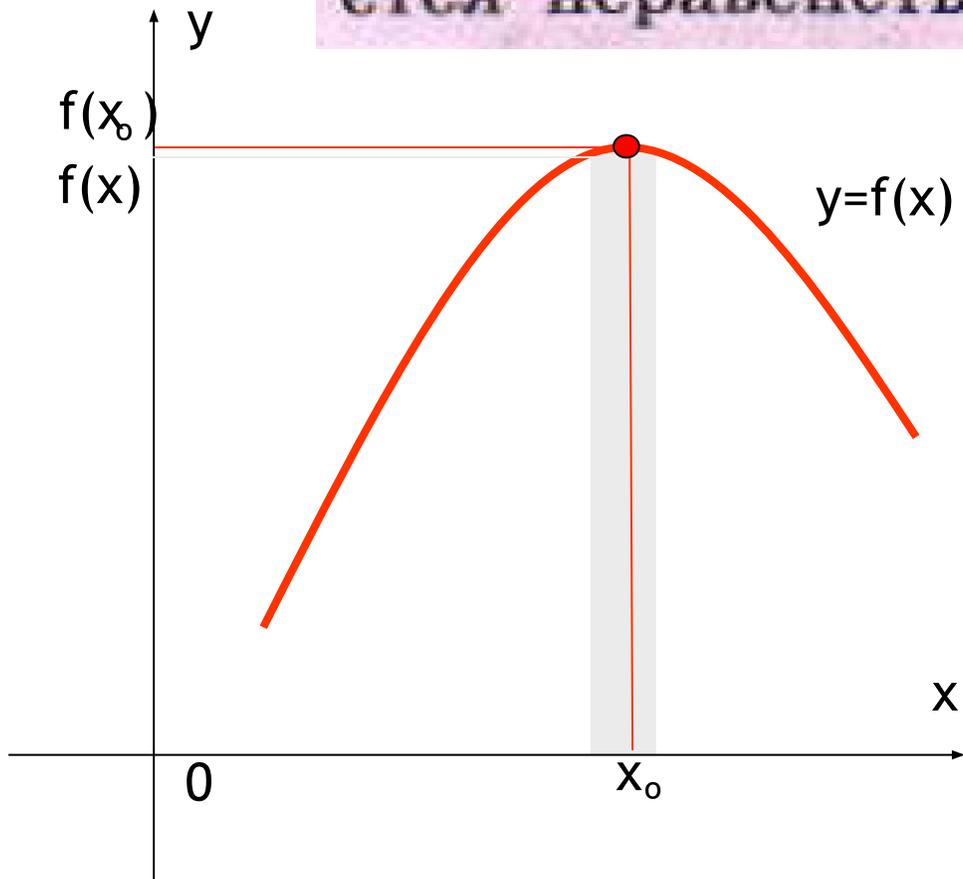


Тема : «Экстремумы функции».

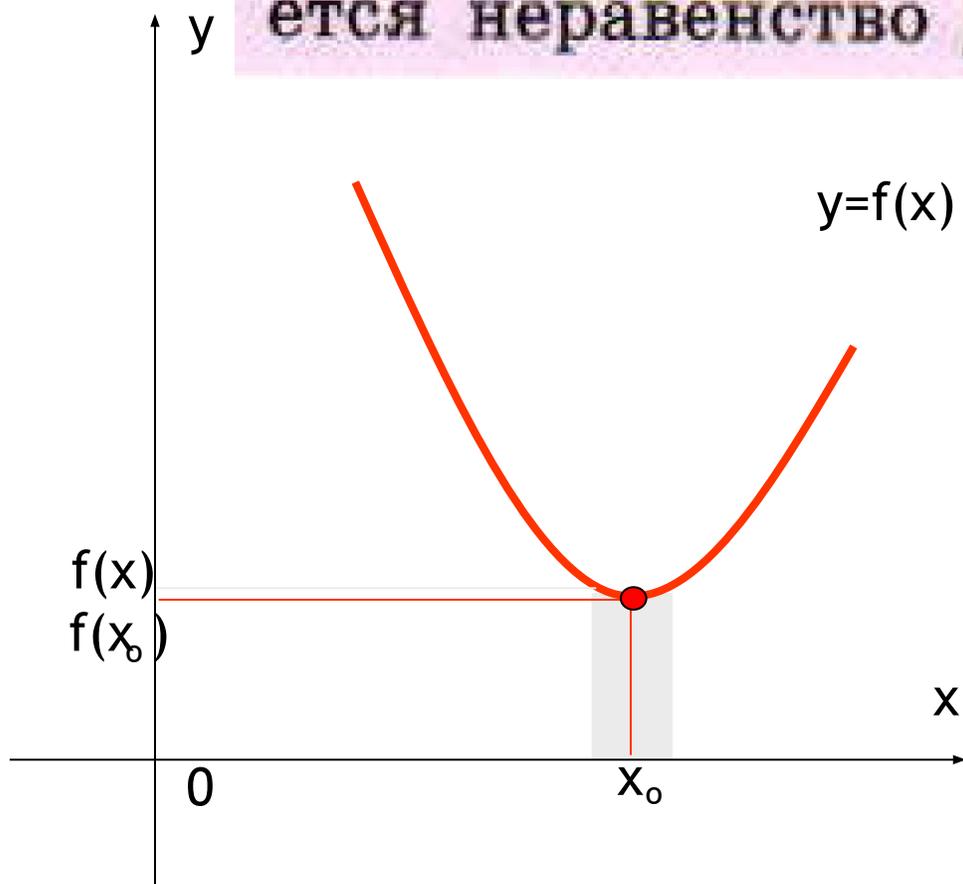
Максимум функции

Точка x_0 называется *точкой максимума функции* $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$.



Минимум функции

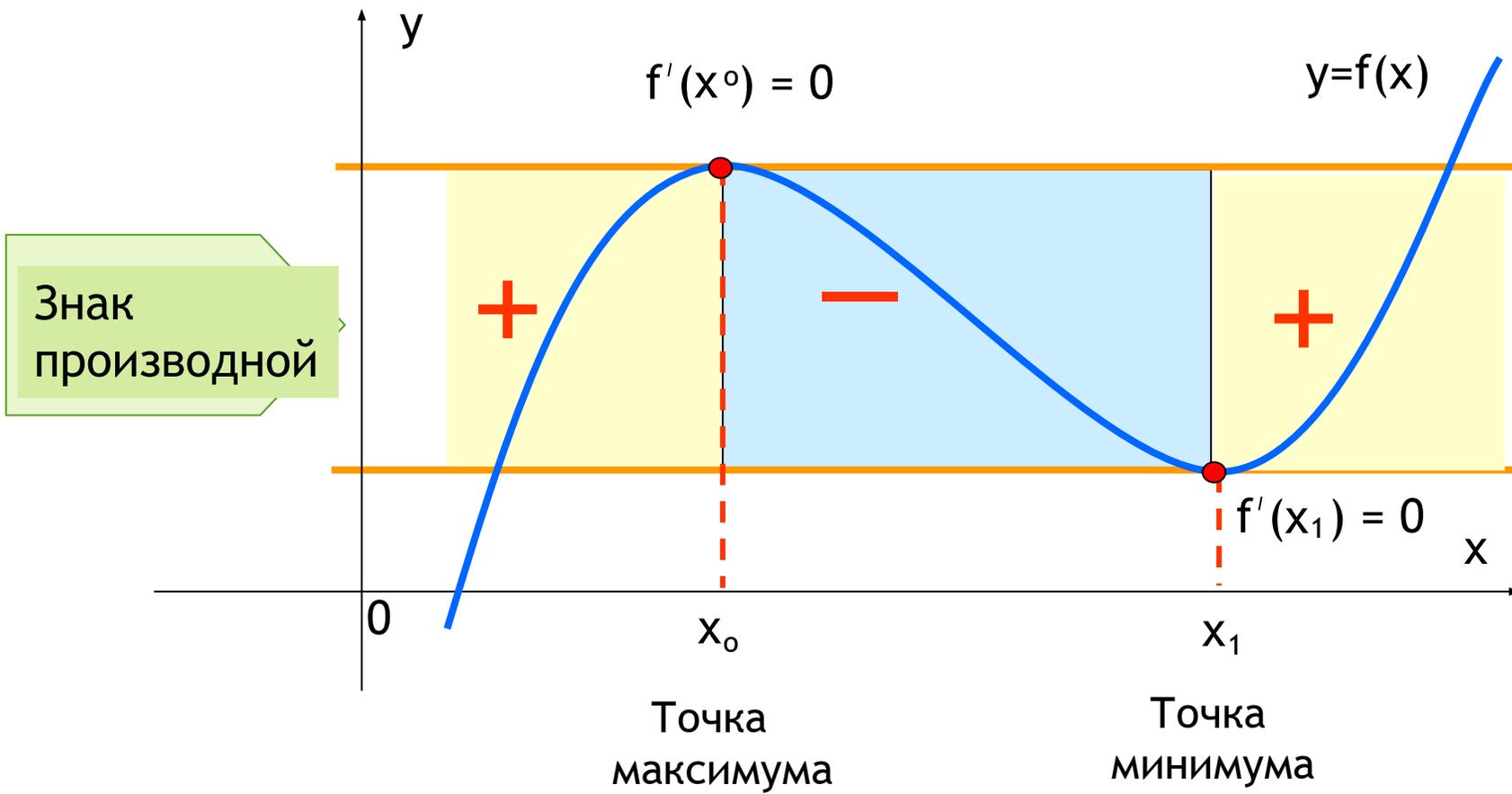
Точка x_0 называется *точкой минимума* функции $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$.



Точки минимума и максимума называются точками экстремума функции.

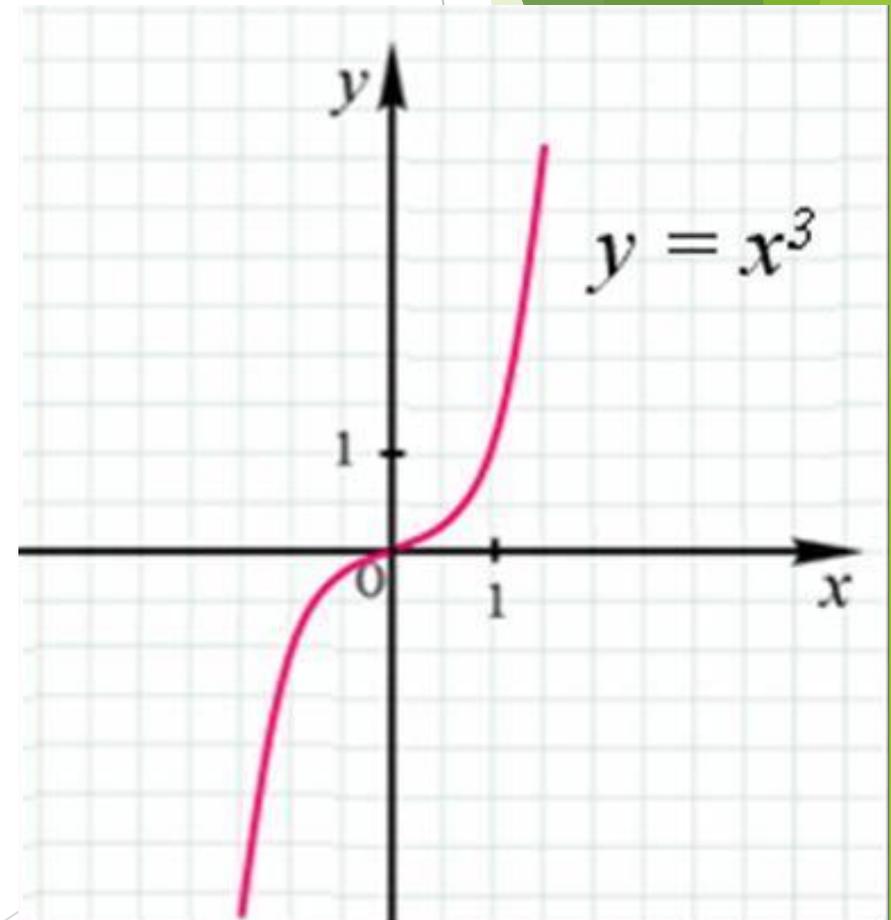
Если x_0 - точка экстремума дифференцируемой функции $f(x)$, то производная функции в этой точке $f'(x_0) = 0$.

Точки максимума и минимума



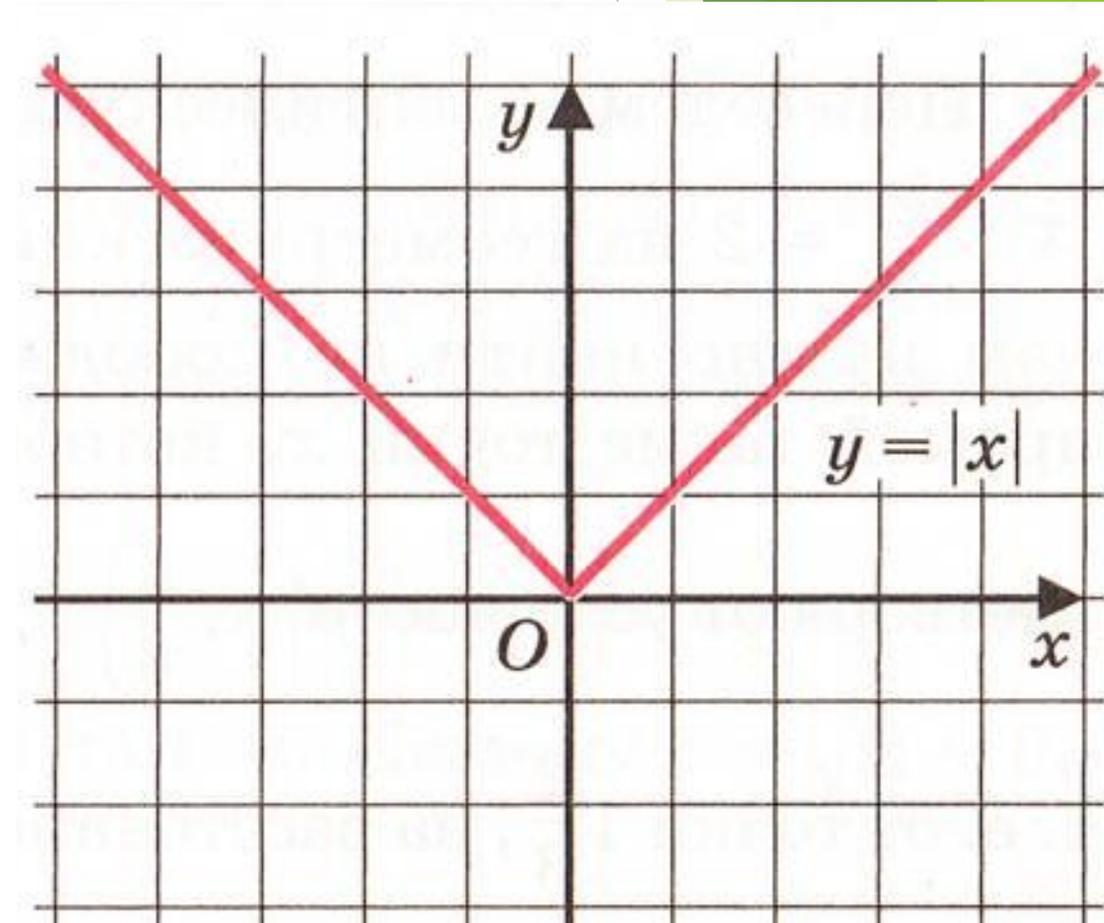
Точки, в которых производная функции равна 0, называют стационарными точками.

$x=0$ - точка, в которой производная равна 0, но она не является точкой экстремума.



Точки, в которых функция имеет производную, равную 0 или не имеет производной, называют критическими точками.

$x=0$ - точка минимума, а производной в этой точке нет.

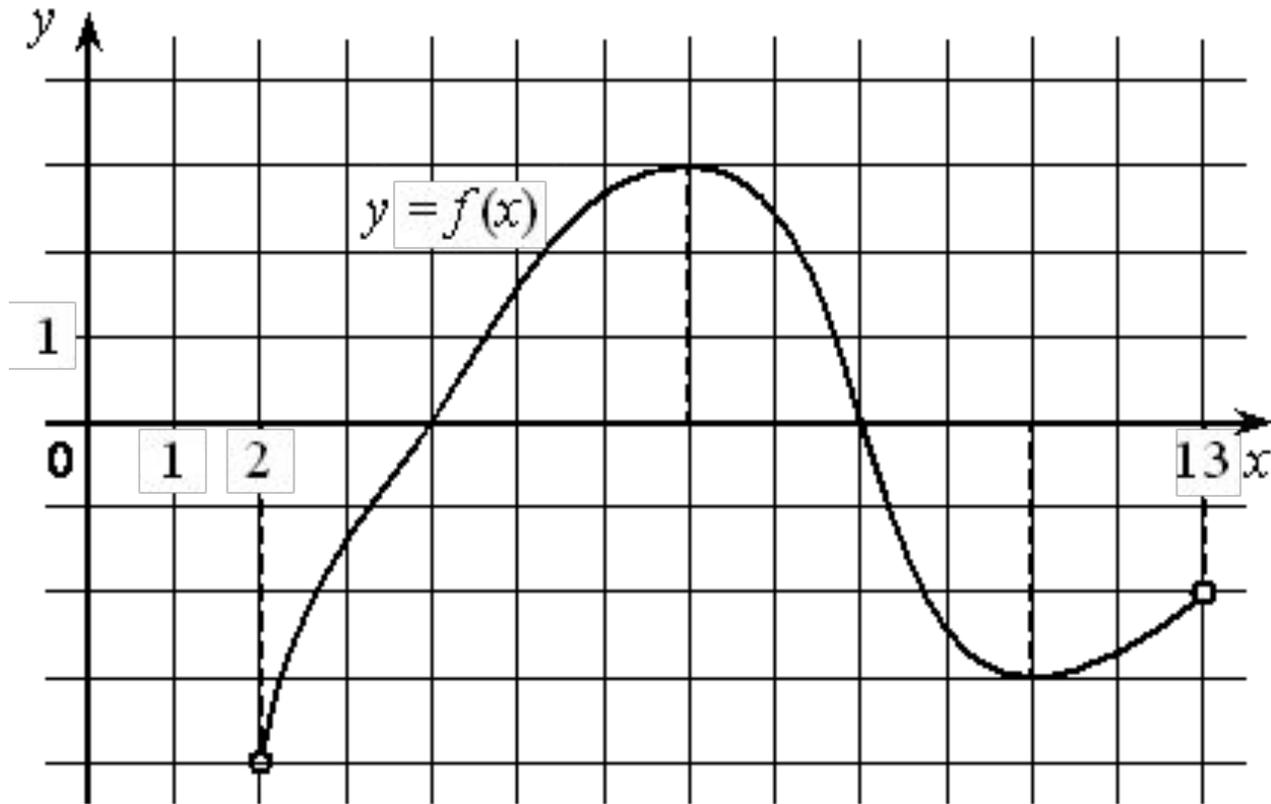


Алгоритм нахождения точек экстремума:

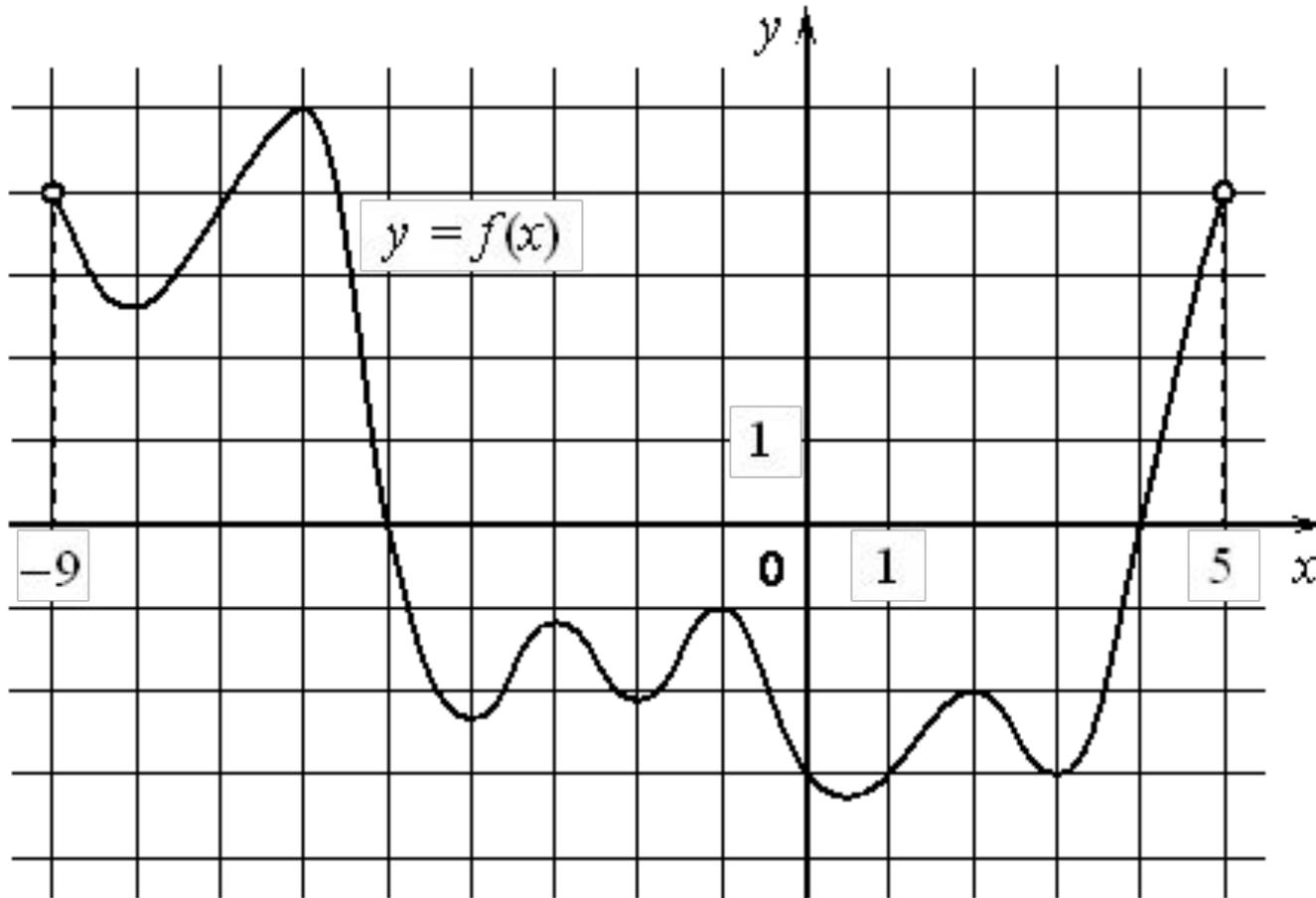
1. Найти критические точки функции
2. Найти промежутки возрастания и убывания функции ($f'(x) > 0$ и $f'(x) < 0$)
3. Критические точки, в окрестности которых производная меняет знак с «+» на «-» - это точки максимума
4. Критические точки, в окрестности которых производная меняет знак с «-» на «+» - это точки минимума

Для одной функции на некотором промежутке может быть несколько точек экстремума.

На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(2; 13)$. Найдите точку из отрезка $[8; 12]$, в которой производная функции $f(x)$ равна 0.

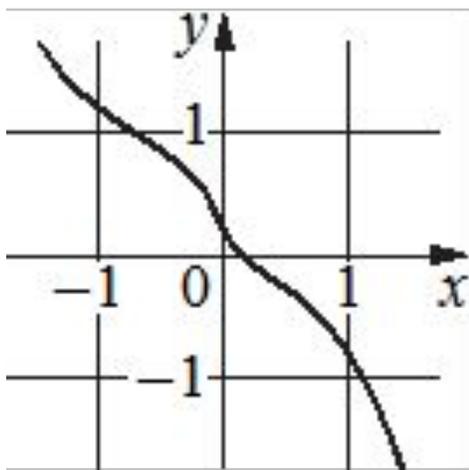


На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$.
Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.

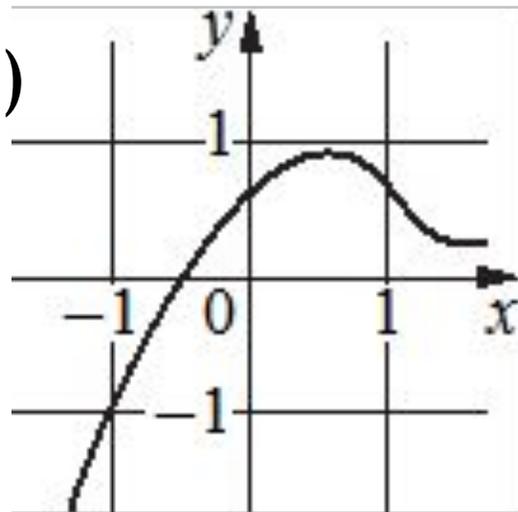


Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1; 1]$.

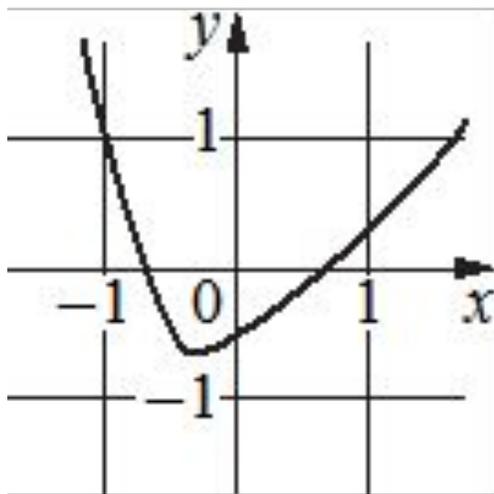
А)



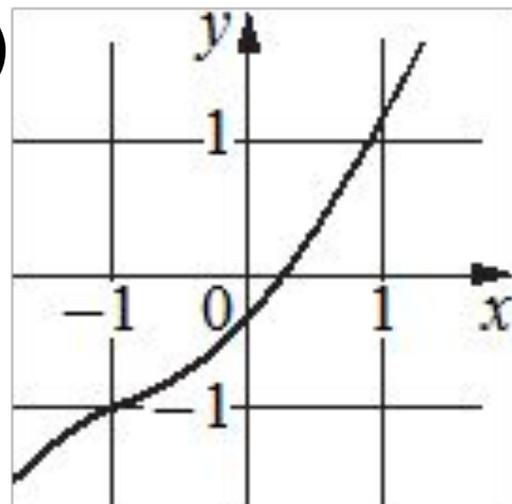
Б)



В)



Г)



- 1) функция возрастает на отрезке $[-1; 1]$
- 2) функция убывает на отрезке $[-1; 1]$
- 3) функция имеет точку минимума на отрезке $[-1; 1]$
- 4) функция имеет точку максимума на отрезке $[-1; 1]$

Найдите стационарные точки функции
 $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$.

Найдите точку максимума функции
 $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$.

Найдите точку минимума функции
 $y = 2x^2 - 20x + 1$.

Найдите точки экстремума функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$.