ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

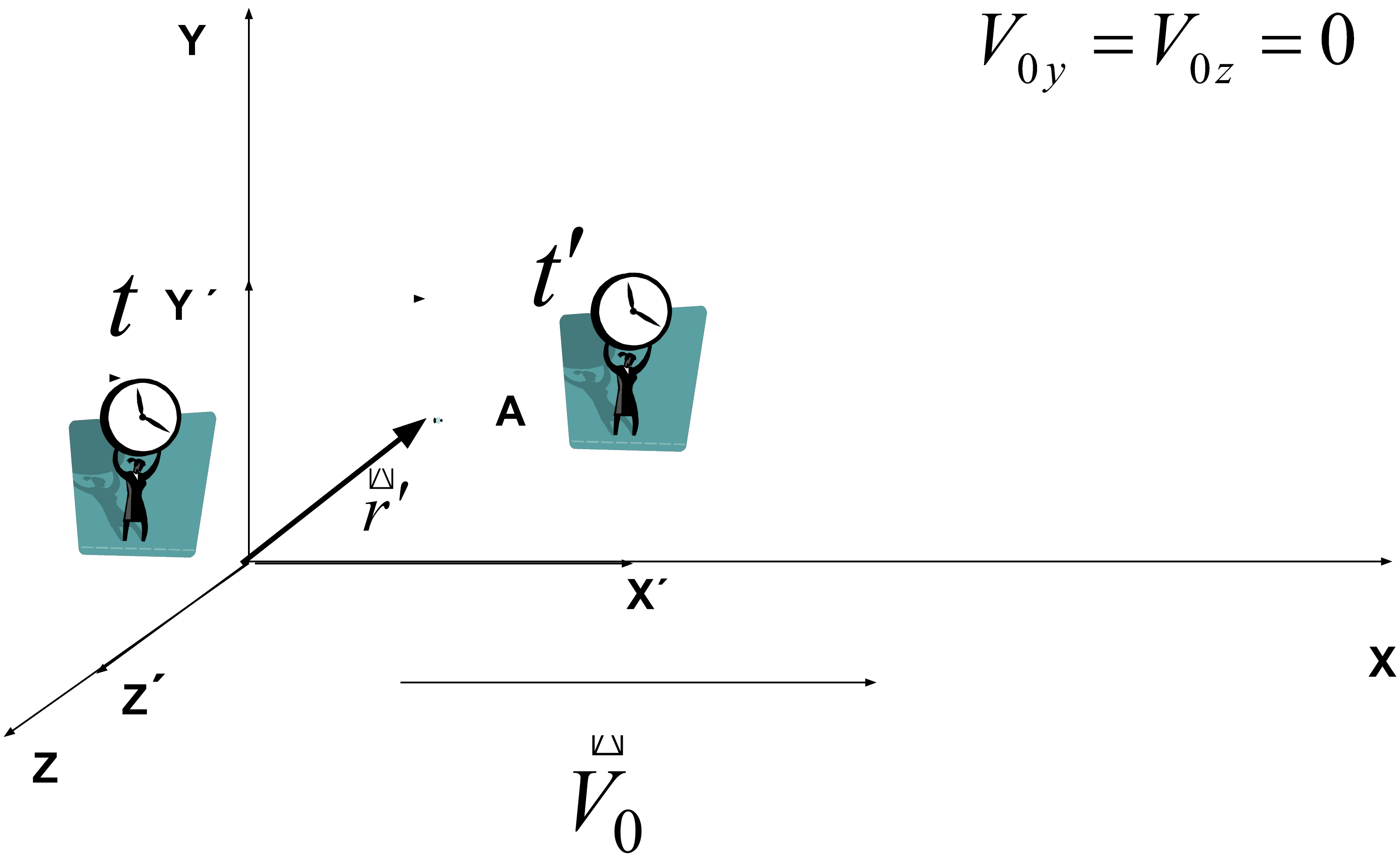
Пространство и время в Ньютоновской механике

- Пространство 3 мерно
- Время независимо от пространства
- Размеры тел и промежутки времени одинаковы во всех системах отсчета
- Если на тело не действуют силы, то оно находится в состоянии покоя или движется равномерно и прямолинейно

- Уравнения механики не меняются при переходе из одной системы отсчета в другую
- Взаимодействие тел распространяется мгновенно

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ

$$V_{0y} = V_{0z} = 0$$



$$x = x' + V_0 t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ГАЛИЛЕЯ

$$\boxed{\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}'} \qquad \vec{V}_0 = const$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\vec{V}_0}{dt} + \frac{d\vec{V}'}{dt} \qquad t = t'$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} \qquad \frac{d\vec{V}'}{dt} = \vec{a}' \qquad \frac{d\vec{V}_0}{dt} = 0$$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}'}$$

Принцип относительности Галилея

- Все законы **механики** имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах отсчета


система отсчета, связанная с кораблем
траектория мяча для наблюдателя на корабле
траектория мяча для наблюдателя на земле
когда корабль находился здесь, с вершины мачты бросили мяч
система отсчета, связанная с неподвижным наблюдателем на берегу

ПОСТУЛАТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (ПОСТУЛАТЫ ЭЙНШТЕЙНА)

- Все законы физики не меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой
- Скорость света в вакууме одинакова во всех системах отсчета

$$C = 3 \cdot 10^8$$ м/с

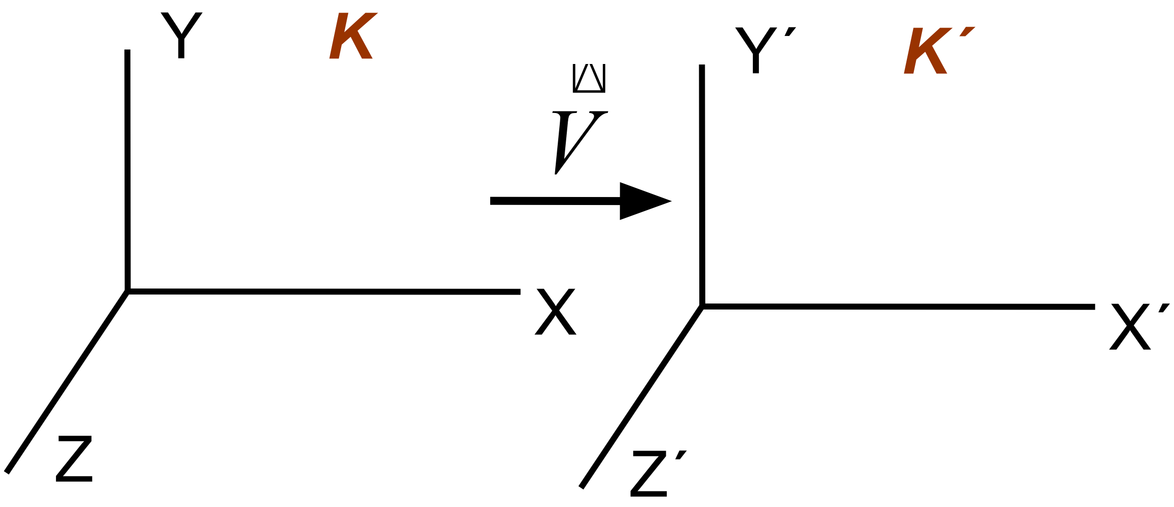
Синхронизация часов

- Для описания события необходимо указать место и время
- Чтобы корректно описывать время в различных точках одной системы отсчета часы должны быть синхронизированы

- Одновременность событий зависит от системы отсчета
- В ньютоновской механике это достигалось за счет мгновенного распространения сигнала

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

- Линейная связь между координатой и временем
- При малых скоростях должны переходить в преобразования Галилея
- Должны учитывать, что существует максимальная скорость - c



В начальный момент начала отсчета двух систем совпадают и вдоль оси x посылают световой сигнал

$$X = ct$$

Расстояние, которое пройдет световой сигнал в системе К

$$X' = ct'$$

Расстояние, которое пройдет световой сигнал в системе К`

$$X = (X' + Vt')\gamma$$

$$X' = (X - Vt)\gamma$$

$$ct = (ct' + Vt')\gamma$$

$$ct' = (ct - Vt)\gamma$$

$$ctct' = tt'(c + V)\cdot(c - V)\gamma^2$$

$$c^2 = (c^2 - V^2)\gamma^2$$

$$\gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{K' \Rightarrow K}$$

$$X = \frac{X' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$Y = Y'$$

$$Z = Z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{VX'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{K \Rightarrow K'}$$

$$X' = \frac{X - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$Y' = Y$$

$$Z' = Z$$

$$t' = \frac{t - \frac{VX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Преобразования К´–К и К- К´ симметричны, отличаются знаком
- Время течет по-разному в различных системах отсчета
- Нельзя говорить отдельно о пространстве и отдельно о времени, существует единое пространство -время
- При малых скоростях ($V<<c$) преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея
- При $V>c$ исчезает физический смысл

СЛЕДСТВИЯ ИЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Понятие одновременности

- Пусть в системе К происходят два события **A** (x_1, y_1, z_1, t_1)
  B (x_2, y_2, z_2, t_2)

- Найдем промежуток времени между этими событиями в системе К´

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{VX_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad t'_2 = \frac{t_2 - \frac{VX_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{V(X_2 - X_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Если события одновременны в одной системе отсчета

$$t_2 = t_1$$

$$t_2' - t_1' = \frac{0 - \dfrac{V(X_2 - X_1)}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$$

Совсем не обязательно одновременны в другой

$$X_2 = X_1 \qquad t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = t_1 \qquad t'_2 = t'_1$$

ЕСЛИ СОБЫТИЯ ОДНОМЕСТНЫ И ОДНОВРЕМЕННЫ В ОДНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА , ТО ОНИ ОДНОВРЕМЕННЫ В ЛЮБОЙ ДРУГОЙ

ДЛИТЕЛЬНОСТЬ СОБЫТИЙ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

- Пусть в некоторой покоящейся точке системы К происходит событие длительностью Δt
- Найдем длительность этого события в движущейся системе К ´

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$t_1' = \frac{t_1 - \frac{VX_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_2' = \frac{t_2 - \frac{VX_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{\Delta t' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}$$

- Длительность события –минимальна в той системе отсчета, относительно которой тело покоится

$$\Delta t_0 = t_2 - t_1$$

- **Собственное время**

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}$$

Лоренцево замедление времени

ПРИМЕР
РАСПАД ПИОНА

- П-мезон – положительно заряженная частица

$$m_\pi = 273 m_e$$

- Время жизни пиона в системе отсчета , где он покоится

$$\tau = 2{,}5 \cdot 10^{-8} c$$

$$V = 0{,}99995 \cdot c$$

- С точки зрения пиона он пройдет до распада расстояние

$$V \cdot \Delta t_0 = 0,99995 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-8} = 7,5\text{м}$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{1 - \frac{0,99995^2 \cdot c^2}{c^2}}}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-6} c$$

$$l' = V \cdot \Delta t' =$$

$$= 0{,}99995 \cdot 3 \cdot 10^{8} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} = 700\,м$$

ДЛИНА ТЕЛ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

- Пусть стержень покоится в системе К´ и расположен вдоль оси X´
- Найдем длину этого стержня в системе отсчета К
- Чтобы измерить длину надо одновременно засечь координаты стержня в системе отсчета К

$$X_2' = \frac{X_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad X_1' = \frac{X_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$X'_2 - X'_1 = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$l_0 = X'_2 - X'_1$$

$$l = X_2 - X_1$$

$$\boxed{l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}$$

- В системе отсчета, относительно которой стержень покоится его длина называется **собственной** l_0 и **максимальна**
- В движущихся относительно стержня системах отсчета его длина уменьшается
- **Лоренцево сокращение длины**

Релятивистский закон сложения скоростей

- Пусть в К системе отсчета частица движется со скоростью

$$u = (u_x, u_y, u_z)$$

- Найдем проекции скорости в системе К´

$$u' = (u'_x, u'_y, u'_z)$$

$$u'_x = \frac{dX'}{dt'}$$

$$dX' = \frac{dX - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\frac{dX'}{dt'} = \frac{dX - Vdt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \div \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{dX - Vdt}{\cancel{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}}{dt - \frac{VdX}{c^2}} = \frac{dX - Vdt}{dt - \frac{VdX}{c^2}}$$

$$\frac{dX'}{dt'} = \frac{\dfrac{dX}{dt} - V}{1 - \dfrac{V \cdot \dfrac{dX}{dt}}{c^2}}$$

$$\boxed{u'_X = \frac{u_X - V}{1 - \dfrac{V \cdot u_X}{c^2}}}$$

$$u'_Y = \frac{dY'}{dt'}$$

$$Y' = Y$$

$$dY' = dY$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$u'_Y = dY' \div \frac{dt - \dfrac{VdX}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{dY \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{dt - \dfrac{VdX}{c^2}}$$

$$u'_Y = \frac{\frac{dY}{dt} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \frac{dX}{dt}}{c^2}}$$

$$\boxed{u'_Y = \frac{u_Y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 - \frac{V \cdot u_X}{c^2}}}$$

Пример

- Частица движется в системе К со скоростью света $u_X = c$

$$u'_X = \frac{u_X - V}{1 - \dfrac{V \cdot u_X}{c^2}} = \frac{c - V}{1 - \dfrac{V \cdot \cancel{c}}{\cancel{c^2}}} = c$$