

# **Примеры решения задач по теме «Кинематика твёрдого тела»**

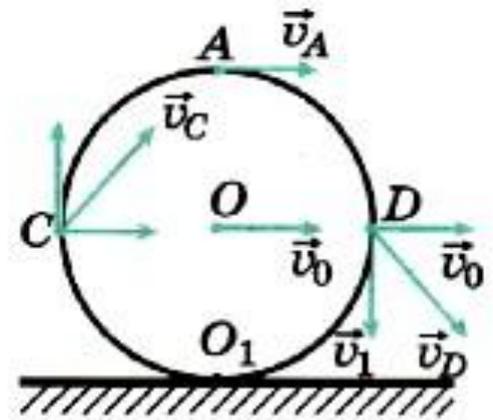
# Рекомендации:

- При решении задач по этой теме обращайтесь внимание на связь кинематических характеристик поступательного и вращательного движений. При этом могут быть в одних случаях одинаковыми угловые скорости (например, задача 2), а в других — линейные скорости движения (например, задача 1).

# Задача 1.

- Два шкива соединены ременной передачей, передающей вращение от одного шкива к другому. Ведущий шкив вращается с частотой  $\nu_1 = 3000$  об/мин, ведомый шкив — с частотой  $\nu_2 = 600$  об/мин. Ведомый шкив имеет диаметр  $D_2 = 500$  мм. Какой диаметр  $D_1$  у ведущего шкива?
- Р е ш е н и е. Ведущий шкив вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 2\pi\nu_1$ , а ведомый — со скоростью  $\omega_2 = 2\pi\nu_2$ . Скорость приводного ремня равна линейной скорости точек окружностей того и другого шкива:  $u = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ .
- Отсюда 
$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$
- Следовательно, искомый диаметр  $D_1 = D_2 \frac{\nu_2}{\nu_1} = 100$  мм.
- .

# Задача 2



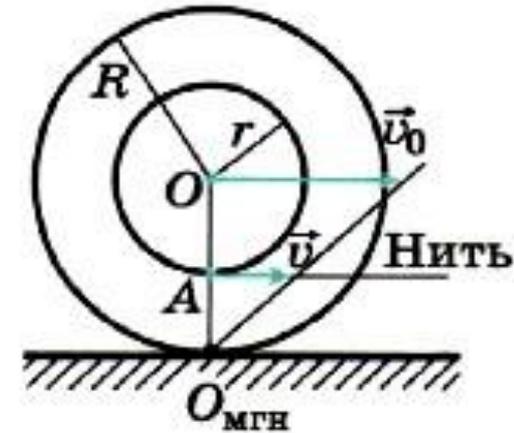
- Колесо, радиус которого 40 см, катится по горизонтальной дороге со скоростью 2 м/с. Определите скорости относительно дороги точек колеса, находящиеся на концах его вертикального и горизонтального диаметров, а также ускорения этих точек.
- **Решение.** Точка  $O_1$  неподвижна относительно земли, следовательно,  $u_1=0$ . Если считать, что через точку  $O_1$  проходит мгновенная ось вращения, то относительно неё скорости всех точек, согласно уравнению (1.29), будут равны  $u=\omega r$ , где  $r$  — расстояние от точки  $O_1$  до выбранной точки обода. Угловая скорость вращения  $\omega=u_0/R$ .
- Тогда  $u_c = u_D = \omega R\sqrt{2} = u_0\sqrt{2} \approx 2,8$  м/с.
- Скорость точки A  $u_A = 2\omega R = 2u_0 = 4$  м/с.
- Все точки обода относительно оси вращения движутся с одинаковыми линейными скоростями и, следовательно, с одинаковым ускорениями

$$a_{цс} = \frac{v_0^2}{R} = 10 \text{ м/с}^2.$$

- Заметим, что эту задачу также можно решить на основе закона сложения скоростей. Так, например, скорость точки D равна сумме скорости  $u_0$  подвижной системы отсчёта, связанной с осью колеса, и скорости  $u_1$  точки обода D относительно этой оси.

# Задача 3

- Катушка с намотанной на неё нитью может катиться по поверхности горизонтального стола без скольжения. С какой скоростью  $u_0$  и в каком направлении будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью  $u$ ? Радиус внутренней части катушки  $r$ , внешней —  $R$
- Р е ш е н и е. Скорость  $u$  — скорость движения нити — совпадает со скоростью точки  $A$  внутренней части катушки.  $O_{\text{МГН}}$  — мгновенная ось вращения.
- Угловая скорость относительно мгновенной оси вращения  $\omega = u/(R - r)$ , так как расстояние  $O_{\text{МГН}}A = R - r$ . Отсюда  $u_0 = \omega R = uR/(R - r)$ .
- Очевидно, что катушка перемещается в направлении движения конца нити. Скорость перемещения катушки будет больше, чем скорость нити.



# Задача 4

- Шарик радиусом  $r$  катится со скоростью  $v_0$  по двум рельсам, расположенным на расстоянии  $2a$  друг от друга. Определите скорости точек  $A$  и  $B$  относительно рельсов (рис. 1.66, а).



- Р е ш е н и е. Мгновенная ось вращения  $O_{\text{МГН}}$  в данном случае показана на рисунке 1.66, б. Угловая скорость поворота шарика относ  $OM = \sqrt{r^2 - a^2}$ . оси  $\omega = v_0 / OM$ ,
- где

$$\omega = v_0 / \sqrt{r^2 - a^2},$$

- Отсюда

$$v_A = \omega(r + OM) = (v_0 / \sqrt{r^2 - a^2})(r + \sqrt{r^2 - a^2}),$$

- следовательно.

$$v_A = (v_0 r / \sqrt{r^2 - a^2}) + v_0, \quad v_B = \omega(r - OM) = (v_0 r / \sqrt{r^2 - a^2}) - v_0.$$



# Домашнее задание:

§ 17

Задачи для самостоятельного  
решения (стр. 63)

**ТЕСТ «Кинематика твёрдого  
тела»**

# Задачи для самостоятельного решения (стр. 63)

- 1. Линейная скорость периферийных точек шлифовального камня не должна превышать 95 м/с. Определите наибольшее допустимое число оборотов в минуту для диска диаметром 30 см.
- 2. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского Кремля 3,5 м. Определите модуль и изменение направления линейной скорости конца стрелки через каждые 15 мин в течение часа.