

Пример

Зададим отношение

« x_i – победитель x_j » в

шахматном турнире из пяти

игроков x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ,

турнир игрался в один круг.

1 способо

i -ая строка соответствует элементу x_i ,
 j -ый столбец элементу x_j ,
на их пересечении ставится 1, если отношение
 $x_i \geq x_j$ выполнено,
0, если нет.

Так, единица, стоящая на пересечении 4ой строки и 1го столбца, соответствует тому, что игрок x_4 выиграл у игрока x_1 , т.е. $\langle x_4 \geq x_1 \rangle$.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	1	1	0	0
x_2	0	0	1	1	1
x_3	0	0	0	0	0
x_4	1	0	0	0	0
x_5	0	0	1	0	0

На множестве M отношение
« x_i – победитель y_j » задано матрицей

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } _ \text{ выполнено } x_i A x_j \\ 0, & \text{если } _ \text{ не } _ \text{ выполнено } x_i A x_j \end{cases}$$

Если $a_{ij} \equiv 0$ ($i, j = 1, n$), то имеем пустое отношение, т.е. такое, которое не выполнено ни для какой пары $x_i x_j$.

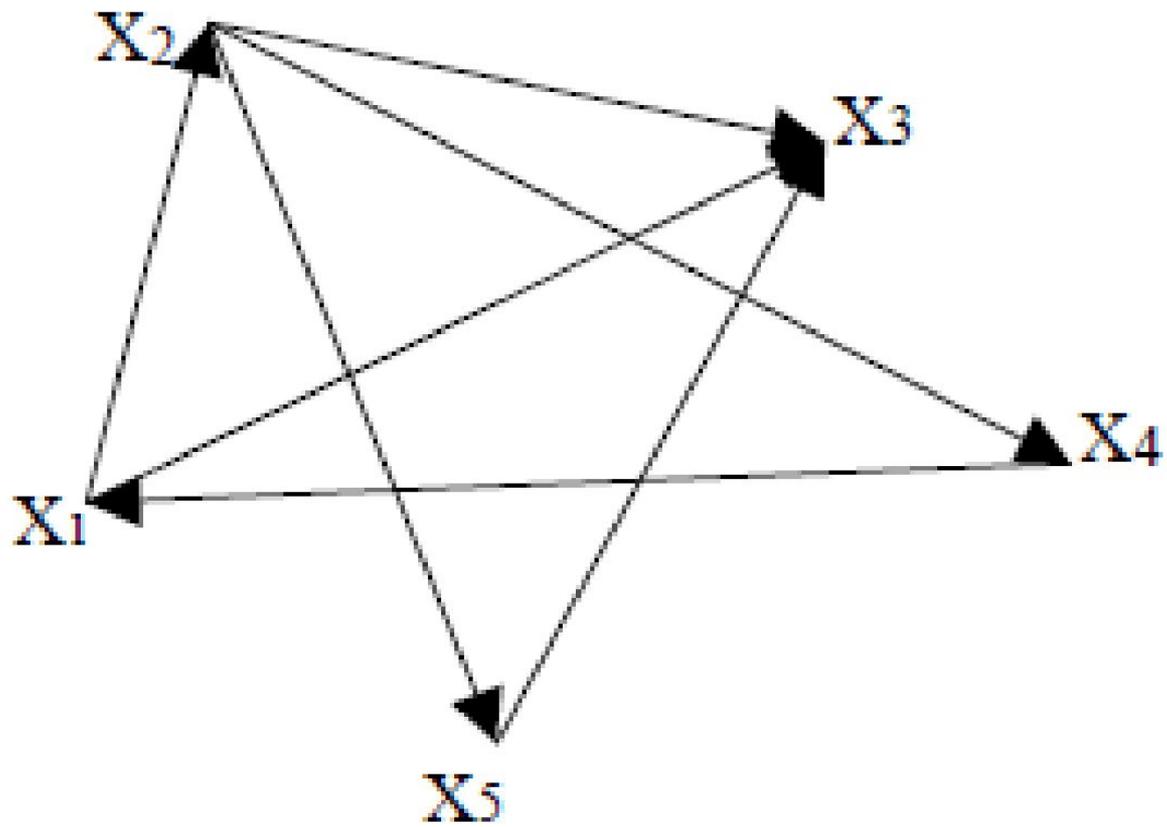
Если $a_{ij} \equiv 1$, имеем полное отношение, т.е. отношение, выполненное для всех пар.

Единичная матрица E задает диагональное отношение, отношение равенства: $\langle x_i A x_j \rangle$, если $x_i = x_j$.

2 способ

Элементы множества изобразим точками, проведем стрелку от x_i к x_j , если выполнено $x_i A x_j$, получим фигуру – ориентированный граф.

Точки x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 – вершины графа, направленные линии – ребра графа.



Свойства отношений:

- 1) Отношение A рефлексивно, если оно выполнено между объектом и им самим, т.е. xAx .

Отношения «быть похожим», «быть знакомым» – рефлексивны.

Отношение «быть братом» – нерефлексивно.

2) Если отношение A может выполняться лишь для несовпадающих объектов, то оно антирефлексивно, т.е. из xAy следует, что $x \neq y$.

3) Отношение A называется симметричным, если при выполнении xAy выполнено yAx .

Отношения «быть родственником», «быть похожим на» – симметричны.

4) Отношение A называется антисимметричным, если из двух отношений xAy и yAx хотя бы одно не выполнено. Так, приведенный выше пример: отношение « x – победитель y » – антисимметрично.

Теорема:

если отношение антисимметрично,
то оно антирефлексивно.

5) Отношение называется транзитивным, если при выполнении xAy и yAz выполнено xAz .

Примером является отношение «быть больше (меньше)»:
если $x < y$ и $y < z$, то $x < z$.

Отношение эквивалентности определяется отображением множества X на множество Y и характеризуется разбиением множества X на классы.

Отношение эквивалентности – рефлексивно, симметрично и транзитивно

Отношение A на множестве M называется ***толерантностью***, если оно рефлексивно и симметрично.

Пример: отношение «быть знакомым»

Отношение A на множестве X называется ***отношением порядка***, если оно транзитивно и антирефлексивно.

Пример: отношение $x < y$ на множестве действительных чисел

Множество, на котором задано отношение порядка, называется упорядоченным множеством.

Биективное отображение “ f ” в упорядоченном множестве X на упорядоченное множество Y называют соответствием подобия или подобным соответствием, если оно сохраняет порядок.

Два упорядоченных множества называются подобными, или имеющими один и тот же порядковый тип, если одно из них можно подобно отобразить на другое.