



Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным программам основного общего и среднего общего образования

Тема 3.

Методика проверки и оценки геометрических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задания 24 и 25)

Семенов Андрей Викторович, к. пед. н, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

24

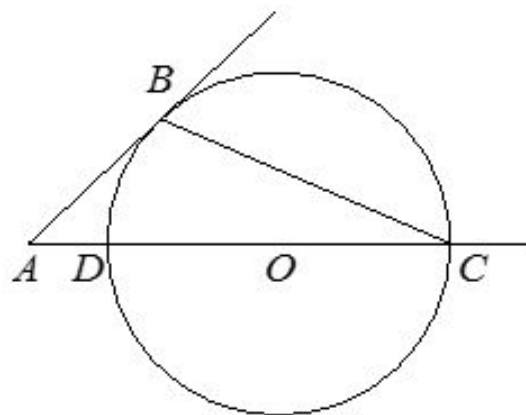
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Решение.

Пусть $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC(AC - CD); 64 = x(x - 3,6), \text{ откуда} \\ x = 10.$$

Ответ: 10.



| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Решение.

Прямая AB касается окружности, следовательно, радиус OB , равный $1,8$, перпендикулярен AB .

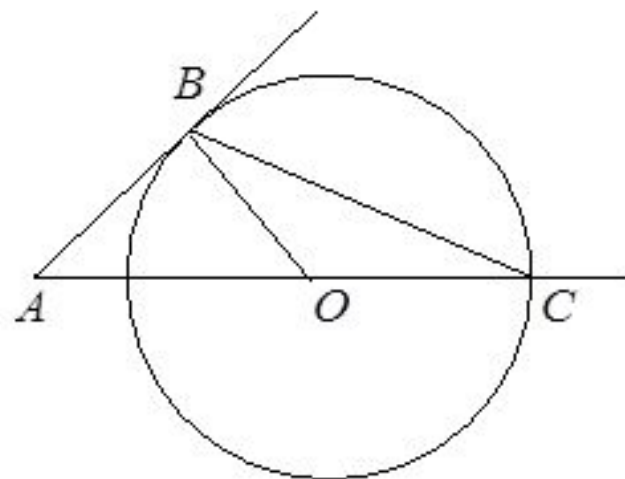
Треугольник AOB прямоугольный. По теореме Пифагора:

$$AO^2 = AB^2 + OB^2; AO^2 = 8^2 + 1,8^2;$$

$$AO^2 = 67,24; AO = 8,2.$$

$AC = AO + OC$, где OC – радиус, тогда $AC = 8,2 + 1,8 = 10$.

Ответ: 10.





ФИПИ

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Решение.

Треугольник BOC равнобедренный, тогда $\angle OCB = \angle OBC$.

Треугольник BOD равнобедренный, тогда $\angle ODB = \angle OBD$.

Прямая AB касается окружности в точке B , следовательно, радиус OB перпендикулярен AB .

Получаем:

$$\angle ABD = 90^\circ - \angle DBO = 90^\circ - \angle BDC = \angle BCD.$$

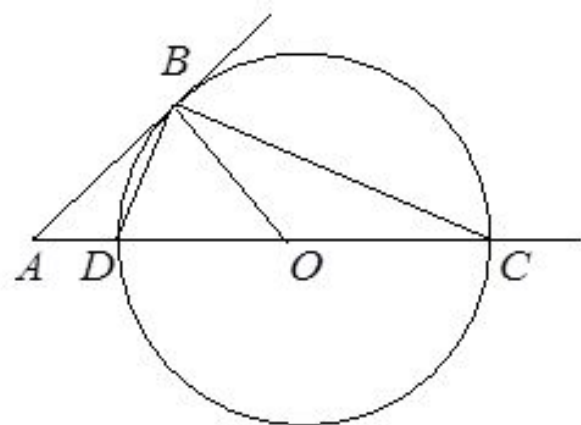
Треугольники ABD и ACB , имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD ,

подобны по двум углам, следовательно, $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$.

Пусть $AC = x$, получаем: $AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3,6)$;

$x^2 - 3,6x - 64 = 0$, $x = 10$ или $x = -6,4$. Условию задачи удовлетворяет $x = 10$, $AC = 10$.

Ответ: 10.





ФИПИ

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Решение.

Прямая AB является касательной, BD – секущей, следовательно, угол ABD равен половине дуги BD , заключенной внутри угла ABD , или половине центрального угла BOD .

Вписанный угол BCD , опирается на ту же дугу BD , следовательно, он равен ее половине или половине центрального угла BOD .

Получили: $\angle ABD = \angle BCD$.

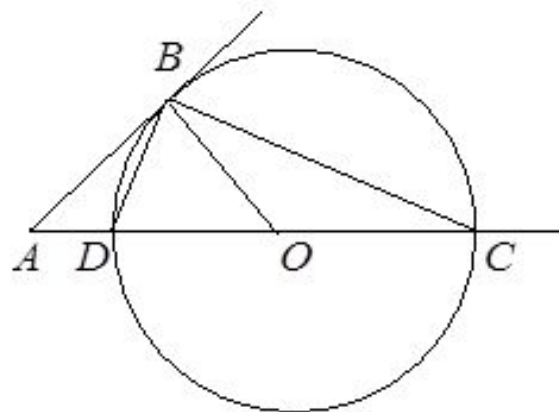
Треугольники ABD и ACB , имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD , подобны по двум углам,

следовательно, $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$.

Пусть $AC = x$, получаем: $AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3,6)$;

$x^2 - 3,6x - 64 = 0$, $x = 10$ или $x = -6,4$. Условию задачи удовлетворяет $x = 10$, $AC = 10$.

Ответ: 10.





ФИПИ

24

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

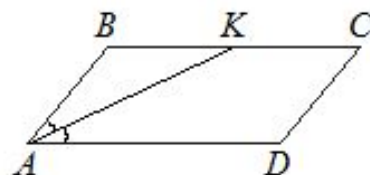
Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK , AK — биссектриса угла BAD .

Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

По формуле периметра параллелограмма находим:

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80.$$

Ответ: 80.



| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |



Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K .
Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK .

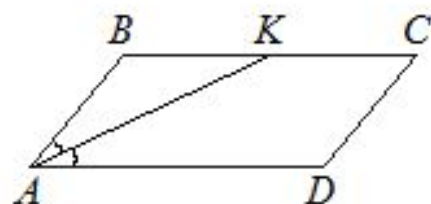
AK — биссектриса угла BAD .

Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.





Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K .
Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

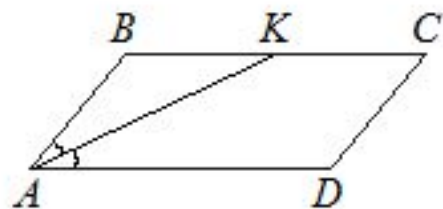
Решение.

Биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. AK — биссектриса угла BAD . Следовательно, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80.$$

Ответ: 80.



Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM , они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда

$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$

Аналогично равны треугольники CON и DON , откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

Рассмотрим треугольник MOB , найдем OB по теореме Пифагора.

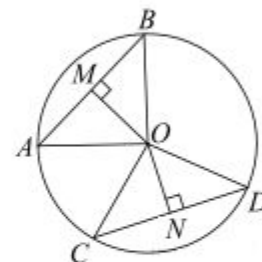
$$OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = 25.$$

Рассмотрим треугольник OND , он прямоугольный.

По теореме Пифагора найдем ON .

$$ON = \sqrt{OD^2 - ND^2} = 7.$$

Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.



Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM , они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда

$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$

Аналогично равны треугольники CON и DON , откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

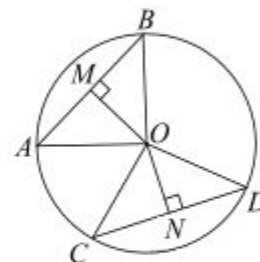
Рассмотрим прямоугольные треугольники OND и BMO :

гипотенузы $OD = OB$ как радиусы;

катеты $DN = OM = 24$, следовательно, прямоугольные треугольники OND и BMO равны, откуда получаем: $ON = BM = 7$.

Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.

Ответ: 7.



ФИ

Дано:

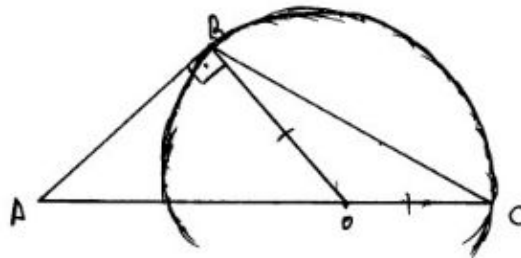
т. $O \in AC$

$d = 3,6$

$AB = 8$

$AC = ?$

~ 24.



Решение:

т.к. окружность проходит через т. B и т. C , то
 OB и OC — радиусы $\Rightarrow OB = OC = \frac{d}{2} = 1,8$

т.к. окружность касается прямой AB в т. $B \Rightarrow$
 AB — касательная к окружности $\Rightarrow OB \perp AB$

По теореме Пифагора находим в ~~прямоугольном~~
прямоугольном треугольнике ABO гипотенузу
 AO . $AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$

$$AO = \sqrt{8^2 + 1,8^2} = 8,2$$

$AC = AO + OC$ (по св-ву отрезков)

$$AC = 8,2 + 1,8 = 10$$

Ответ: $AC = 10$.

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Ответ: 10.

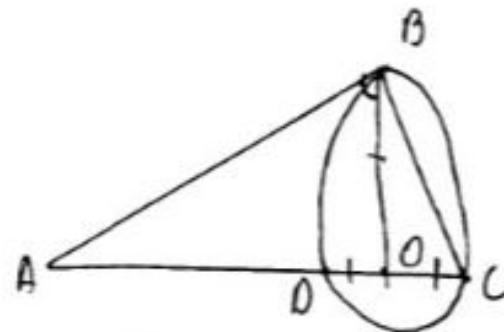
2 балла



Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.
Ответ: 10.

$\sqrt{24}$

Пусть O — центр окр.;
 AC и окружность в точках O и C
 $\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3,6/2$
 $\angle OBA = 90^\circ$ т.к. AB кас. \Rightarrow



по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3,6}{2}\right)^2 = 64 + 12,96 = 76,96 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \sqrt{76,96} + 3,6$
Ответ: $AC = 11,8$

$= 64 + 3,24 = 67,24 = 8,2^2 \Rightarrow AC = 8,2 + 3,6 = 11,8$

Ответ: $AC = 11,8$

? баллов



Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Ответ: 10.

$\sqrt{24}$

Пусть O — центр окр. O ;

AC и окружность в точках O и C

$$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3,6/2$$

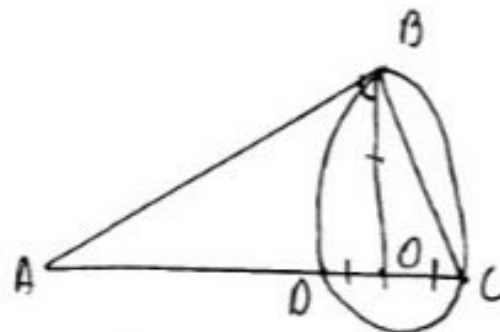
$\angle OBA = 90^\circ$ т.к. AB кас. \Rightarrow

по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3,6}{2}\right)^2 = 64 + 2,96 = 76,96 \Rightarrow$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{76,96} + 3,6$$

$$= 64 + 3,24 = 67,24 = 8,2^2 \Rightarrow AC = 8,2 + 3,6 = 11,8$$

Ответ: $AC = 11,8$



0 баллов

1 балл

Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка ???

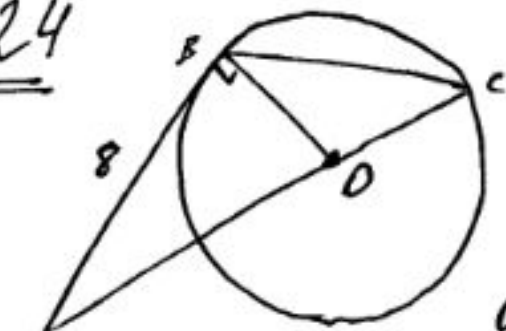
1 Оценивание



Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Ответ: 10.

N 24



$$D = 3,6$$

Пусть O — центр окружности.

Тогда $\angle OBA = 90^\circ$, так как

OB — диаметр проходящий через центр

окружности и точку касания. Значит OB — радиус

Значит $OB = \frac{1}{2} D = 3,6 : 2 = 1,8$. Также радиусом является $OC = 1,8$. AO — гипотенуза $\triangle ABO$, значит $AO =$

$$= 1,8^2 + 8^2 = 64 + 3,24 = 67,24. \text{ Значит } AC = 67,24 + 1,8 =$$

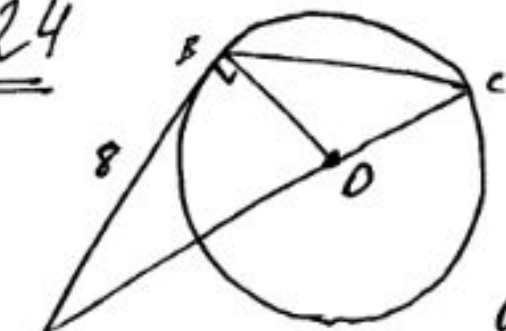
$$= 68,04; \text{ так как } AO + OC = AC. \text{ Ответ: } 68,04.$$

? баллов

© Все права защищены

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.
Ответ: 10.

N 24



$$D = 3,6$$

Пусть O — центр окружности.

Тогда $\angle OBA = 90^\circ$, так как

OB — отрезок проходящий через центр

окружности и точку касания. Значит OB — радиус

Значит $OB = \frac{1}{2}D = 3,6 : 2 = 1,8$. Также радиусом является $OC = 1,8$. AO — гипотенуза $\triangle ABO$, значит $AO =$

$$= 1,8^2 + 8^2 = 64 + 3,24 = 67,24. \text{ Значит } AC = 67,24 + 1,8 =$$

$$= 68,04; \text{ так как } AO + OC = AC. \text{ Ответ: } 68,04.$$

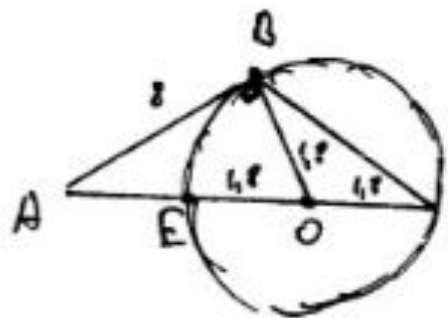
1 балл

Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка ???

0 баллов

Все права защищены

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.
Ответ: 10.



Пусть O - центр
данной окружности

$\angle ABO = 90^\circ$ по свойст. касат.

$$\begin{cases} AO^2 = BO^2 + AB^2 \text{ по теор. Пиф.} \\ BO = \frac{1}{2} EC = 1,8 \text{ по услов.} \\ \text{радиус} \quad \text{диаметр.} \end{cases}$$

$$AO^2 = 3,24 + 64 = 67,24$$

$$AO = 8,2$$

$$OC = 1,8 \text{ см. это радиус.}$$

$$AC = OC + AO = 10$$

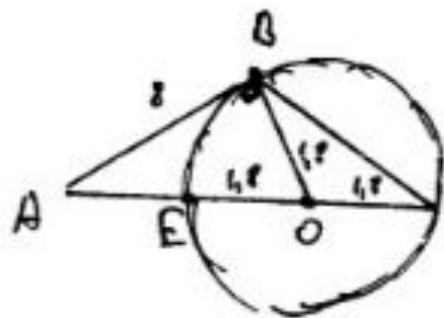
Ответ: 10

? баллов

© Все права защищены

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B . Найдите AC , если $AB = 8$, диаметр окружности равен $3,6$.

Ответ: 10.



Пусть O - центр
данной окружности

$\angle ABO = 90^\circ$ по свойст. касат.

$$\begin{cases} AO^2 = BO^2 + AB^2 \text{ по теор. Пиф.} \\ BO = \frac{1}{2} EC = 1,8 \text{ по услов.} \\ \text{радиус} \quad \text{диаметр.} \end{cases}$$

$$AO^2 = 3,24 + 64 = 67,24$$

$$AO = 8,2$$

$$OC = 1,8 \text{ см. это радиус.}$$

$$AC = OC + AO = 10$$

Ответ: 10

2 балла

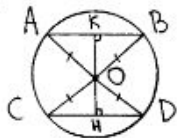
© Все права защищены



Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

24 Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB=14$, $CD=48$, $OK=24$
Найти: OH .



Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK=24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO=OB=R$ (радиусы) $\Rightarrow OK$ - высота, медиана, биссектриса; $AK=KB=14:2=7$.

$$OB^2 = 7^2 + 24^2$$

$$OB^2 = 49 + 576$$

$$OB^2 = 625$$

$$OB = 25$$

Т.к. $AO=OB=CO=OD$, то $AO=OB=CO=OD=25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO=OD=R$ (радиусы) $\Rightarrow OH$ - высота, медиана, биссектриса; $CH=HD=48:2=24$.

$$OH^2 = 25^2 - 24^2$$

$$OH^2 = 625 - 576$$

$$OH^2 = 49$$

$$OH = 7$$

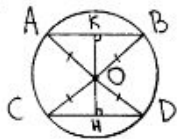
Ответ: 7.



Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

24
Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB=14$, $CD=48$, $OK=24$
Найти: OH .



Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK=24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO=OB=R$ (радиусы) $\Rightarrow OK$ - высота, медиана, биссектриса; $AK=KB=14:2=7$.

$$OB^2 = 7^2 + 24^2$$

$$OB^2 = 49 + 576$$

$$OB^2 = 625$$

$$OB = 25$$

Т.к. $AO=OB=CO=OD$, то $AO=OB=CO=OD=25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO=OD=R$ (радиусы) $\Rightarrow OH$ - высота, медиана, биссектриса; $CH=HD=48:2=24$.

$$OH^2 = 25^2 - 24^2$$

$$OH^2 = 625 - 576$$

$$OH^2 = 49$$

$$OH = 7$$

Ответ: 7.

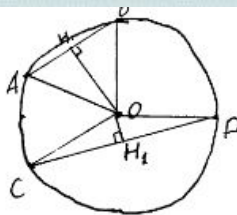


Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

$r=24$
Дано:
 $\omega(O; R)$ - окружность
 AB - хорда
 CD - хорда
 $AB=14$
 $CD=48$
 $OH \perp AB$
 $OH_1 \perp CD$
 $OH=24$
 $OH_1=?$

угловника) $\Rightarrow AH = \frac{14}{2} = 7$



- 1) $AO=OB=OC=OD$ (радиусы)
- 2) из п.1 $\Rightarrow \triangle AOB$ и $\triangle COD$ - равнобедренные
- 3) из п.2 $\Rightarrow OH$ и OH_1 - медианы (высоты, проведенные к основанию равнобедренного треугольника)

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:

$$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$$

$$AO = 25$$

5) из п.1 и п.4 $\Rightarrow CO = 25$

6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:

$$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$$

$$OH_1 = 7$$

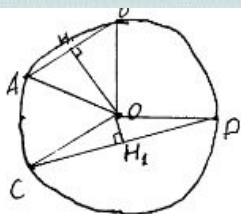
Ответ: $OH_1 = 7$



Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB=14$, $CD=48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

$r=24$
Дано:
 $\omega(O; R)$ - окружность
 AB - хорда
 CD - хорда
 $AB=14$
 $CD=48$
 $OH \perp AB$
 $OH_1 \perp CD$
 $OH=24$
 $OH_1=?$
угловника) $\Rightarrow AH = \frac{14}{2} = 7$



- 1) $AO=OB=OC=OD$ (радиусы)
- 2) из п.1 $\Rightarrow \triangle AOB$ и $\triangle COD$ - равнобедренные
- 3) из п.2 $\Rightarrow OH$ и OH_1 - медианы (высоты, проведенные к основанию равнобедренного треугольника)

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:

$$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$$

$$AO = 25$$

5) из п.1 и п.4 $\Rightarrow CO = 25$

6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:

$$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$$

$$OH_1 = 7$$

Ответ: $OH_1 = 7$

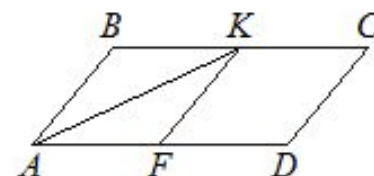


25

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

Доказательство.

Проведём прямую KF параллельно стороне AB (см. рисунок). Поскольку $BK = KC = AB$, параллелограмм $ABKF$ является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD .



| Баллы | Содержание критерия |
|-------|---|
| 2 | Доказательство верное, все шаги обоснованы |
| 1 | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0 | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| 2 | Максимальный балл |



Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

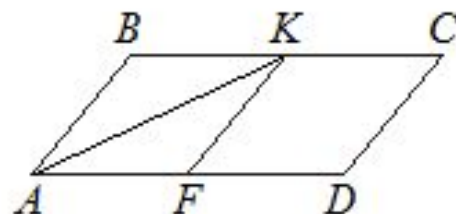
Доказательство.

Проведём прямую KF параллельно стороне AB .

Четырёхугольник $ABKF$ — параллелограмм, прямые AB и KF параллельны, прямые AF и BK параллельны.

Поскольку $BK = \frac{1}{2}BC = AB$, параллелограмм $ABKF$

является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD .





Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

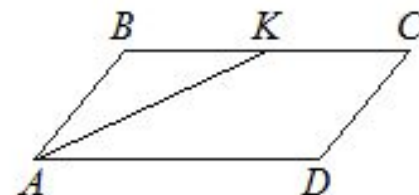
Доказательство.

Треугольник ABK равнобедренный, поскольку

$BK = \frac{1}{2}BC = AB$, тогда углы BAK и BKA равны.

Углы BAK и KAD равны как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK .

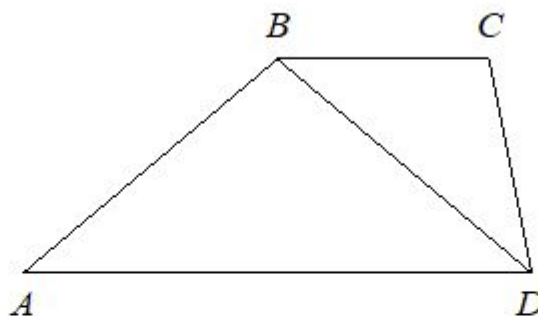
Получили: $\angle BAK = \angle BKA$ и $\angle BKA = \angle KAD$, следовательно, $\angle BAK = \angle KAD$. Значит, AK — биссектриса угла BAD .





- 25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$.
Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.



В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие, кроме того, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2$. Поэтому треугольники CBD и BDA подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

| Баллы | Содержание критерия |
|-------|---|
| 2 | Доказательство верное, все шаги обоснованы |
| 1 | Доказательство в целом верное, но содержит неточности |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

№25.

Дано:

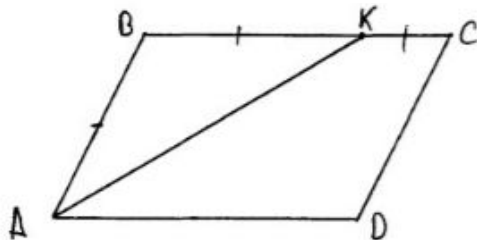
$ABCD$ -параллелограмм

$BC = 2AB$

K — середина BC

Доказать:

AK — биссектриса
угла BAD



Доказательство:

Т.к. K — середина BC , то $BK = KC \Rightarrow$

$BK = \frac{1}{2}BC = AB \Rightarrow \triangle ABK$ — равнобедренный

$\angle BAK = \angle BKA$ (по св-ву равнобедренного
треугольника)

Рассмотрим углы BKA и KAD :

$\angle BKA = \angle KAD$ (как внутренние накрест лежащие
при параллельных прямых BC и AD и
секущей AK).

$\angle BAK = \angle BKA = \angle KAD \Rightarrow$

$\angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK$ — биссектриса $\angle BAD$

(по признаку)

и т.д.

? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

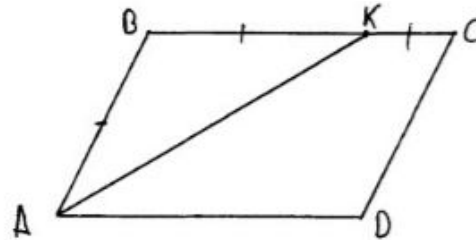
№25.

Дано:

$ABCD$ -параллелограмм
 $BC = 2AB$
 K — середина BC

Доказать:

AK — биссектриса
угла BAD



Доказательство:

Т.к. K — середина BC , то $BK = KC \Rightarrow$

$BK = \frac{1}{2}BC = AB \Rightarrow \triangle ABK$ — равнобедренный

$\angle BAK = \angle BKA$ (по св-ву равнобедренного
треугольника)

Рассмотрим углы BKA и KAD :

$\angle BKA = \angle KAD$ (как внутренние накрест лежащие
при параллельных прямых BC и AD и
секущей AK).

$\angle BAK = \angle BKA = \angle KAD \Rightarrow$

$\angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK$ — биссектриса $\angle BAD$

(по признаку)

и т.д.

2 балла

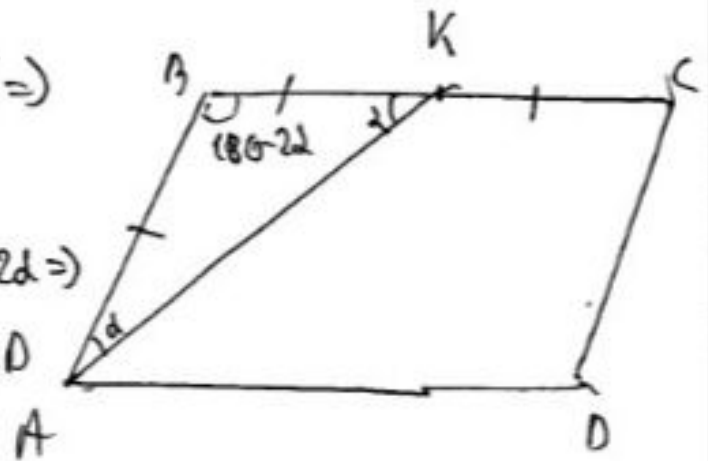


Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

125

Пусть $AB = a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow BK = a \Rightarrow \triangle ABK \text{ рб} \Rightarrow$
 $\angle BAK = \angle BKA = \alpha \Rightarrow \angle ABK = 180 - 2\alpha$
т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAK + \angle ABK = 180 \Rightarrow \angle BAK = 2\alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle KAD = \alpha \Rightarrow \angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK \text{ бисс. } \angle BAD$

□



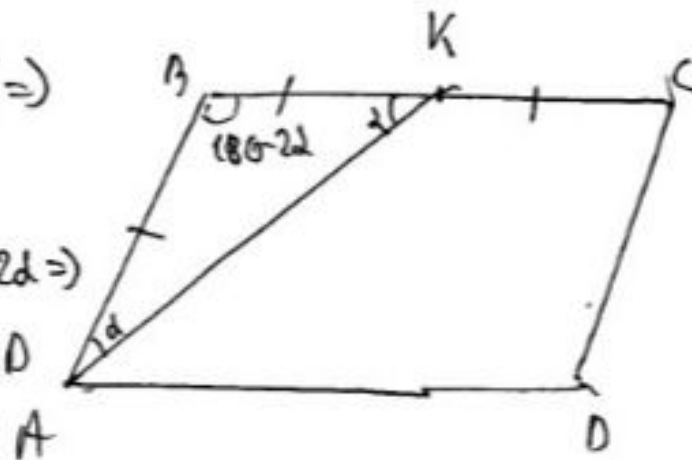
? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

125

Пусть $AB = a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow BK = a \Rightarrow \triangle ABK \text{ рб} \Rightarrow$
 $\angle BAK = \angle BKA = \alpha \Rightarrow \angle ABK = 180 - 2\alpha$
т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAD + \angle ABK = 180 \Rightarrow \angle BAK = 2\alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle KAD = \alpha \Rightarrow \angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK \text{ бисс. } \angle BAD$

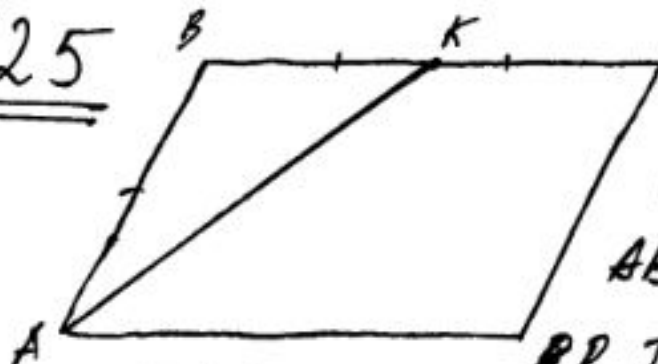
□



2 балла

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

N25

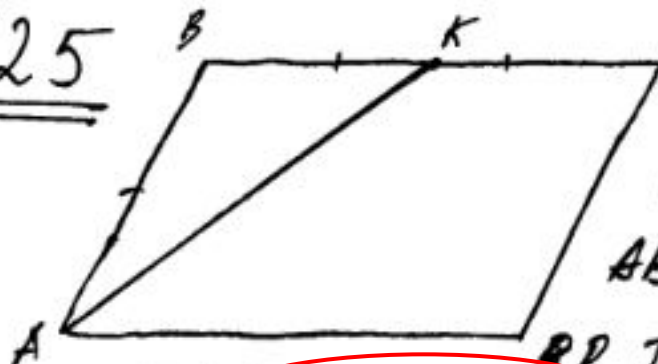


Пусть $\angle ABK = \alpha$, тогда $\angle ADC = \alpha$,
 $\angle BAD = \angle BCD = 180 - \alpha$, так как
 $ABCD$ — параллелограмм. $AB = BK$
Значит $\angle BAK = \angle BKA = (180 - \alpha) : 2 = 90 - \frac{1}{2}\alpha$. Значит Тогда
 $\angle KAD = 180 - \alpha - (90 - \frac{1}{2}\alpha) = 90 - \frac{1}{2}\alpha$ Значит $\angle KAD = \angle BAK$
Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

N25

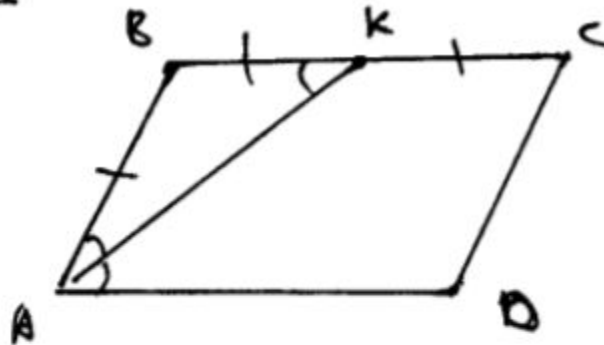


Пусть $\angle ABK = \alpha$, тогда $\angle ADC = \alpha$,
 $\angle BAD = \angle BCD = 180 - \alpha$, так как
 $ABCD$ — параллелограмм. $AB = BK$
по так как $BC = 2AB$ и $BK = \frac{1}{2}BC$.
Значит $\angle BAK = \angle BKA = (180 - \alpha) : 2 = 90 - \frac{1}{2}\alpha$. Значит Тогда
 $\angle KAD = 180 - \alpha - (90 - \frac{1}{2}\alpha) = 90 - \frac{1}{2}\alpha$ значит $\angle KAD = \angle BAK$
Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

2 балла

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

Дано: $ABCD$ — параллелограмм
 $BC = 2AB$
 $BK = KC$



$$BK = \frac{1}{2} BC = AB \text{ по услв.}$$

∴ $\triangle ABK$ — равност.

$$\angle BAK = \angle BKA \text{ по свойст. рав. тр.}$$

$$\angle BKA = \angle KAD \text{ как внутр. соответ. углы.}$$

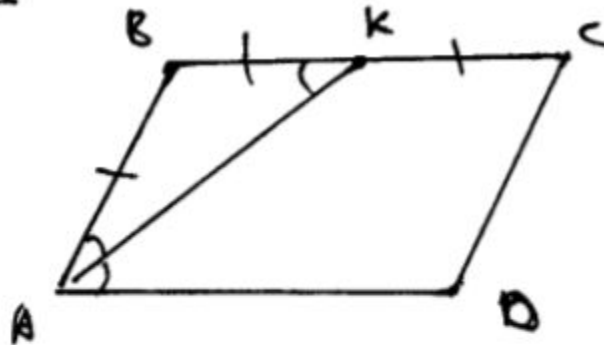
$$\Downarrow$$
$$\angle BAK = \angle KAD$$

AK — биссектриса
Ч. Т. Д.

? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .

Дано: $ABCD$ — параллелограмм
 $BC = 2AB$
 $BK = KC$



$$BK = \frac{1}{2} BC = AB \text{ по услв.}$$

∴ $\triangle ABK$ — равност.

$$\angle BAK = \angle BKA \text{ по свойству равност. тр.}$$

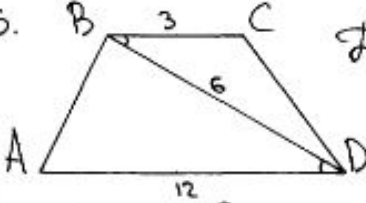
$$\angle BKA = \angle KAD \text{ как внутр. соответств. углы.}$$

$$\Downarrow$$
$$\angle BAK = \angle KAD$$

AK — биссектриса
∠BAD.

1 балл

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$.
Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

25.  Дано: $ABCD$; $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC = 3$; $AD = 12$;
 $BD = 6$.

~~Доказать:~~ Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:
 $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (как смежные лежащие при $BC \parallel AD$ и BD -секунда).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$
$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$
$$k = 2 = 2$$

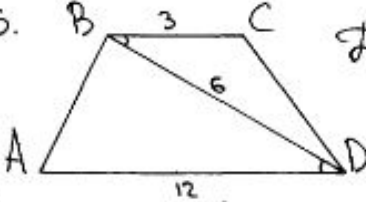
Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

ч.т.д

? баллов



Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$.
Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

25.  Дано: $ABCD$; $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC = 3$; $AD = 12$;
 $BD = 6$.

~~Доказать:~~ Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:
 $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (как смежные лежащие при $BC \parallel AD$ и BD -секунда).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$
$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$
$$k = 2 = 2$$

Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

ч.т.д

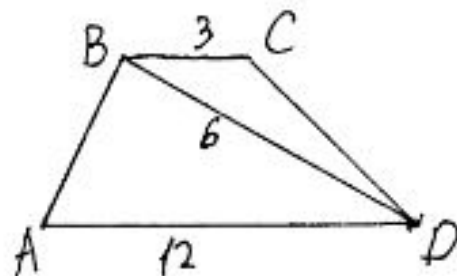
2 балла

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$.
Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

№ 25
Дано:
 $ABCD$ - трап.
 $BC \parallel AD$
 $BC = 3$
 $AD = 12$
 $BD = 6$

Т.г.:
 $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

(сторонам)



1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. \sphericalangle_1 при

$BC \parallel AD$ и секущей BD)

2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ ($\frac{12}{6} = \frac{6}{3}$)

3) Из п.1 и п.2 $\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$

(по равному углу и 2 соответственным

сторонам)

? баллов

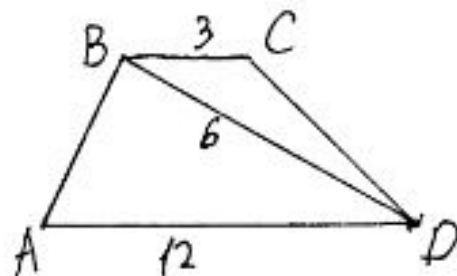
© Все права защищены

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$.
Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

№ 25
Дано:
 $ABCD$ - трап.
 $BC \parallel AD$
 $BC = 3$
 $AD = 12$
 $BD = 6$

Т.г.:
 $\triangle CBD \sim \triangle BDA$

(сторонам)



1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. \sphericalangle_1 при

$BC \parallel AD$ и секущей BD)

2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ ($\frac{12}{6} = \frac{6}{3}$)

3) Из п.1 и п.2 $\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$

(по равному углу и 2 соответственным

сторонам)

1 балл

© Все права защищены



Указания к тренингу.

Вы оцениваете математическую корректность решения математической задачи выпускника 9 класса.

Успехов!