

Примеры решения задач по теме «Кинематика твёрдого тела»

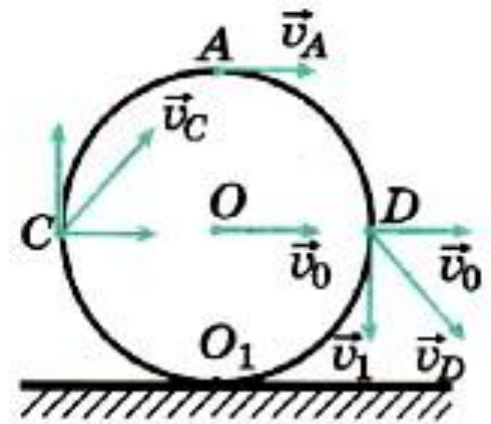
Рекомендации:

- При решении задач по этой теме обращайтесь внимание на связь кинематических характеристик поступательного и вращательного движений. При этом могут быть в одних случаях одинаковыми угловые скорости (например, задача 2), а в других — линейные скорости движения (например, задача 1).

Задача 1.

- Два шкива соединены ременной передачей, передающей вращение от одного шкива к другому. Ведущий шкив вращается с частотой $\nu_1 = 3000$ об/мин, ведомый шкив — с частотой $\nu_2 = 600$ об/мин. Ведомый шкив имеет диаметр $D_2 = 500$ мм. Какой диаметр D_1 у ведущего шкива?
- Р е ш е н и е. Ведущий шкив вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 2\pi\nu_1$, а ведомый — со скоростью $\omega_2 = 2\pi\nu_2$. Скорость приводного ремня равна линейной скорости точек окружностей того и другого шкива: $u = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$.
- Отсюда
$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$
- Следовательно, искомый диаметр $D_1 = D_2 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 100$ мм.
- .

Задача 2



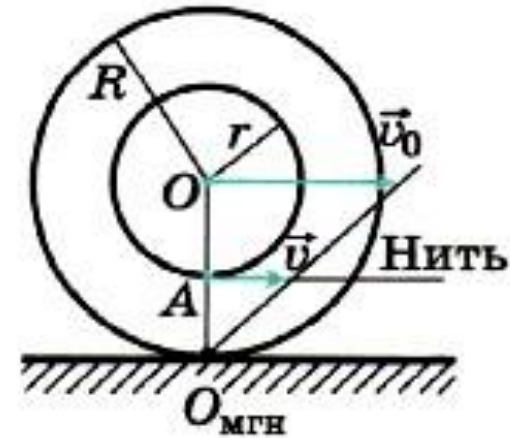
- Колесо, радиус которого 40 см, катится по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. Определите скорости относительно дороги точек колеса, находящиеся на концах его вертикального и горизонтального диаметров, а также ускорения этих точек.
- **Решение.** Точка O_1 неподвижна относительно земли, следовательно, $u_1=0$. Если считать, что через точку O_1 проходит мгновенная ось вращения, то относительно неё скорости всех точек, согласно уравнению (1.29), будут равны $u=\omega r$, где r — расстояние от точки O_1 до выбранной точки обода. Угловая скорость вращения $\omega=u_0/R$.
- Тогда $u_c = u_D = \omega R\sqrt{2} = u_0\sqrt{2} \approx 2,8$ м/с.
- Скорость точки A $u_A = 2\omega R = 2u_0 = 4$ м/с.
- Все точки обода относительно оси вращения движутся с одинаковыми линейными скоростями и, следовательно, с одинаковым ускорениями

$$a_{цс} = \frac{v_0^2}{R} = 10 \text{ м/с}^2.$$

- Заметим, что эту задачу также можно решить на основе закона сложения скоростей. Так, например, скорость точки D равна сумме скорости u_0 подвижной системы отсчёта, связанной с осью колеса, и скорости u_1 точки обода D относительно этой оси.

Задача 3

- Катушка с намотанной на неё нитью может катиться по поверхности горизонтального стола без скольжения. С какой скоростью u_0 и в каком направлении будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью u ? Радиус внутренней части катушки r , внешней — R
- Р е ш е н и е. Скорость u — скорость движения нити — совпадает со скоростью точки A внутренней части катушки. $O_{\text{МГН}}$ — мгновенная ось вращения.
- Угловая скорость относительно мгновенной оси вращения $\omega = u/(R - r)$, так как расстояние $O_{\text{МГН}}A = R - r$. Отсюда $u_0 = \omega R = uR/(R - r)$.
- Очевидно, что катушка перемещается в направлении движения конца нити. Скорость перемещения катушки будет больше, чем скорость нити.



Задача 4

- Шарик радиусом r катится со скоростью v_0 по двум рельсам, расположенным на расстоянии $2a$ друг от друга. Определите скорости точек A и B относительно рельсов (рис. 1.66, а).



- Р е ш е н и е. Мгновенная ось вращения $O_{\text{МГН}}$ в данном случае показана на рисунке 1.66, б. Угловая скорость поворота шарика относ $OM = \sqrt{r^2 - a^2}$. оси $\omega = v_0 / OM$,
- где

$$\omega = v_0 / \sqrt{r^2 - a^2},$$

- Отсюда

$$v_A = \omega(r + OM) = (v_0 / \sqrt{r^2 - a^2})(r + \sqrt{r^2 - a^2}),$$

- следовательно.

$$v_A = (v_0 r / \sqrt{r^2 - a^2}) + v_0, \quad v_B = \omega(r - OM) = (v_0 r / \sqrt{r^2 - a^2}) - v_0.$$



Домашнее задание:

§ 17

Задачи для самостоятельного
решения (стр. 63)

**ТЕСТ «Кинематика твёрдого
тела»**

Задачи для самостоятельного решения (стр. 63)

- 1. Линейная скорость периферийных точек шлифовального камня не должна превышать 95 м/с. Определите наибольшее допустимое число оборотов в минуту для диска диаметром 30 см.
- 2. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского Кремля 3,5 м. Определите модуль и изменение направления линейной скорости конца стрелки через каждые 15 мин в течение часа.