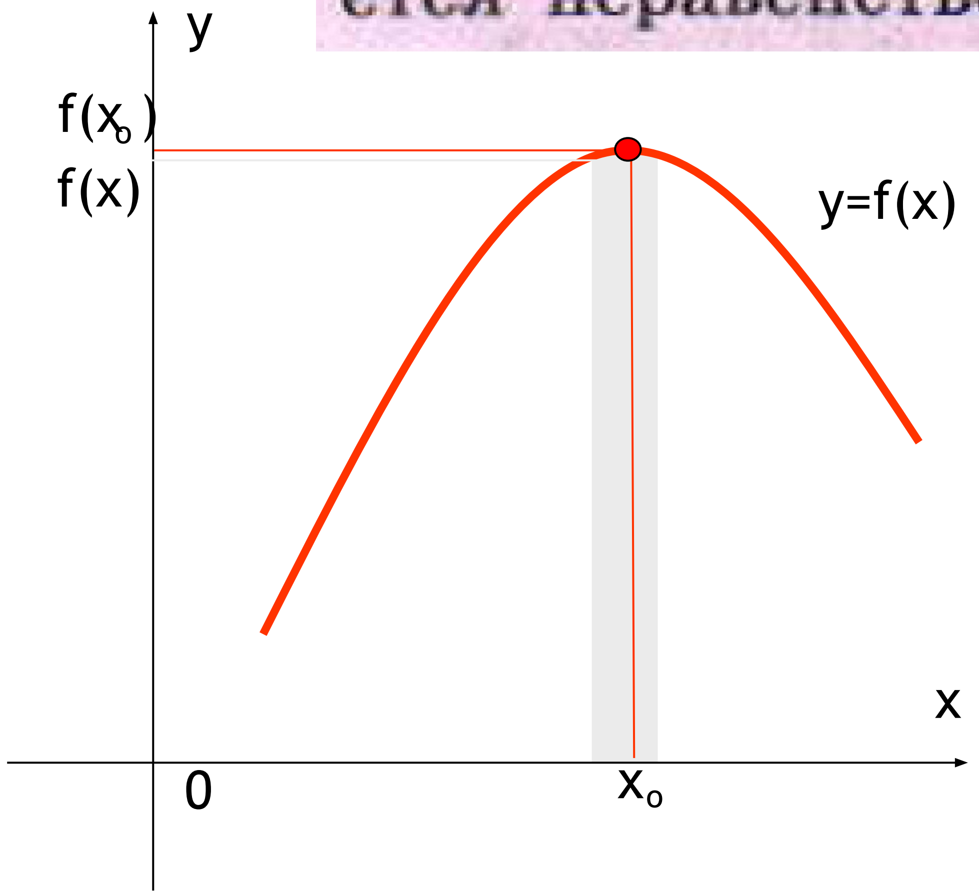
Тема : «Экстремумы функции».

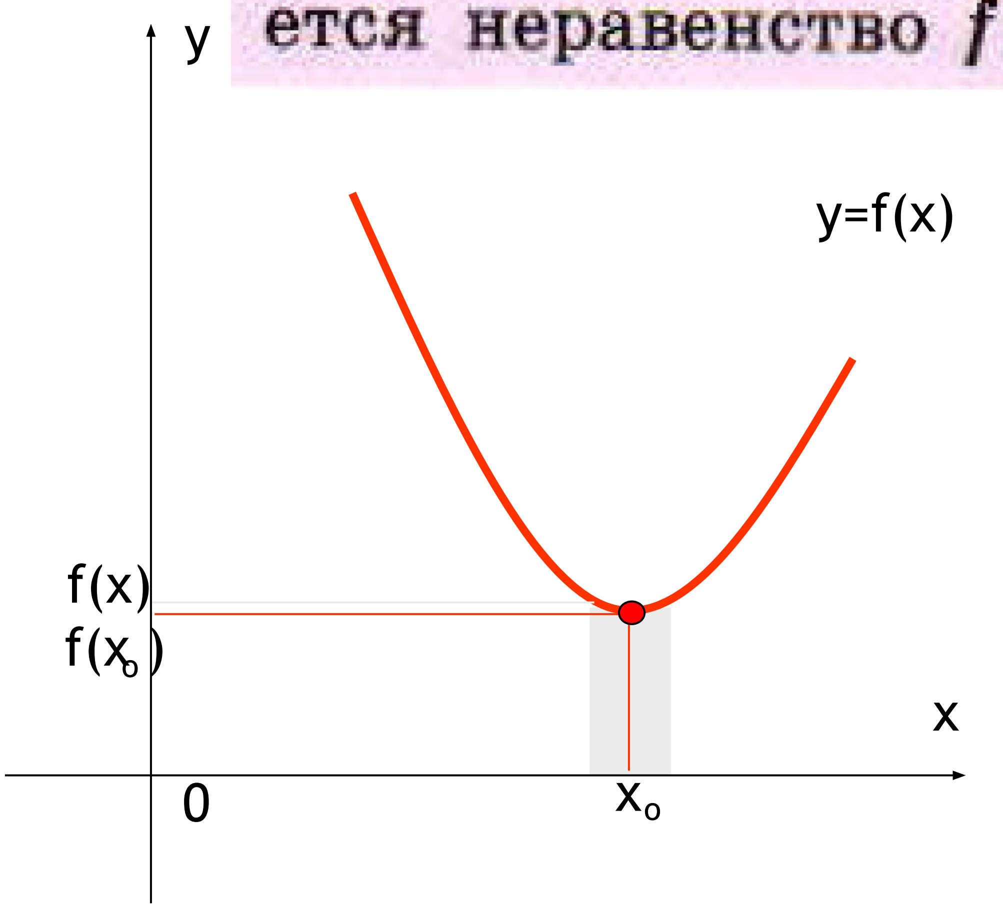
Максимум функции

Точка x_0 называется *точкой максимума функции* $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) < f(x_0)$.



Минимум функции

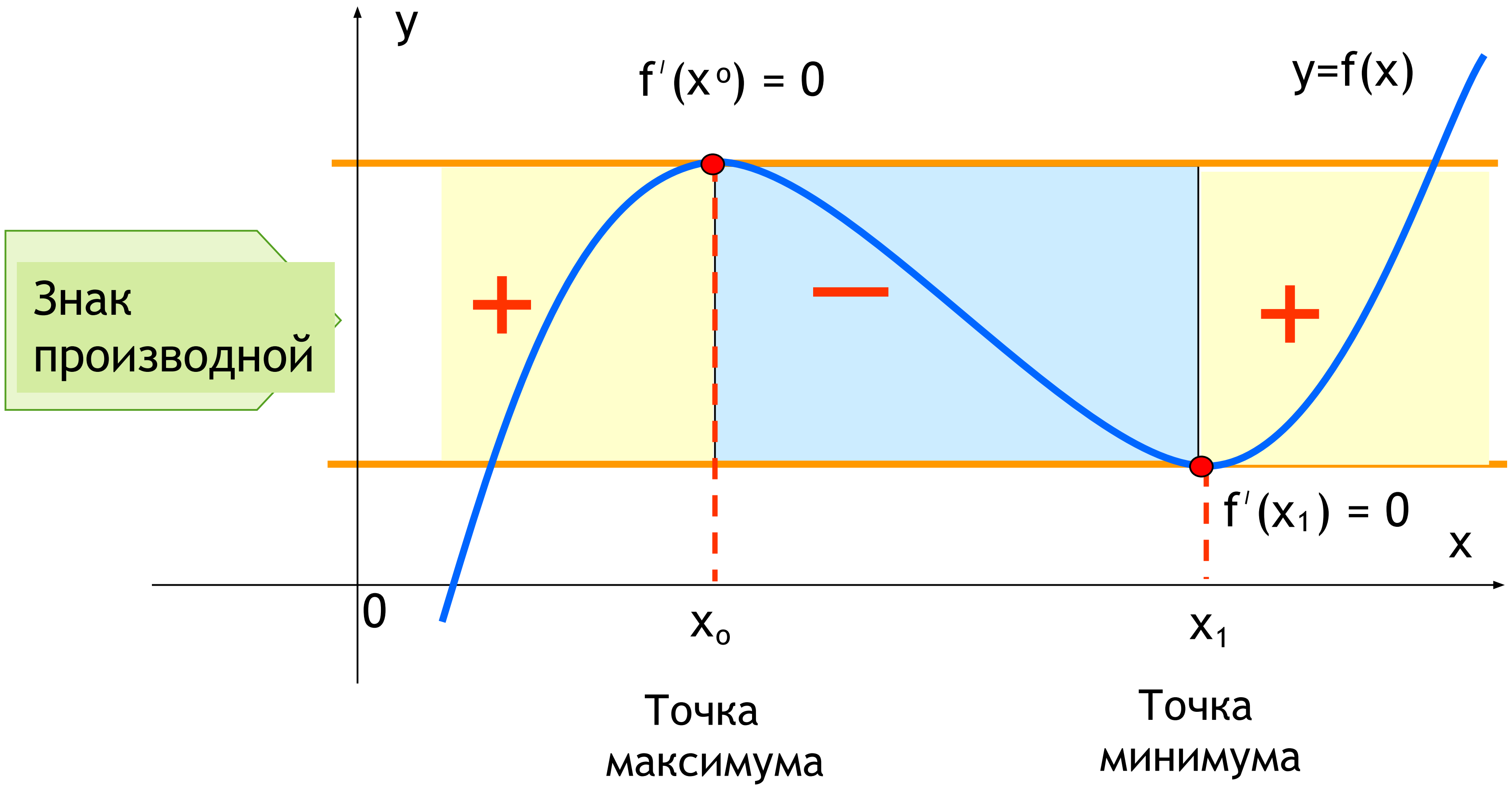
Точка x_0 называется *точкой минимума функции* $f(x)$, если существует такая окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой окрестности выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$.



Точки минимума и максимума называются точками экстремума функции.

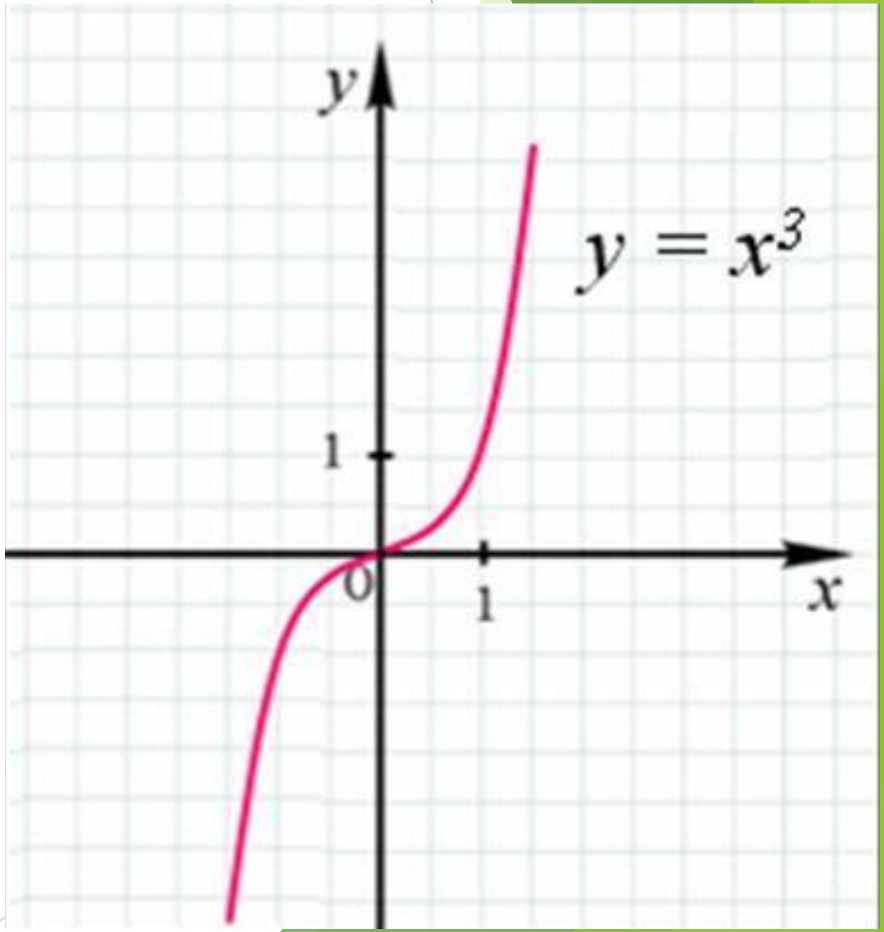
Если x_0 - точка экстремума дифференцируемой функции $f(x)$, то производная функции в этой точке $f'(x_0) = 0$.

Точки максимума и минимума

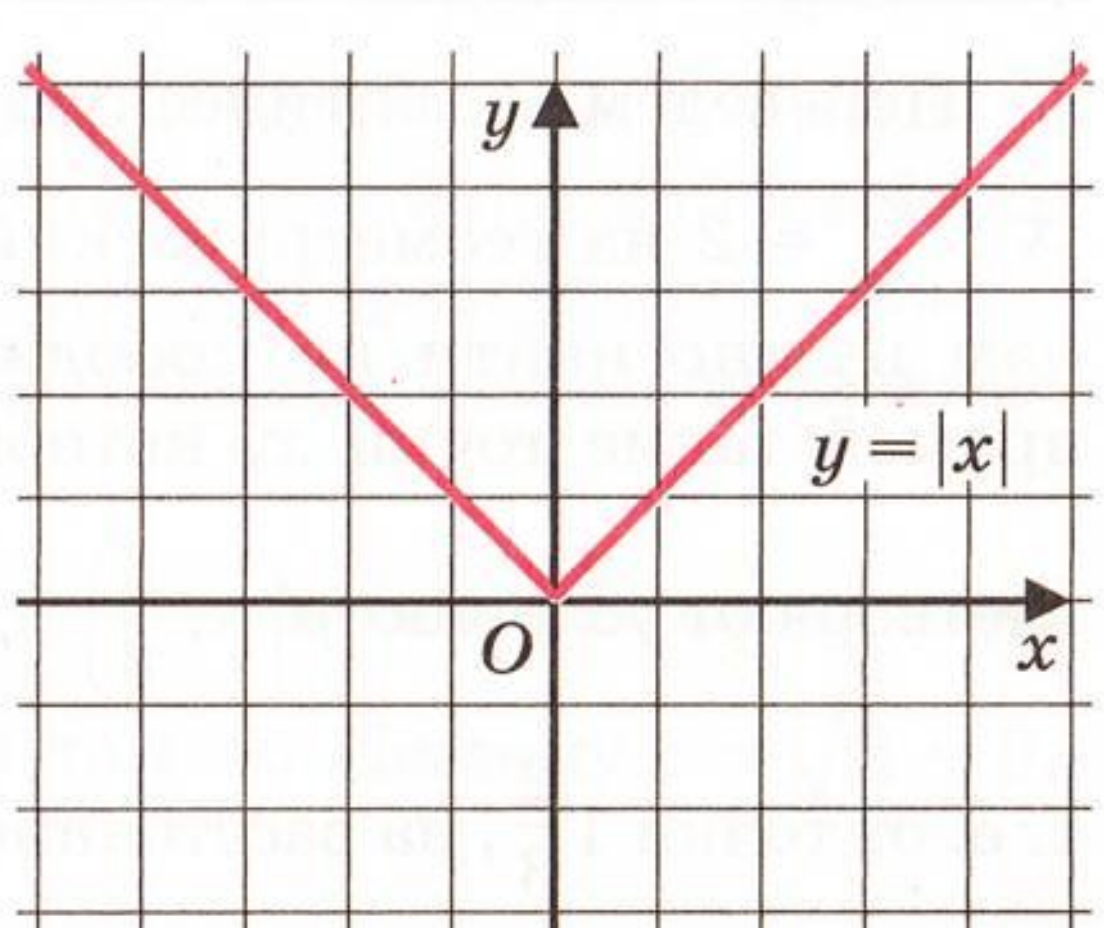


Точки, в которых производная функции равна 0, называют стационарными точками.

x=0 - точка , в которой производная равна 0, но она не является точкой экстремума.



Точки, в которых функция имеет производную, равную 0 или не имеет производной, называют критическими точками.



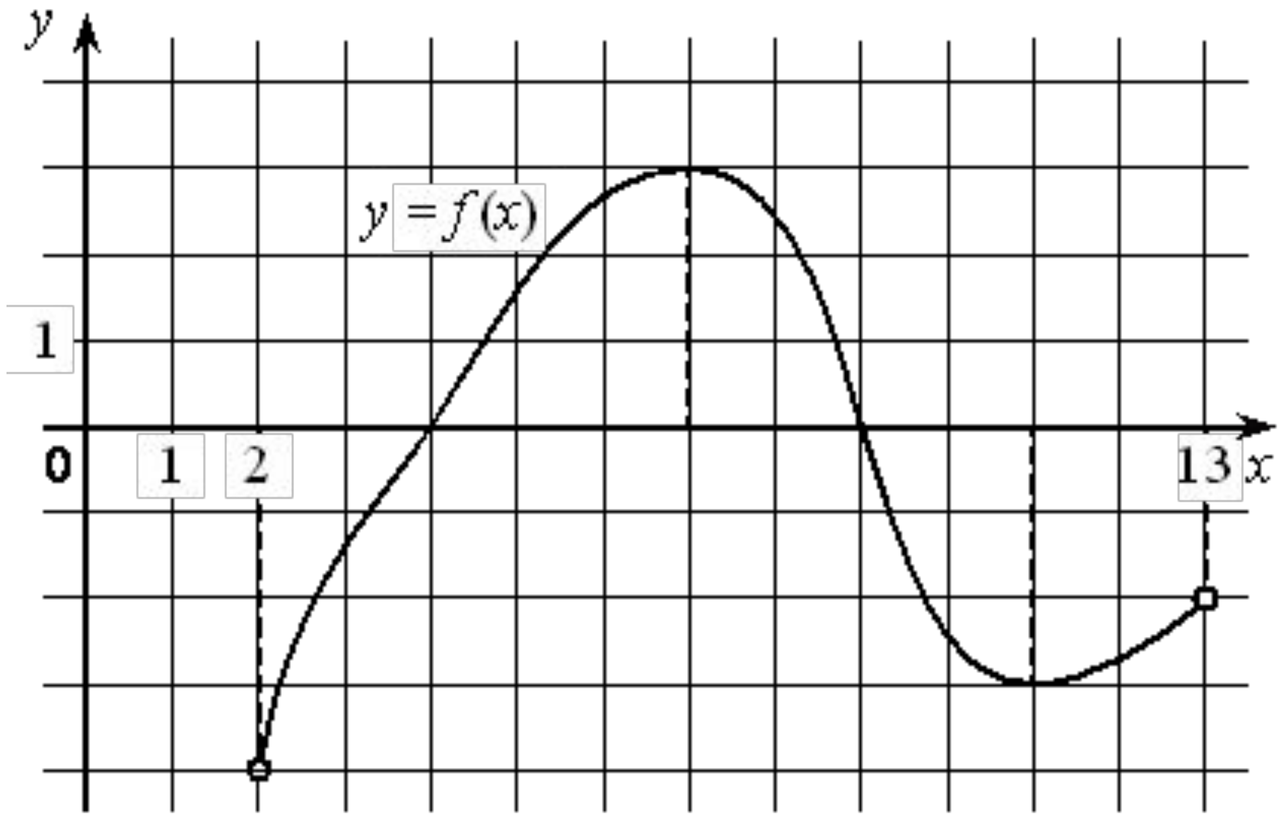
x=0 - точка минимума, а производной в этой точке нет.

Алгоритм нахождения точек экстремума:

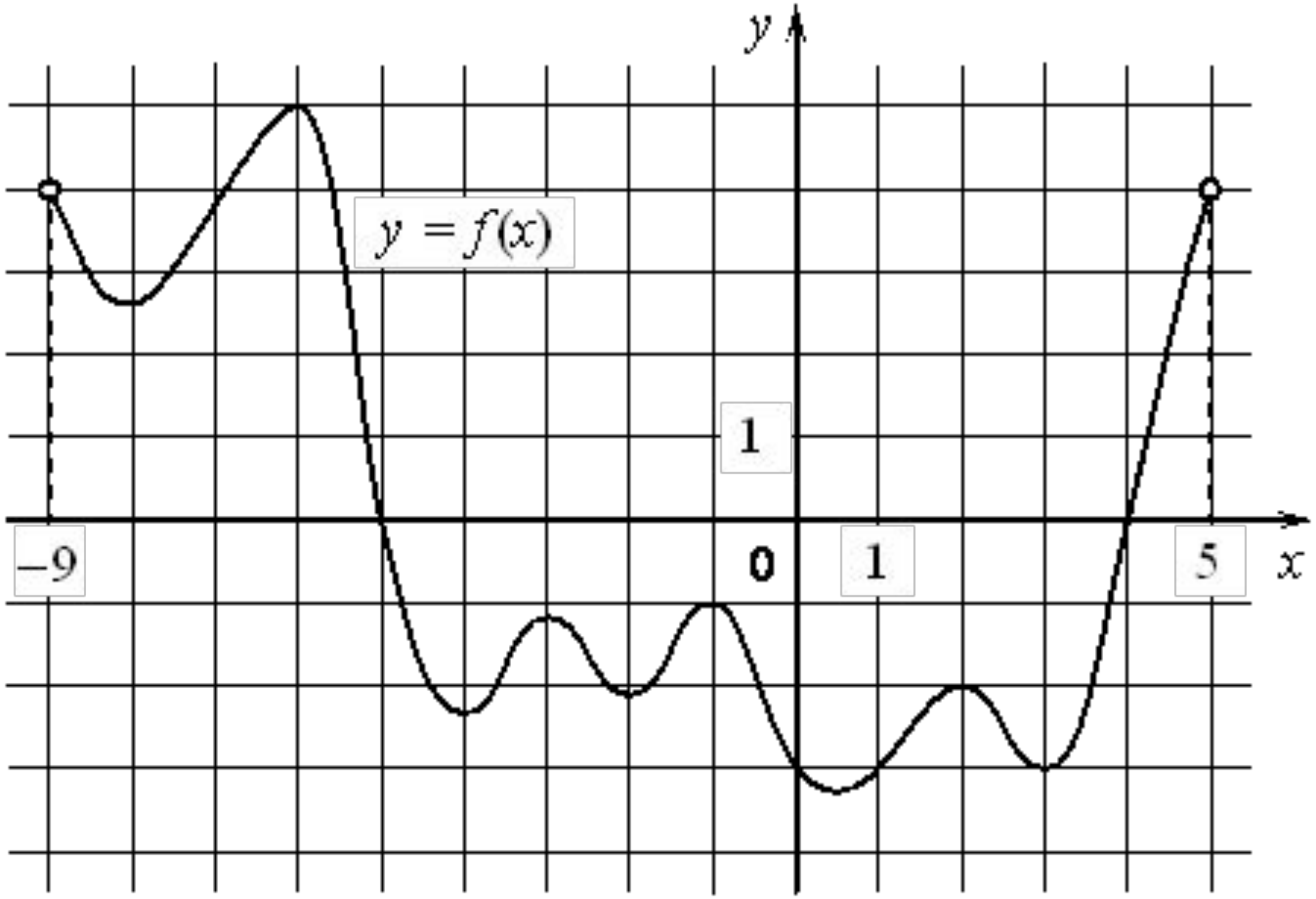
1. Найти критические точки функции
2. Найти промежутки возрастания и убывания функции ($f'(x)>0$ и $f'(x)<0$)
3. Критические точки, в окрестности которых производная меняет знак с «+» на «-» - это точки максимума
4. Критические точки, в окрестности которых производная меняет знак с «-» на «+» - это точки минимума

Для одной функции на некотором промежутке может быть несколько точек экстремума.

На рисунке изображён график дифференцируемой функции y=f(x), определённой на интервале (2 ; 13). Найдите точку из отрезка [8 ; 12], в которой производная функции f(x) равна 0.

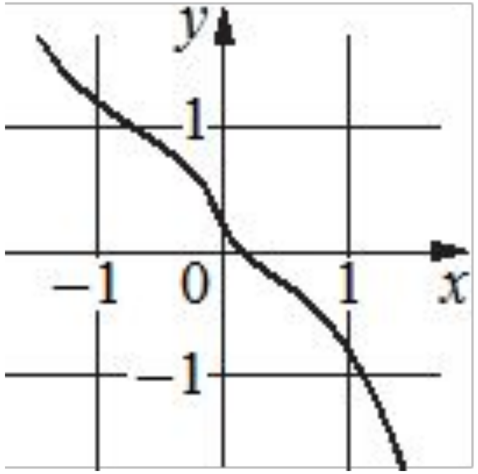


На рисунке изображён график функции y=f(x), определённой на интервале (− 9; 5). Найдите количество точек, в которых производная функции f(x) равна 0.

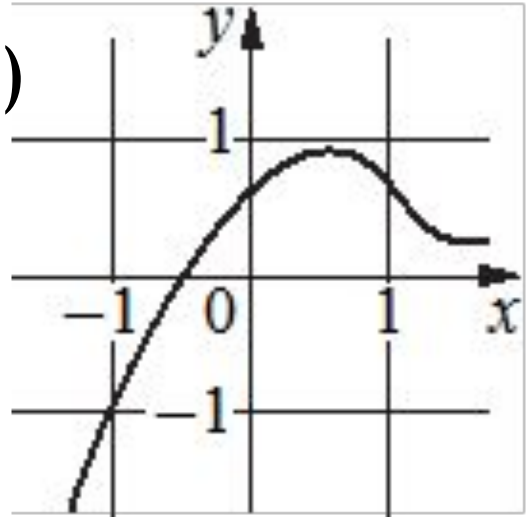


Установите соответствие между графиками функций и характеристиками этих функций на отрезке $[-1; 1]$.

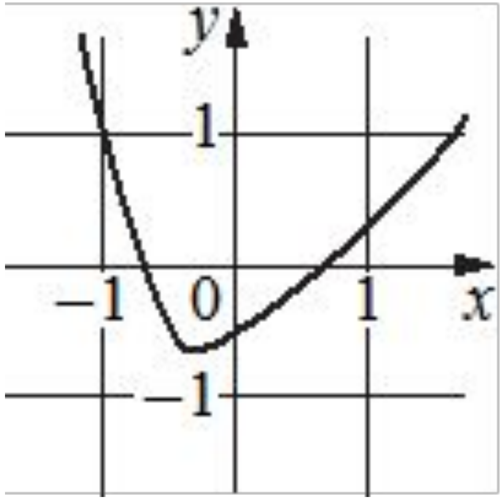
А)



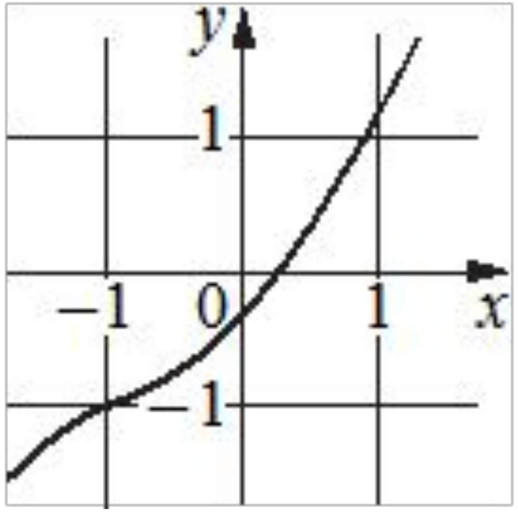
Б)



В)



Г)



1) функция возрастает на отрезке $[-1; 1]$

2) функция убывает на отрезке $[-1; 1]$

3) функция имеет точку минимума на отрезке $[-1; 1]$

4) функция имеет точку максимума на отрезке $[-1; 1]$

Найдите стационарные точки функции
$y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$.

Найдите точку максимума функции
$y = -x^3 - 6x^2 + 9x + 5$.

Найдите точку минимума функции
$y = 2x^2 - 20x + 1$.

Найдите точки экстремума функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$.