилатометра со скоростью V (см/мин) длиной L, η – параметр затухающей ползучести.

Приведенные выше формулы справедливы для однородного неводонасыщенного грунта. В случае испытания дилатометром водонасыщенных глинистых грунтов результаты испытания следует обработать в тотальных напряжениях, т.е. определять $E_{tot(мг)}$, $E_{tot(дл)}$.

Для того чтобы определить избыточное напряжение, можно в первом приближении принять $\sigma_x(t_0)$ равным $\sigma_x = \gamma h$, и тогда

$$\sigma_{изб} = \sigma_{нач} - \gamma h. \quad (2.86)$$

Испытания вакуумным штампом используются для определения параметров деформируемости слабых водонасыщенных грунтов под водой на шельфе или же в обычных условиях при отсутствии оборудования для обычных штамповых испытаний. Сущность испытаний вакуумным штампом заключается в том, что под водонепроницаемым экраном (штампом) заданных размеров (не ограничены), уложенным сверх слоя гравелистого песка на поверхности грунта, создается вакуум и удаляются воздух и вода через отсасывающую трубу (*рис. 2.33*) до полной стабилизации осадок поверхности грунта под штампом, измеряемых прогибомерами.

Под вакуумным штампом в грунте возникает уплотняющее давление, равное

$$p = \gamma_w h_w + p_a, \quad (2.87)$$

где h_w – столб воды над штампом, p_a – атмосферное давление.

Интерпретация результатов такого испытания может быть основана на теории уплотнения водонасыщенного грунта под действием установившегося фильтрационного потока. Вследствие этого возникают объемные фильтрационные силы, которые уравновешиваются давлением на штамп.

Для круглого штампа решение соответствующей задачи приводит к зависимости осадки от давления на штамп в виде

$$S = \frac{p \cdot (1 - \nu^2) \cdot R}{E}, \qquad (2.88)$$

где R – радиус штампа; p – давление на штамп; E – модуль деформации; ν – коэффициент Пуассона; $P = \gamma_w h_w + P_a$, P_a – атмосферное давление.

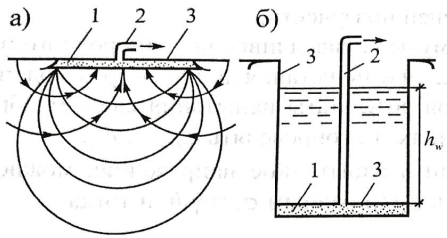

Рис. 2.33. Схема определения модуля деформации водонасыщенных грунтов вакуумным штампом:
а) на поверхности грунтов;
б) в шурфе

В случае прямоугольной формы штампа можно воспользоваться решением соответствующей задачи о действии гибкой равномерно распределенной нагрузки по площади прямоугольника на поверхности грунтового полупространства (задача Лява).Такое решение рассматривается в гл. 5.

Отметим, что если на водонасыщенный образец грунта натянуть резиновую оболочку и создать под оболочкой вакуум, то образец будет испытывать всестороннее давление $p = p_a$ и уплотняться. Если же этот образец поместить в вакуумную камеру и создать разряжение, то образец будет испытывать всестороннее растяжение и будет разуплотняться. Аналогичный эффект наблюдается при отборе образцов с больших глубин. В таких случаях грунты не только разуплотняются за счёт расширения пузырьков воздуха, но иногда и разрушаются.

Преимущество испытания вакуумным штампом заключается в том, что он не требует специального нагрузочного устройства, а площадь штампа не ограничена.

Забегая вперёд, отметим, что вакуумную геотехнологию в настоящее время широко используют в инженерной практике для предварительного уплотнения слабых грунтов шельфовой зоны с применением вертикального дренажа. Кроме того, эта технология использу-

ется для погружения фундаментов кессонного типа. Эффективность уплотнения вакуумом может усиливаться при передаче на массив ультразвуковых колебаний, так как при этом коэффициент фильтрации увеличивается на один-два порядка.

Релаксационные испытания грунтов. Отличительная особенность релаксационных испытаний грунтов в полевых условиях заключается в том, что они в значительной степени сокращают сроки испытания (в десятки раз) и, не изменяя характеристики грунтов в процессе релаксации напряжений (плотность, влажность), позволяют определить деформационные и реологические параметры скелета грунта.

Релаксация напряжений под штампом. Если после очередной ступени $P(\tau_1)$ нагружения фиксировать соответствующую начальную осадку штампа $S(\tau_1)$, упирая нагружающее устройство и динамометр в упорную жёсткую балку (*рис. 2.34*), то напряжения под штампом будут релаксировать во времени, а усилия на штамп будут стабилизироваться до значения $P(\infty)$. Если грунты основания штампа обладают свойством затухающей ползучести, то релаксация усилия в динамометре будет определяться зависимостью вида [66]

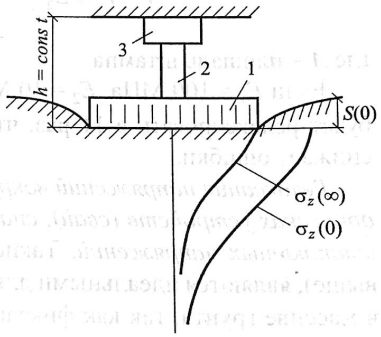

Рис. 2.34. Схема испытания штампом на релаксацию

$$P(t)=P(\tau_1)\cdot\left[1-\frac{\chi\cdot r_1}{1+(r+r_1)}\cdot\left\{1-\exp\left[-\eta\cdot\frac{1+\chi\cdot(r+r_1)}{1+\chi r}\right](t-\tau_1)\right\}\right], \quad (2.89)$$

где $r = Q / E_1$, $r_1 = Q / E_2$, E_1 и E_2 – модули мгновенной и длительной деформации скелета грунта, Q – жесткость системы фиксации штампа (кН/см), η – параметр ползучести скелета грунта.

При большой жесткости системы фиксации начальной осадки штампа $Q \to \infty$ уравнение (2.89) упрощается и принимает вид

$$P(t)=P(\tau_1)\left[1-\frac{E_1}{E_1+E_2}\left\{1-\exp\left[-\eta\cdot\frac{E_1+E_2}{E_2}(t-\tau_1)\right]\right\}\right]. \quad (2.90)$$

Имея релаксационную экспериментальную кривую, можно определить параметры деформируемости и ползучести скелета грунта по формулам

$$E_1 = \frac{\left(1-\nu^2\right)\cdot\omega\cdot P\left(\tau_1\right)\cdot b}{S\left(\tau_1\right)\cdot A},$$

$$E_2 = E_1\cdot\frac{P(\infty)}{P(\tau)-P(\infty)}, \qquad (2.91)$$

$$\eta = -\frac{1}{t}\ln\frac{E_2}{E_1+E_2}\left(1-\frac{P(t)-P(\infty)}{P\left(\tau_1\right)}\cdot\frac{E_1+E_2}{E_2}\right),$$

где A – площадь штампа.

Если E_1 = 100 МПа, E_2 = 10 МПа, то начальное усилие на штамп будет релаксировать в 11 раз, что повышает точность измерений и снижает ошибки.

Релаксация напряжений вокруг задавливаемых (забивных) цилиндрических устройств (свай), снабженных датчиками для измерений контактных напряжений. Такие устройства, как дилатометры (см. выше), являются идеальными для измерения релаксации напряжений в массиве грунта, так как фиксация начальных перемещений стенок скважины радиусом r выполняется практически идеально за счёт большой жесткости материала сваи по сравнению с жёсткостью грунта. Эти испытания позволяют в короткий срок определить все три параметра грунта E_1, E_2, η на основе решения соответствующей задачи.

Решение релаксационной задачи вокруг цилиндрического устройства, задавленного в массив грунта, аналогично решению задачи для дилатометра или штампа. Оно имеет вид [67]

$$\sigma\left(t,r_c\right)=\sigma\left(\tau_1,r_c\right)\cdot\left[1+\frac{\dot{\sigma}_1\left(\tau_1,r_c\right)\beta\left(A-1\right)}{\sigma_1\left(r_c,\tau_1\right)\eta\left[\beta\left(A-1\right)+\alpha A\right]}\times\left\{1-\exp\left[-\eta\frac{\beta\left(A-1\right)-A}{\rho\left(A-1\right)}\left(t-\tau_1\right)\right]\right\}\right], \qquad (2.92)$$

где $\sigma(\tau_1, r_c)$ – начальное контактное давление на поверхности сваи, определяемое с учетом образования пластической зоны радиусом ρ, т.е.

$$\sigma(\tau_1, r_c) = \left(\frac{n}{m-1} + \frac{rm\sigma_r + n}{1+m}\right)\left(\frac{r_a}{\rho}\right)^{\frac{1-m}{n}} - \frac{n}{m-1}, \qquad (2.93)$$

где r_1 – радиус сваи, $m = \mathrm{tg}\left(\pi/4 + \varphi/2\right)\mathrm{ctg}\left(\pi/4 - \varphi/2\right) \cdot c$,

$n = 2c \cdot \mathrm{ctg}\left(\pi/4 + \varphi/2\right)$, ρ – радиус пластической зоны,

$$A = \frac{\beta(1+\nu)}{1-2\nu^2-\nu}, \quad \beta = \frac{E_p}{E_1}, \quad \alpha = \frac{E_p}{E_2}.$$

При $t \to \infty$ имеем

$$\sigma_1(\infty, r_1) = \sigma_1(\tau_1) \cdot \left\{1 + \frac{\dot{\sigma}_1(\tau_1, r_1)}{\sigma_1(\tau_1, r_1)} \cdot \frac{\beta(A-1)}{\eta\left[\beta(A-1) + \alpha A\right]}\right\},$$

$$\dot{\sigma}(\tau_1, r_1) = \frac{\sigma \cdot B \cdot \eta}{A-1} - \sigma_1(\tau_1, r_1)\,\varphi(\tau_1)\eta\frac{E_0}{\beta}\frac{A}{A-1}, \qquad (2.94)$$

$B = E_0 \cdot \varphi(\tau_1)(1+\nu)$;

при большой жесткости материала сваи по отношению к грунту имеем

$$\sigma_1(\infty, r_1) = \sigma_1(\tau_1, r_1) \cdot E_2/(E_1 + E_2). \qquad (2.95)$$

Если принято, например, E_1 = 50 МПа; E_2 = 5 МПа, то начальные напряжения будут релаксировать в 10 раз!

2.6. Эквивалентные характеристики деформируемости и прочности многокомпонентного грунта

2.6.1. Общие положения

В современной теоретической механике грунтов при определении напряжений и деформаций в грунтовой среде пользуются представлениями классической механики деформируемого твердого тела,

которая разрабатывалась для конструкционных материалов (металлы, пластмассы, стекло, бетон, дерево и т.п.).

Согласно этой теории предполагалось, что деформируемые тела, испытывающие действие внешних сил, являются однородными и непрерывно распределенными по всему объему тела и что самый малый элементарный объем, выделенный из этого тела, обладает теми же физико-механическими свойствами, что и все тело. Отсюда следует, что должен существовать некоторый элементарный представительный объем сплошной среды.

Очевидно, что для грунтовой дискретной среды такой объем не может быть представлен в виде минеральной частицы, а только совокупностью многих минеральных частиц, составляющей пространственную структуру (часть скелета грунта), способной сопротивляться объемным изменениям и формоизменениям, т.е. обладающей свойствами деформируемой гомогенной сплошной среды. Причем эти свойства будут существенно отличаться от свойств самих минеральных частиц.

В действительности грунтовая среда является гетерогенной (неоднородной) средой, состоящей из многих компонентов (твердый, жидкий, газообразный), в которой распределение напряжений и деформаций неоднородное, и поэтому определение представительного объема эквивалентной гомогенной среды во многом зависит от минералогического и гранулометрического составов и строения грунтовой среды, от соотношений объемов, занимаемых твердым, жидким и газообразным составляющими. В зависимости от этих соотношений физико-механические свойства меняются в широких пределах. Тем не менее представление о грунте как о гомогенной среде позволило решить многие практические задачи прикладной механики грунтов. Если взять любое сечение грунтовой среды, то очевидно, что распределение напряжений на нем будет неоднородным. Осреднённое значение напряжений по этому сечению позволяет описать напряженно-деформированное состояние (НДС) в представительном объеме грунта с обобщенными эквивалентными характеристиками деформируемости и прочности грунта в целом. Чем меньше размеры минеральных частиц и чем однородней гранулометрический состав грунта, тем больше достоверность результатов использования аппарата механики сплошной среды в механике грунтов. Так, например, для глинистого или мелкозернистого грунта представительный объем может быть равен нескольким кубическим сантиметрам, для

крупноблочных грунтов – нескольким кубическим дециметрам, для каменной наброски – нескольким кубическим метрам, для трещиноватой скальной породы – нескольким десяткам кубических метров.

Очевидно, что для достоверного описания НДС таких разновидностей грунтов требуется представительное определение эквивалентных характеристик деформируемости некоторой обобщенной гомогенной среды. Имеются многочисленные работы по описанию НДС в дискретных грунтовых средах и в трещиноватых скальных породах с использованием эквивалентных характеристик для представительного объёма грунта в целом [68].

Однако методика определения эквивалентных характеристик неоднородной грунтовой среды требует совершенствования. Это связано с определением напряжений и деформаций в неоднородной грунтовой среде, а также необходимостью учёта взаимодействия составляющих компонентов грунта в процессе формирования НДС под действием внешних сил.

Первая попытка раздельного представления напряжений в водонасыщенном грунте была сделана К. Терцаги в 1923 г., предложившим общее напряжение в грунте σ (тотальные напряжения) представить как сумму напряжений в скелете σ_s (эффективные напряжения) и в поровой воде u_w (поровое или нейтральное давление), отнесенных ко всей площади, т.е. соотношением

$$\sigma = \overline{\sigma}_s + \overline{u}_w.$$

Однако такое представление не учитывает пористость грунта, так как все напряжения отнесены ко всей площади грунта, включая площади пор. Нам представляется более реальным тотальные напряжения представить через истинные напряжения в компонентах грунта с учетом пористости грунта. Тогда осреднение значений напряжений в скелете и в поровой воде будет отнесено к площадям, занимаемым твердыми минералами и поровой водой, т.е. можно записать

$$\sigma = \sigma_s m + u_w n, \qquad (2.96)$$

где n – пористость грунта; $m = 1 - n$;

$$\overline{\sigma}_s = \sigma_s \cdot m, \quad \overline{u}_w = u_w \cdot n.$$

Из уравнения (2.96) следует, что истинные напряжения в скелете и в поровой воде грунта превышают их средние значения, отнесен-

ные ко всей площади грунта. Учет этого обстоятельства при построении реологической модели грунта существенно важен.

Такое представление напряжений удобно для определения эффективных характеристик грунта и описания НДС массива не только водонасыщенного грунта, но также для описания НДС других видов грунтов, например, для крупнообломочного грунта с глинистым или другим (лёд) заполнителем. При этом крупнообломочный грунт является вмещающей породой для мелкозернистого заполнителя порового пространства вмещающей породы.

Следует отметить, что в случаях, когда вмещающей породой являются мелкозернистые грунты (глина, песок), а включения представлены в виде отдельных камней (галечники, гравий, крупные обломки и т.п.), не контактирующие между собой, но армирующие вмещающую породу, потребуется другая методика определения эквивалентных характеристик. Далее эти случаи рассматриваются в отдельности.

2.6.2. Эквивалентные (приведённые) характеристики деформируемости и прочности двухкомпонентного грунта

В этом случае каждый из компонентов грунта имеет свои характеристики деформируемости K и G и прочности φ и c. Рассмотрим различные случаи. Следует отметить, что эквивалентные характеристики грунтов в целом можно определить экспериментом в условиях закрытой системы.

Водонасыщенный грунт (рис. 2.35, а)

В этом случае эквивалентные характеристики деформируемости и прочности могут быть получены, если полагать, что объемные деформации грунта в целом и скелета грунта равны и что между объемными деформациями скелета и поровой воды соблюдается соотношение $\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_w \cdot n$. Кроме того, очевидно условие равенства сдвиговых деформаций грунта в целом, скелета грунта и поровой воды, т.е. $\gamma = \gamma_s = \gamma_w$.

В случае не полностью водонасыщенных грунтов следует полагать, что поровая вода обладает объемным модулем сжатия K_w, а модуль сдвига равен нулю, т.е. $G_w = 0$.

Тогда на основе (2.96) и вышеописанных условий связи между объемными и сдвиговыми деформациями в условиях закрытой системы получим соотношения:

$$K = K_w + K_s m, \quad G = G_s + G_w = G_s = G,$$

$$u_w = \beta_w \sigma, \qquad \sigma_s = \sigma \frac{K_s}{K}, \qquad \beta_w = \frac{K_w}{n(K_w + mK_s)}, \tag{2.97}$$

$$\tau_w = 0, \qquad \tau_s = \frac{\tau}{m}.$$

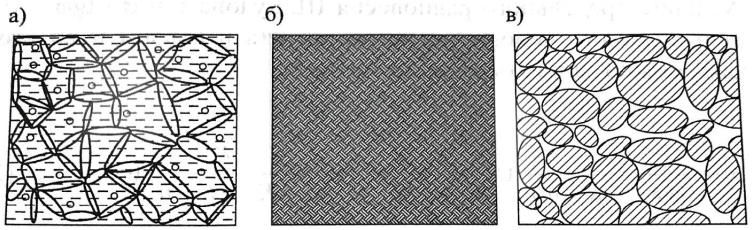

Рис. 2.35. Схематическое представление двухкомпонентных грунтов:
а) глинистый грунт, поры которого заполнены сжимаемой жидкостью; б) глинистый грунт переуплотненный, поры которого заполнены вязкой сжимаемой жидкостью; в) крупнообломочный грунт с заполнителем мелкозернистого грунта

Для сравнения приведем выражения для эквивалентных характеристик грунта, полученных нами ранее (1973 г.) на основе зависимости К. Терцаги $\sigma = \sigma_s + u_w$, т.е. имеем:

$$K = K_s + K_w/n, \quad G = G_s, \quad \beta_w = \frac{K_w}{K_w + K_s \cdot n},$$

$$u_w = \sigma \cdot \beta_w, \quad \sigma_s = \sigma \cdot \frac{K_s}{K}, \quad \tau_w = 0, \quad \tau_s = \tau. \tag{2.98}$$

Сравнивая (2.97) и (2.98), видим существенную разницу между значениями K и β_w. Так, например, при $m = n = 0{,}5$ и при прочих равных условиях эквивалентные характеристики K и β отличаются в два раза. Однако при предельных переходах, когда $K_w >> K_s$, коэффициент порового давления не будет зависеть от характеристик грунта, но будет зависеть от пористости грунта. Причем при $n \to 1$ $\beta_w \to 1$, при $n \le 1$ $\beta_w \ge 1$. Такой результат обусловлен исходным уравнением (2.96), согласно которому истинные напряжения в скелете и в поровой воде превышают их осредненные значения, т.е.

$$\sigma_s = \bar{\sigma}_s / m \text{ и } u_w = \bar{u}_w / n .$$

Если учитывать это обстоятельство, то при предельных переходах в (2.96) получим обычные значения $\bar{\sigma}_s$ и $\bar{u}_w$.

Условие предельного равновесия Ш. Кулона $\tau = \sigma \cdot \mathrm{tg}\varphi + c$ для рассматриваемого водонасыщенного грунта в первом и во втором случаях можно записать соответственно:

$$\tau_s = \sigma \cdot \frac{K_s}{e(K_w + K_s \cdot m)} \cdot \mathrm{tg}\varphi_s + c_s / m, \quad \tau_s = \sigma \cdot \frac{K_s}{K_w + K_s \cdot n} \cdot \mathrm{tg}\varphi_s + c_s, \quad (2.99)$$

τ_s – касательное напряжение в скелете грунта; e – коэффициент пористости грунта; $c_s = c$ – сцепление грунта.

Причем в первом случае $\tau_s = \tau / m$, а во втором $\tau_s = \tau$.

Очевидно, что при прочих равных условиях предельное сопротивление сдвигу в первом случае больше, чем во втором. Это обусловлено тем, что истинное напряжение в скелете в первом случае больше и, следовательно, кулоновское трение больше в первом случае. Если условие прочности записать в тотальных напряжениях: $\tau = \sigma \cdot \mathrm{tg}\varphi + c$, то, сравнивая его с каждым из выражения (2.99), получим связь между эквивалентными характеристиками прочности и деформируемости.

Анализ рассмотренного случая показывает, что описание НДС водонасыщенного грунта на основе (2.96) приводит к завышению эквивалентных характеристик деформируемости и прочности грунтов по сравнению с традиционным представлением НДС водонасыщенного грунта на основе уравнений К.Терцаги.

Водонасыщенная плотная глина (рис. 2.35, б)

В этом случае поровая вода находится в твердосвязанном состоянии и, следовательно, необходимо учитывать её способность сопротивляться сдвиговым напряжениям. Такие свойства связанной воды проявляются в экспериментах компрессионного сжатия и при определении коэффициента фильтрации. В первом случае наблюдается остаточное поровое давление, а во втором – начальный градиент напора. Рассмотрение течения вязкой жидкости в капиллярах показывает, что начальный градиент напора опредеяется с вязкопластичес-

кими свойствами жидкости и возникновением касательных напряжений в ней. Причем начальный градиент напора связан с диаметром капилляра и порогом ползучести τ_0 зависимостью

$$i_0 = \frac{4\tau_0}{\gamma_w d}, \qquad (2.100)$$

где d – диаметр капилляра, τ_0 – порог ползучести поровой жидкости.

Следовательно, в этом случае дополнительно к условию (2.96) необходимо записать, что тотальные касательные напряжения τ связаны с истинными касательными напряжениями в скелете τ_s и в поровой воде τ_w зависимостью

$$\tau = \tau_s m + \tau_w n. \qquad (2.101)$$

Тогда по аналогии с вышеизложенным и полагая, что $G_w \neq 0$ и $\gamma = \gamma_s = \gamma_w$, получим дополнительно к формулам (2.97) зависимости для эквивалентных характеристик G и для напряжений τ_s, τ_w, т.е.

$$G = G_s m + G_w n, \quad \tau_s = \frac{\tau}{m}\left(1 - \frac{G_s}{G} n\right), \quad \tau_w = \frac{\tau}{n}\left(1 - \frac{G_w}{G} m\right). \qquad (2.102)$$

Тогда деформации грунта в целом можем определить, как обычно, формулами $\varepsilon = \sigma / K$ и $\gamma = \tau / G$. Если же заменить модуль сдвига на коэффициент вязкости при сдвиге, то получим

$$\eta = \eta_s m + \eta_w n, \; \tau_s = \frac{\tau}{m}\left(1 - \frac{\eta_s}{\eta} n\right), \; \tau_w = \frac{\tau}{n}\left(1 - \frac{\eta_w}{\eta} m\right). \qquad (2.103)$$

Предельное значение сопротивления сдвигу в этом случае можно записать для истинных напряжений τ_s и σ_s полагая, что τ_w при срезе стремится к нулю. Выражение для скорости деформации сдвига запишется так:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta} = \frac{\tau}{\eta_s \cdot m + \eta_w \cdot n}. \qquad (2.104)$$

Аналогичным образом можно получить выражения для эквивалентных характеристик грунта в целом для случаев, когда скелет грунта и поровая вода обладают нелинейными свойствами. Однако в таких случаях неизбежно приходим к трансцендентным уравнениям. В наших работах рассмотрены различные случаи на основе уравнения К. Терцаги.

Крупнообломочный грунт с мелкозернистым заполнителем (рис. 2.35, в)

Представленный выше метод описания НДС грунтовой среды можно использовать для определения эквивалентных характеристик крупнообломочного грунта, поровое пространство которого заполнено мелкозернистым грунтом или льдом. Тогда, оставляя те же обозначения для общего и эффективного напряжений и заменяя индексы для порового заполнителя через i, получим следующие выражения:

$$K = K_i + K_s m, \qquad G = G_s m + G_i n, \qquad \nu = \frac{K - 2G}{2(K - G)}, \qquad (2.105)$$

$$\sigma_s = \sigma \frac{K_s}{K}, \quad \sigma_i = \sigma \frac{K_i}{n \cdot K}, \quad \tau_s = \frac{\tau}{m}\left(1 - \frac{G_s}{G} n\right), \quad \tau_i = \frac{\tau}{n}\left(1 - \frac{G_i}{G} m\right),$$

где n – пористость крупнообломочного грунта, $m = 1 - n$, K_s, G_s – модули объемной и сдвиговой деформаций крупнообломочного грунта без заполнителя, K_i, G_i – модули объемной и сдвиговой деформаций грунта в порах крупнообломочного грунта.

Условие предельного равновесия крупнообломочного грунта с мелкозернистым заполнителем запишется следующим образом:

$$\tau = \sigma \mathrm{tg}\varphi + c \qquad \text{или}$$

$$\tau = \tau_s m + \tau_i n = m(\sigma_s \mathrm{tg}\varphi_s + c_s) + (\sigma_i \mathrm{tg}\varphi_i + c_i)n, \qquad (2.106)$$

где φ и c – эквивалентные характеристики прочности грунта в целом; φ_s, c_s, φ_i, c_i – характеристики прочности крупнообломочного грунта и заполнителя соответственно.

Крупнообломочный грунт без заполнителя

Из уравнений (2.105) следует, что в случае крупнообломочного грунта без заполнителя, т.е. для сухого крупнообломочного грунта, будем иметь

$$K = K_s m, \quad G = G_s m, \quad \sigma_s = \frac{\sigma}{m} > \bar{\sigma}_s, \quad \tau_s = \frac{\tau}{m} > \bar{\tau}_s, \qquad (2.107)$$

$$\varepsilon = \sigma/K, \quad \gamma = \tau/G \quad \text{или} \quad \varepsilon = \varepsilon_s = \sigma_s/K_s, \quad \gamma = \gamma_s = \tau_s/G_s.$$

Следовательно, и в этом случае истинные напряжения в скелете грунта σ_s и τ_s превышают их средневзвешенные значения или тотальные напряжения σ и τ.

В крупнообломочном грунте наряду с осредненными значениями напряжений в скелете грунта σ_s и τ_s действуют напряжения на контактах между крупными обломками, которые значительно превышают осредненные значения напряжений. Эти контактные напряжения значительно превосходят (на несколько порядков) средние значения напряжений в крупнообломочном грунте в целом и могут служить причиной медленного деформирования каменной наброски или внезапного лавинного разрушения её структуры с переходом в состояние предельного равновесия.

Контактные напряжения и взаимное перемещение камней в каменной наброске могут быть приближенно количественно оценены по решению задачи Герца о взаимодействии двух упругих шаров или двух тел со сферической формой на контакте. Для этого можно использовать известные зависимости для максимального значения напряжений и перемещений в точке контакта, т.е. соотношения

$$\sigma_{\max} = \frac{3N}{2\pi a^3}, \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16}\frac{N^2(K_1+K_2)R_1R_2}{R_1+R_2}}, \qquad (2.108)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4}\frac{N(K_1+K_2)R_1R_2}{R_1+R_2}}, \quad K_1 = \frac{1-\nu_1^2}{E_1}, \quad K_2 = \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}, \quad \delta = \frac{(2-\nu)T}{4Ga},$$

где N и T – силы взаимодействия шаров, нормальная и касательная соответственно; E_1 и E_2; ν_1 и ν_2 – модули упругости и коэффициенты

Пуассона материала камней; R_1, R_2 – радиусы кривизны шаров на контакте; α и δ – нормальные и касательные относительные перемещения шаров; a – радиус пятна контакта.

Если же шар вдавливается в сферическую выемку, то в (2.108) вместо R_1 следует вставить его отрицательное значение. Точка с максимальным касательным напряжением лежит на оси контакта на глубине, равной половине радиуса сферической поверхности, и оно составляет около $0{,}3\sigma_{max}$. Для хрупких сред (камни) важно максимальное растягивающее напряжение, возникающее на окружности области контакта и равное $\sigma_2 = 1{,}33\sigma_{max}$. Тангенциальное напряжение σ_Θ численно равно σ_2, но противоположного знака. Следовательно, на окружности пятна контактной поверхности, где нормальные напряжения равны нулю, имеет место чистый сдвиг с интенсивностью касательных напряжений, равной $0{,}13\sigma_{max}$.

Концентрация контактных напряжений в каменной наброске может объяснить возможность образования крутых откосов в ней, превышающих угол естественного откоса или угол трения, так как нормальные напряжения на контакте значительно превышают касательные напряжения, особенно вблизи точки контакта.

Касательные и нормальные напряжения по площади контакта радиусом a распределяются по следующим зависимостям:

$$\sigma_n = \frac{3N}{2\pi a^2}\cdot\sqrt{1-\frac{\rho^2}{a^2}}, \quad \tau_n = \frac{T}{2\pi a\sqrt{(a^2+\rho^2)}}, \quad 0 \le \rho \le a. \qquad (2.109)$$

Поскольку, касательные напряжения растут от центра к периферии, а нормальные напряжения – наоборот, то возможно проскальзывание на определённой части площади контакта при $\rho = a' < a$. Учет этого обстоятельства приводит к тому, что касательные напряжения при $\rho > a'$ снижаются и становятся равными кулоновскому трению, т.е. $\tau_n = \sigma_n \operatorname{tg}\varphi$. Впервые этот эффект учёл Миндлин и предложил следующие зависимости для τ_n, a, δ соответственно:

$$\tau_n = \frac{3\operatorname{tg}\varphi N}{2\pi a^2}\left[\sqrt{1-\frac{\rho^2}{a^2}} - \frac{a'}{a}\sqrt{1-\frac{\rho^3}{(a')^2}}\right], \quad 0 \le \rho \le a';$$

$$\tau_n = \frac{3\mathrm{tg}\varphi N}{2\pi a^2}\cdot\sqrt{1-\frac{\rho^2}{a^2}} \quad a' \le \rho \le a; \qquad (2.110)$$

$$a' = a\cdot\left(1-\frac{T}{N\mathrm{tg}\varphi}\right)^{2/3}, \quad \delta = \frac{3(2-\nu)\mathrm{tg}\varphi N}{8Ga}\cdot\left[1-\left(1-\frac{T}{N\mathrm{tg}\varphi}\right)^{2/3}\right],$$

где G – модуль сдвига материала камня.

На основании вышеприведенных формул нами были рассчитаны примеры для случаев, когда шары имеют одинаковый радиус и одинаковые модули деформации и коэффициенты Пуассона, радиус шаров равен 5 см, а средняя нормальная и касательная нагрузка на 1 м² составляют соответственно

$$\bar{\sigma} = 30\,T/\text{м}^2, \quad \bar{\tau} = 15\,T/\text{м}^2,$$

тогда $N = 0{,}3T$; $T = 0{,}15T$, так как на 1 м² – 100 контактов при плотной упаковке шаров.

Если взять модуль деформации материала камня E = 1500 МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3$, а $\varphi = 30^0$, то максимальные значения нормальных и касательных напряжений на контакте будут соответственно равны

$$\sigma_n^{max} = 1500 \text{ МПа}, \quad \tau_n^{max} = 292 \text{ МПа}.$$

Относительные смещения шаров в нормальном и касательном направлениях составляют 0,67 мм и 0,16 мм соответственно. Если же учитывать кулоновское трение, то относительное горизонтальное смещение шаров составляет 0,14 мм. Если же эти смещения умножить на 10, т.е. для случая кубической упаковки шаров 100×100×100, то получим соответственно на 1 м 6,7 мм нормальных и 1,6 мм касательных смещений, что составляет соответственно 0,67% и 0,16 %. Отсюда следует, что осадка и горизонтальное смещение крупнообломочного грунта без нарушения структуры при толщине 10 м и при нагрузке σ_n = 30 Т/м² и τ = 15 Т/м² составит соответственно 6,7 см и 1,6 см.

2.6.3. Эквивалентные характеристики гетерогенных сред

В отличие от вышеизложенного, здесь приводится описание другого способа количественной оценки эквивалентных характеристик

деформируемости и вязкости неоднородных сред, который базируется на достижениях механики композитов и, в частности, на достижениях механики гетерогенных материалов [26]. При этом используются идеализированные геометрические модели гетерогенных сред, позволяющие получить аналитические оценки макроскопических свойств гетерогенных сред через геометрические и механические характеристики составляющих компонентов. В основу этой теории положен принцип эквивалентной гомогенности и равенства энергии деформирования гетерогенной среды и энергии деформирования эквивалентной гомогенной среды. Не вдаваясь в подробности теоретических решений этого метода, приведем некоторые окончательные результаты, которые могут быть полезными в инженерной практике и в прикладной механике грунтов.

Среда с упругими сферическими включениями одного диаметра

Если объемная доля сферических включений $n = V_1/V_2$ мала, т.е. $n < 1$, то эквивалентные модули сдвиговой G и объемной K деформаций эквивалентной гомогенной среды выразятся через соответствующие модули для сферических включений G_1, K_1:

$$G = G_2\left\{1 - \frac{15\cdot(1-\nu_2)\cdot[1-G_1/G_2]\cdot n}{7-5\nu_2+2\cdot(4-5\nu_2)\cdot(G_1/G_2)}\right\}; \qquad (2.111)$$

$$K = K_2 + \frac{(K_1-K_2)\cdot n}{1+[(K_1-K_2)/(K_2+4\cdot G_2)]}.$$

Когда сферические включения абсолютно жесткие, а вмещающая среда несжимаема, т.е. $G_1 = \infty$, $\nu_2 = 0{,}5$, то

$$G = G_2\,(1 + 2{,}5\cdot n). \qquad (2.112)$$

Из этой формулы видно, что с ростом сферических включений эквивалентный модуль сдвига растет и что сферические включения армируют вмещающую среду. Такой средой может быть моделирована глина с включениями однородного крупнозернистого грунта.

Если заменить в формуле (2.112) модули сдвига на коэффициенты вязкости ньютоновской несжимаемой жидкости, что вполне обоснованно (существует аналогия между НДС линейно-упругих и вяз-

ких сред), то получается выражение для эквивалентной вязкости жидкости с жёсткими сферическими включениями (суспензия), т.е. имеется зависимость вида

$$\eta = \eta_2 (1 + 2{,}5n). \qquad (2.113)$$

Эту общеизвестную формулу впервые получил А. Эйнштейн в 1905 г.

В механике грунтов эта формула может быть использована для определения вязкости пульпы или разжиженного песка. Очевидно, что приведённые формулы могут быть использованы при решении многих прикладных задач механики грунтов, когда вмещающая среда представлена сравнительно однородными песчаными или глинистыми грунтами с малым включением камней независимо от их приведенного радиуса. Здесь ограничение заключается в необходимости удовлетворения условию равенства диаметров шаров.

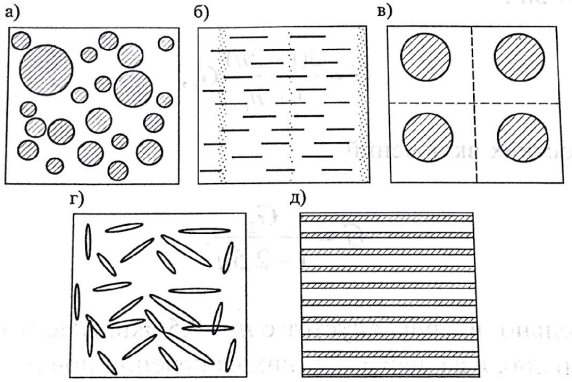

Рис. 2.36. Схематическое представление гетерогенных сред с различными формами включений:

а) сферические или цилиндрические включения разного диаметра, б) жидкость с включениями твердых частиц, в) сферические включения с объемной долей, близкой к предельной (кубическая упаковка), г) включения в виде сплющенных эллипсоидов, д) чередующиеся бесконечные изотропные слои

Среда с упругими сферическими включениями различного радиуса с произвольной объемной долей (рис. 2.36, а)

Этот случай ближе отвечает грунтовой среде, так как не ограничивает размеры включенных камней и объемную их долю в общем объёме грунта. При этом

$$G = G_2\left\{1 - \frac{(1-G_2/G_1)[7-5\nu_2+2(4-5\nu_2)(G_1/G_2)]}{15(1-\nu_2)}m\right\}, \qquad (2.114)$$

$$K = K_2 + \frac{n(K_1-K_2)}{1-m[(K_1-K_2)/(K_2+4/3G_2)]}, \quad m = 1-n.$$

Сравнивая (2.111) и (2.114), видим, что эквивалентные модули объемного сжатия не отличаются и что они не зависят от количественного содержания камней и их размеров. Однако следует помнить, что камни между собой не должны иметь контактов, что между радиусом камней и сферой их влияния существует определенное соотношение (*рис. 2.36, а*) и что это соотношение является постоянным для каждого отдельного включения.

Интерес представляет случай местных включений и полостей (пористый камень). При наличии полостей эквивалентный модуль сдвига имеет вид

$$G = \frac{3(1-2n)}{n-n_1}G_2, \qquad (2.115)$$

а в случае жестких включений

$$G = \frac{G_2}{1-2{,}5n}. \qquad (2.116)$$

Следовательно, в случае пустот с $n = 0{,}5$ эквивалентный модуль сдвига равен нулю, а в случае жестких включений при $n = 0{,}4G \to \infty$. Эти выводы могут быть легко проверены в лабораторных испытаниях на приборе перекашивания пористого камня (пемзы).

Если сравнивать выражение (2.115) с (2.116), то увидим, что модуль сдвига по (2.115) намного больше, чем по (2.107), так как в одном случае G_2 – модуль сдвига материала камня, а в другом – G_s дисперсной среды, т.е. каменной наброски в целом.

Среда с объемной долей включений, близкой к предельной (рис. 2.36, в)

В случае одинакового размера сферических включений при их кубической упаковке получается $n_{max} = \pi/6$. При $n < n_{max}$

$$G = G_2 \frac{3\pi}{16[1-(n/n_{max})^{1/3}]}. \qquad (2.117)$$

И в этом случае, заменяя модули сдвига на вязкость ньютоновской жидкости, получим

$$\eta = \eta_2 \frac{3\pi}{16\,[1-(n/n_{max})^{1/3}]}. \qquad (2.118)$$

Сингулярность уравнений (2.117) и (2.118) в случае $n = n_{max}$ обусловлена соответствующей постановкой задач. Но они справедливы при $n \le \pi / 6 \cong 0{,}5$. Они применимы для описания НДС только рассмотренной системы, так как она не изотропна. Но для практических целей это отличие несущественно по сравнению с другими введенными упрощениями при постановке и решении задачи.

Необходимо отметить, что если форма твёрдых включений незначительно отличается от сферической, то приведенные выше выражения приемлемы для практических целей, так как всё зависит от объемных долей включений. Если это так, то формулы (2.116) и (2.113) могут быть использованы для определения эквивалентных модулей G и K для бутовой кладки фундаментов и для бутобетона.

Среда с малой объёмной долей произвольно ориентированных пластинчатых включений (рис. 2.36, г)

Пластинчатые включения в виде сплющенного эллипсоида также армируют гомогенную среду. Выражения для эквивалентных модулей объемной и сдвиговой деформаций имеют вид

$$K = K_2 + \frac{n\,(K_1 - K_2)}{1+[(K_1+K_2)/(K_2+4/3G_1)]}, \qquad (2.119)$$

$$G = G_2 + \frac{n\,(G_1 - G_2)}{1+[(G_1-G_2)/(G_2+G_1')]}, \quad \text{где} \quad G_1' = \frac{G_1\,(9K_1+8G_1)}{6\,(K+6G_1)}.$$

Сравнивая (2.111) и (2.119), видим, что выражения для K совпадают, а для G отличаются существенно, чего и следовало ожидать.

Формулы (2.119) можно использовать для оценки эквивалентных модулей деформаций глин с коллоидной структурой, когда пластин-

чатые частицы глин не имеют между собой непосредственного контакта. Такая структура глин достаточно подробно описывается в работе Л.И. Кульчицкого. Отсюда следует, что пластинчатые включения увеличивают жесткость–вязкость водной среды при объемных изменениях и формоизменениях.

Среда, состоящая из чередующихся изотропных слоев (плоская задача) (рис. 2.5, д)

В этом случае имеются чередующиеся бесконечные изотропные слои толщиной h_1 и h_2, обладающие различными свойствами G_1, K_1 и G_2, K_2. Тогда эффективные модули и коэффициент Пуассона определяются выражениями

$$E = n_1 E_1 + n_2 E_2 + \frac{n_1 n_2 E_1 E_2 (\nu_1^2 - \nu_1^2)}{n_1 E_1 (1-\nu_2^2) + n_2 E_2 (1-\nu_1^2)}, \qquad (2.120)$$

$$\nu = \frac{n_1 \nu_1 E_1 (1-\nu_2^2) + n_2 \nu_2 E_2 (1-\nu_1^2)}{n_1 E_1 (1-\nu_2^2) + n_2 E_2 (1-\nu_1^2)},$$

где $n_1 = h_1 / h$, $n_2 = h_2 / h$, $h = h_1 + h_2$.

Для эквивалентного модуля сдвига получено выражение

$$G = G_1 n_1 + G_2 n_2. \qquad (2.121)$$

Такая среда может моделировать слоистую грунтовую среду, часто встречающуюся в прикладных задачах механики грунтов. При этом сдвиговая деформация эквивалентной гомогенной среды будет определяться зависимостью вида $\gamma = \tau / G$.

Полидисперсная модель среды с цилиндрическими включениями (рис. 2.36, а)

В этом случае моделируется однородная изотропная среда, армированная бесконечно длинными цилиндрами различного диаметра. Эта модель является двумерным аналогом трехмерной полидисперсной модели среды со сферическими включениями (*2.36, в*). Отношение радиусов цилиндров включения и вмещающей среды a / b должно оставаться постоянным. Радиус цилиндров – произвольный. В этом случае модули объёмного сжатия и сдвига в направлении вдоль осей цилиндров записываются в виде

$$K_{12} = K_2 + \frac{G_2}{3} + \frac{n}{1/[K_1 - K_2 + 1/3(G_1 - G_2)] + 3m/(K_2 + 4/3G_2)},$$

$$G_{12} = G_2 \frac{G_1(1+n) + G_2(1-n)}{G_1(1-n) + G_2(1+n)}, \qquad (2.122)$$

$$\nu_{12} = (1-n)\nu_2 + n\nu_1 + \frac{nm(\nu_1 - \nu_2)\left[G_2(K_2 + G_2/3) - G_2/(K_1 + G_1/3)\right]}{mG_2/(K_1 + G_1/3) + nG_2/(K_2 + G_2) + 1}.$$

Выражение для модуля сдвига в направлении, перпендикулярном оси цилиндрических включений, имеет вид

$$G_{23} = G_2 + \frac{G_2 \cdot n}{G_2/(G_1 - G_2) + (K_2 + 7/3G_2)/(2K_2 + 8/3G_2)}. \qquad (2.123)$$

Такая среда, так же как и в случае представлена на *рис. 2.36, г*, может моделировать грунтовую среду с жесткими включениями различного размера в случае плоской задачи. Если включения абсолютно жесткие, то из (2.122) и (2.123) следует вместо G_2 и ν_2 вставить соответственно бесконечность и 0,5.