Подготовка экспертов для работы в региональной предметной комиссии при проведении итоговой аттестации по общеобразовательным программам основного общего и среднего общего образования

Тема 3.

Методика проверки и оценки геометрических заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом (задания 24 и 25)

Семенов Андрей Викторович, к. пед. н, ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

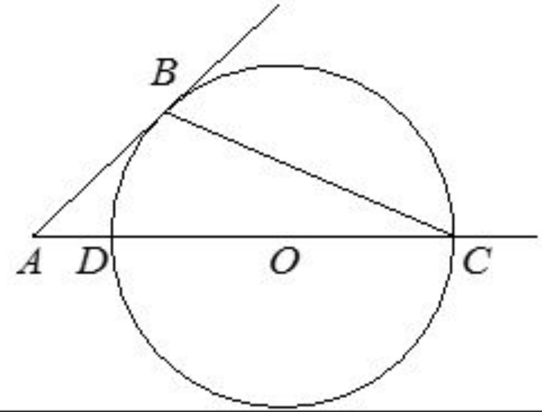
24 Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Пусть $AC = x$. Тогда по свойству касательной и секущей, проведённых из одной точки к окружности, получаем:

$$AB^2 = AC(AC - CD);\ 64 = x(x - 3{,}6), \text{ откуда}$$

$$x = 10.$$



Ответ: 10.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

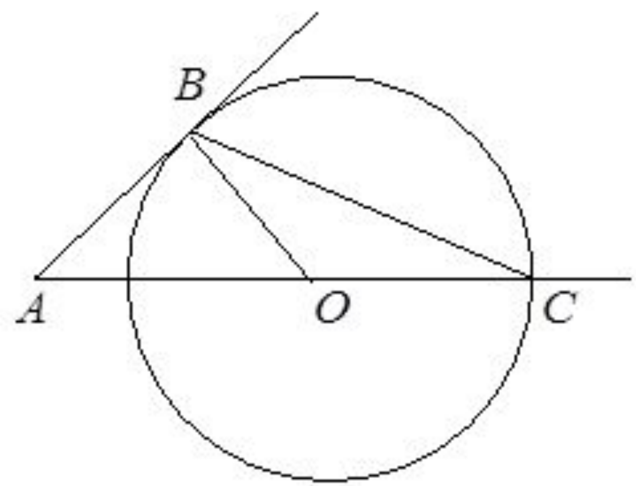
Прямая AB касается окружности, следовательно, радиус OB, равный 1,8, перпендикулярен AB.

Треугольник AOB прямоугольный. По теореме Пифагора:

$AO^2 = AB^2 + OB^2$; $AO^2 = 8^2 + 1{,}8^2$;

$AO^2 = 67{,}24$; $AO = 8{,}2$.

$AC = AO + OC$, где OC – радиус, тогда $AC = 8{,}2 + 1{,}8 = 10$.



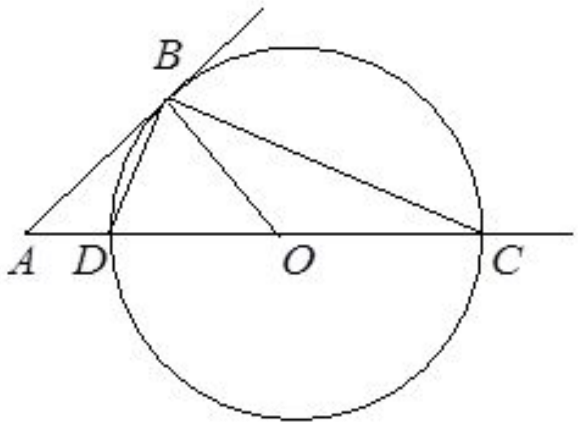
Ответ: 10.

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB=8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Треугольник BOC равнобедренный, тогда $\angle OCB = \angle OBC$.

Треугольник BOD равнобедренный, тогда $\angle ODB = \angle OBD$.



Прямая AB касается окружности в точке B, следовательно, радиус OB перпендикулярен AB.

Получаем:
$\angle ABD = 90° - \angle DBO = 90° - \angle BDC = \angle BCD$.

Треугольники ABD и ACB, имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD, подобны по двум углам, следовательно, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC}$.

Пусть $AC = x$, получаем: $AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3{,}6)$;

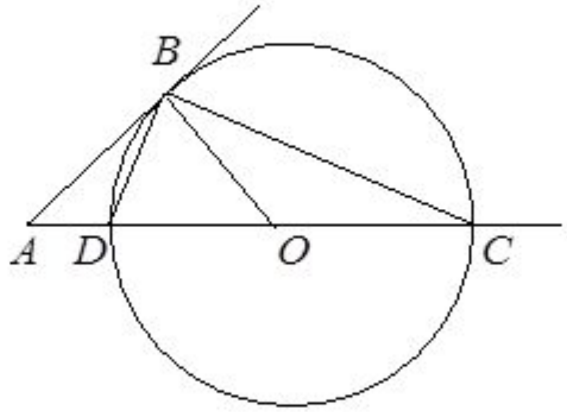
$x^2 - 3{,}6x - 64 = 0$, $x = 10$ или $x = -6{,}4$. Условию задачи удовлетворяет $x = 10$, $AC = 10$.

Ответ: 10.

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Решение.

Прямая AB является касательной, BD – секущей, следовательно, угол ABD равен половине дуги BD, заключенной внутри угла ABD, или половине центрального угла BOD.



Вписанный угол BCD, опирается на ту же дугу BD, следовательно, он равен ее половине или половине центрального угла BOD.

Получили: $\angle ABD = \angle BCD$.

Треугольники ABD и ACB, имеющие общий угол BAC и равные углы ABD и BCD, подобны по двум углам, следовательно, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AC}$.

Пусть $AC = x$, получаем: $AB^2 = AC(AC - CD)$; $64 = x(x - 3{,}6)$;

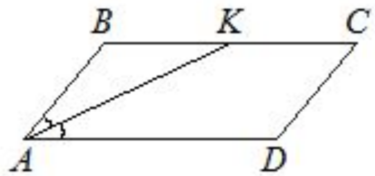
$x^2 - 3{,}6x - 64 = 0$, $x = 10$ или $x = -6{,}4$. Условию задачи удовлетворяет $x = 10$, $AC = 10$.

Ответ: 10.

24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK, AK — биссектриса угла BAD.



Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

По формуле периметра параллелограмма находим:

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

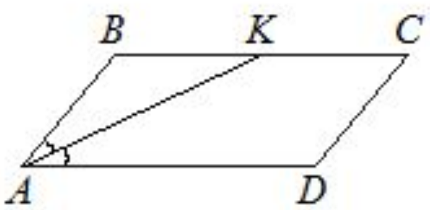
Ответ: 80.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.



AK — биссектриса угла BAD.

Следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.

В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

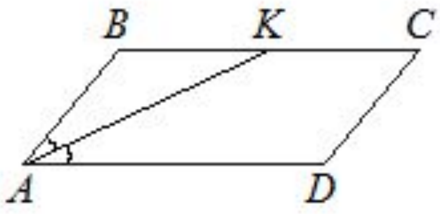
$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 12$, $CK = 16$.

Решение.

Биссектриса параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. AK — биссектриса угла BAD. Следовательно, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 12$.



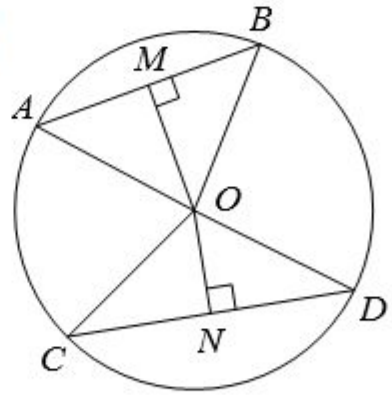
В параллелограмме $ABCD$: $AB = 12$, $BC = BK + KC = 28$.

$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 80$.

Ответ: 80.

24 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Решение.



Пусть OM и ON — перпендикуляры к хордам AB и CD соответственно. Треугольники AOB и COD равнобедренные, значит, $AM = MB$ и $CN = ND$.
Тогда в прямоугольном треугольнике MOB имеем:

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 25.$$

В прямоугольном треугольнике CON гипотенуза $CO = OB = 25$, откуда $ON = \sqrt{OC^2 - \left(\frac{CD}{2}\right)^2} = 7$.

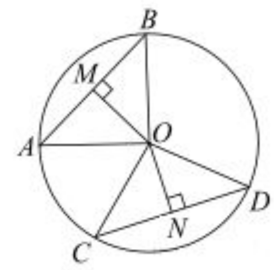
Получаем, что расстояние от центра окружности до хорд CD равно 7.
Ответ: 7.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM, они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда



$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$

Аналогично равны треугольники CON и DON, откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

Рассмотрим треугольник MOB, найдем OB по теореме Пифагора.

$$OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = 25.$$

Рассмотрим треугольник OND, он прямоугольный.
По теореме Пифагора найдем ON.

$$ON = \sqrt{OD^2 - ND^2} = 7.$$

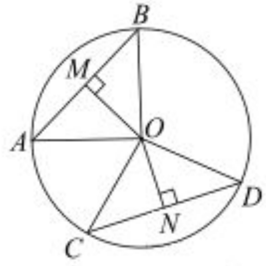
Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 24.

Решение.

Рассмотрим треугольники AOM и BOM, они прямоугольные, стороны AO и BO равны как радиусы окружностей, OM — общая, следовательно, треугольники AOM и BOM равны, откуда

$$AM = BM = \frac{AB}{2} = 7.$$



Аналогично равны треугольники CON и DON, откуда

$$CN = ND = \frac{CD}{2} = 24.$$

Рассмотрим прямоугольные треугольники OND и BMO:
гипотенузы $OD = OB$ как радиусы;
катеты $DN = OM = 24$, следовательно, прямоугольные треугольники OND и BMO равны, откуда получаем: $ON = BM = 7$.
Таким образом, расстояние от центра окружности до хорды CD равно 7.
Ответ: 7.

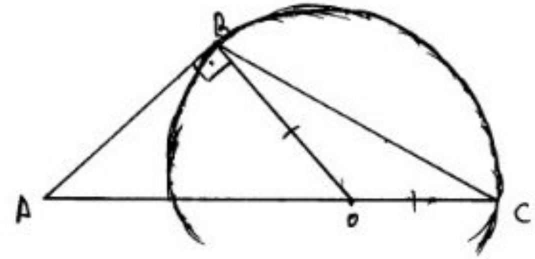
Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

№24.

Дано:
т. $O \in AC$
$d = 3{,}6$
$AB = 8$

$AC - ?$



Решение:

т.к. окружность проходит через т. B и т. C, то OB и OC – радиусы => $OB = OC = \frac{d}{2} = 1{,}8$

т.к. окружность касается прямой AB в т. B => AB – касательная к окружности => $OB \perp AB$

По теореме Пифагора находим в прямоугольном треугольнике ABO гипотенузу AO. $AO = \sqrt{AB^2 + BO^2}$

$AO = \sqrt{8^2 + 1{,}8^2} = 8{,}2$

$AC = AO + OC$ (по св-ву отрезков)

$AC = 8{,}2 + 1{,}8 = 10$

Ответ: $AC = 10$.

2 балла

2 балла	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

№24

Пусть ~~ВД~~ центр окр. O;

AC ∩ окружность в точках D и C

$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3{,}6/2$

$\angle OBA = 90$ т.к. AB кас. $\Rightarrow$

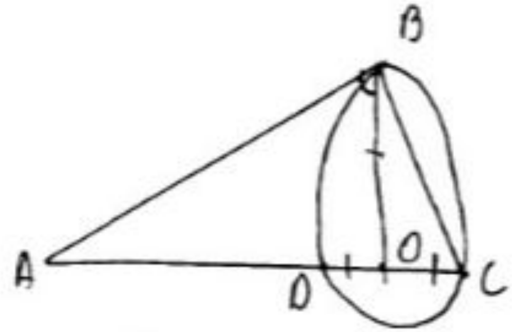
по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3{,}6}{2}\right)^2 = \cancel{64 + 12{,}96 = 76{,}96} \Rightarrow$

~~$\Rightarrow AC = \sqrt{76{,}96} + 3{,}6$~~

~~Ответ: $AC = \sqrt{7}$~~

$= 64 + 3{,}24 = 67{,}24 = 8{,}2^2 \Rightarrow AC = 8{,}2 + 3{,}6 = 11{,}8$

Ответ: $AC = 11{,}8$



? баллов

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

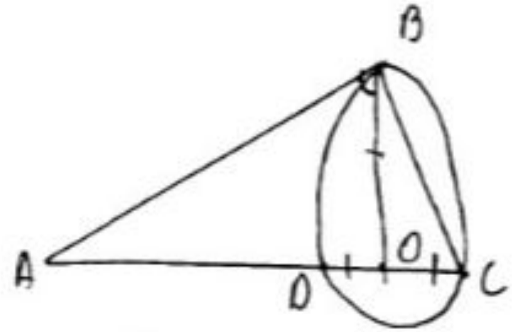
№24

Пусть центр окр. O;

AC ∩ окружность в точках D и C

$\Rightarrow OD = OC = OB = R = 3{,}6/2$

$\angle OBA = 90$ т.к. AB кас. $\Rightarrow$



по теореме Пифагора $AO^2 = AB^2 + BO^2 = 8^2 + \left(\frac{3{,}6}{2}\right)^2 = \cancel{64 + 12{,}96 = 76{,}96} \Rightarrow$

$\cancel{\Rightarrow AC = \sqrt{76{,}96} + 3{,}6}$

~~Ответ: AC = √7~~

$= 64 + 3{,}24 = 67{,}24 = 8{,}2^2 \Rightarrow AC = 8{,}2 + 3{,}6 = 11{,}8$

Ответ: AC = 11,8

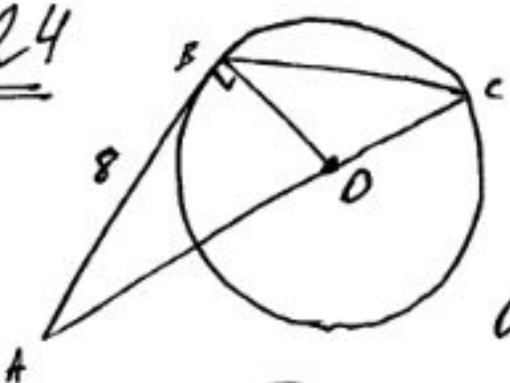
0 баллов

1	Оценивание	1 балл	**Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка ???**

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

N24



$D = 3.6$

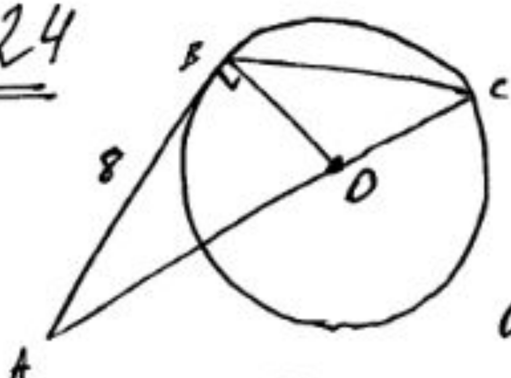
Пусть O – центр окружности.
Тогда $\angle OBA = 90°$ ~~т.к.~~, так как
OB – отрезок проходящий через центр
окружности и точку касания. Значит OB – радиус
Значит $OB = \frac{1}{2}D = 3,6 : 2 = 1,8$. Также радиусом является ~~B~~ $OC = 1,8$. AO – гипотенуза $\triangle ABO$, значит $AO =$
$= 1,8^2 + 8^2 = 64 + 3,24 = 67,24$. Значит $AC = 67,24 + 1,8 =$
$=$ ~~67~~ $68,04$, так как $AO + OC = AC$. Ответ: 68,04.

? баллов

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.

№24



$D = 3.6$

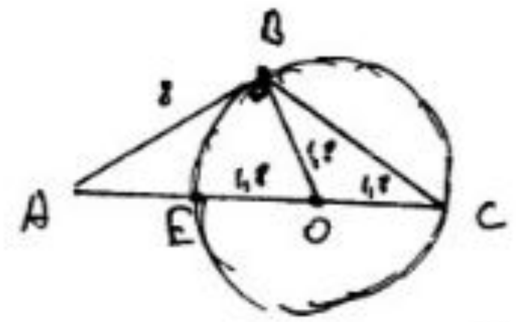
Пусть O – центр окружности. Тогда $\angle OBA = 90°$ ~~т.к.~~, так как OB – отрезок проходящий через центр окружности и точку касания. Значит OB – радиус. Значит $OB = \frac{1}{2}D = 3,6 : 2 = 1,8$. Также радиусом является ~~В~~ $OC = 1,8$. AO – гипотенуза $\triangle ABO$, значит $AO = $ $= 1,8^2 + 8^2 = 64 + 3,24 = 67,24$. Значит $AC = 67,24 + 1,8 =$ $=$ ~~67~~ $68,04$, так как $AO + OC = AC$. Ответ: 68,04.

2	Оценивание	1 балл	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка ???

0 баллов

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.



Пусть O – центр данной окружности

$\angle ABO = 90°$ по свойст. касат.

$$\begin{cases} AO^2 = BO^2 + AB^2 \text{ по теор. Пифаг.} \\ \underset{\text{радиус}}{BO} = \frac{1}{2}\underset{\text{диаметр}}{EC} = 1{,}8 \text{ по услов.} \end{cases}$$

$AO^2 = 3{,}24 + 64 = 67{,}24$

$AO = 8{,}2$

$OC = 1{,}8$ см. это радиус.

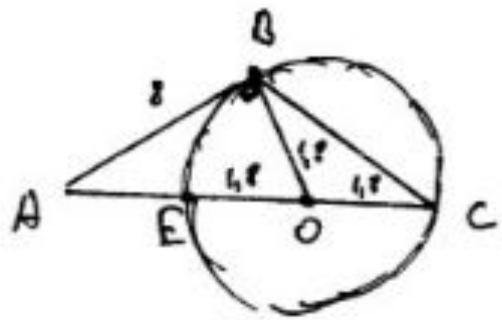
$AC = OC + AO = 10$

Ответ: 10

? баллов

Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если $AB = 8$, диаметр окружности равен 3,6.

Ответ: 10.



Пусть O – центр данной окружности

$\angle ABO = 90°$ по свойст. касат

$$\begin{cases} AO^2 = BO^2 + AB^2 & \text{по теор. Пиф.} \\ BO = \frac{1}{2} EC = 1{,}8 & \text{по услов.} \end{cases}$$

радиус диаметр

$AO^2 = 3{,}24 + 64 = 67{,}24$

$AO = 8{,}2$

$OC = 1{,}8$ см. это радиус.

$AC = OC + AO = 10$

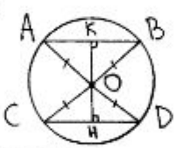
Ответ: 10

2 балла

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

24



Дано: окр; AB и CD - хорды; AB=14, CD=48, OK=24

Найти: OH.

Решение:

△AOB: Проведем OK ⊥ AB; OK=24.

△AOB - равнобедренный; т.к. AO=OB=R (радиусы) => OK - высота, медиана, биссектриса; AK=KB=14:2=7.

$OB^2 = 7^2 + 24^2$

$OB^2 = 49 + 576$

$OB^2 = 625$

$OB = 25$

Т.к. AO=OB=CO=OD, то AO=OB=CO=OD=25.

△COD. Проведем OH ⊥ CD.

△COD - равнобедренный, т.к. CO=OD=R (радиусы) => OH - высота, медиана, биссектриса; CH=HD=48:2=24.

$OH^2 = 25^2 - 24^2$

$OH^2 = 625 - 576$

$OH^2 = 49$

$OH = 7$

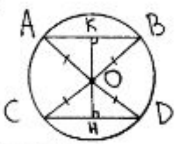
Ответ: 7.

? баллов

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

24



Дано: окр; AB и CD - хорды; $AB=14$, $CD=48$, $OK=24$

Найти: OH.

Решение:

$\triangle AOB$: Проведем $OK \perp AB$; $OK=24$.

$\triangle AOB$ - равнобедренный; т.к. $AO=OB=R$ (радиусы) => OK - высота, медиана, биссектриса; $AK=KB=14:2=7$.

$OB^2=7^2+24^2$

$OB^2=49+576$

$OB^2=625$

$OB=25$

Т.к. $AO=OB=CO=OD$, то $AO=OB=CO=OD=25$.

$\triangle COD$. Проведем $OH \perp CD$.

$\triangle COD$ - равнобедренный, т.к. $CO=OD=R$ (радиусы) => OH - высота, медиана, биссектриса; $CH=HD=48:2=24$.

$OH^2=25^2-24^2$

$OH^2=625-576$

$OH^2=49$

$OH=7$

Ответ: 7.

2 балла

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

№24

Дано:

$\omega(O; R)$ – Окружность

AB – хорда

CD – хорда

$AB = 14$

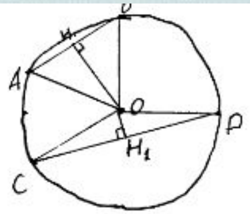
$CD = 48$

$OH \perp AB$

$OH_1 \perp CD$

$OH = 24$

$OH_1 = ?$



1) $AO = OB = OC = OD$ (радиусы)

2) из п. 1 => $\triangle AOB$ и $\triangle COD$ – равнобедренные

3) из п. 2 => OH и OH_1 – медианы (высоты, проведённые к основанию равнобедренного треугольника) => $AH = \frac{14}{2} = 7$

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:

$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$

$AO = 25$

5) из п. 1 и п. 4 => $CO = 25$

6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:

$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$

$OH_1 = 7$

Ответ: $OH_1 = 7$

? баллов

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 14$, $CD = 48$ а расстояние от центра окружности до хорд AB равно 24.

Ответ: 7

№24

Дано:

$\omega(O; R)$ – окружность

AB – хорда

CD – хорда

$AB = 14$

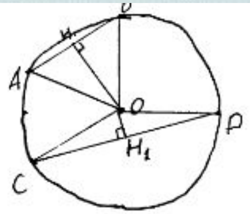
$CD = 48$

$OH \perp AB$

$OH_1 \perp CD$

$OH = 24$

$OH_1 = ?$



1) $AO = OB = OC = OD$ (радиусы)

2) из п. 1 $\Rightarrow \triangle AOB$ и $\triangle COD$ – равнобедренные

3) из п. 2 $\Rightarrow OH$ и OH_1 – медианы (высоты, проведённые к основанию равнобедренного треугольника) $\Rightarrow AH = \frac{14}{2} = 7$

4) Из $\triangle AOH$, по теореме Пифагора:

$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 576 + 49 = 625$

$AO = 25$

5) из п. 1 и п. 4 $\Rightarrow CO = 25$

6) Из $\triangle COH_1$, по теореме Пифагора:

$OH_1^2 = CO^2 - CH_1^2 = 625 - 576 = 49$

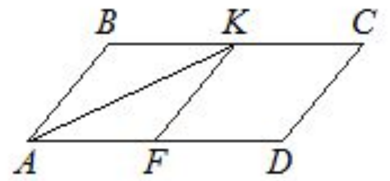
$OH_1 = 7$

Ответ: $OH_1 = 7$

1 балл

25 Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Доказательство.

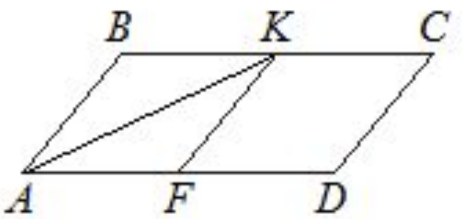


Проведём прямую KF параллельно стороне AB (см. рисунок). Поскольку $BK = KC = AB$, параллелограмм $ABKF$ является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Доказательство.

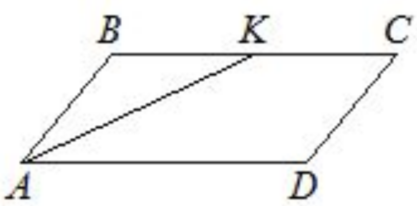


Проведём прямую KF параллельно стороне AB. Четырехугольник $ABKF$ – параллелограмм, прямые AB и KF параллельны, прямые AF и BK параллельны.

Поскольку $BK = \frac{1}{2}BC = AB$, параллелограмм $ABKF$ является ромбом, поэтому диагональ AK ромба $ABKF$ делит угол BAF пополам. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Доказательство.



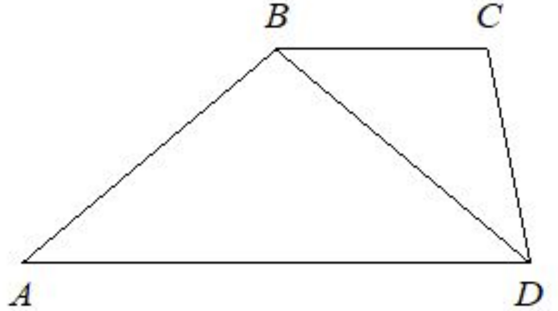
Треугольник ABK равнобедренный, поскольку $BK = \frac{1}{2}BC = AB$, тогда углы BAK и BKA равны.

Углы BAK и KAD равны как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK.

Получили: $\angle BAK = \angle BKA$ и $\angle BKA = \angle KAD$, следовательно, $\angle BAK = \angle KAD$. Значит, AK — биссектриса угла BAD.

25 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

Доказательство.



В треугольниках ADB и DBC углы ADB и DBC равны как накрест лежащие, кроме того, $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = 2$. Поэтому треугольники CBD и BDA подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними.

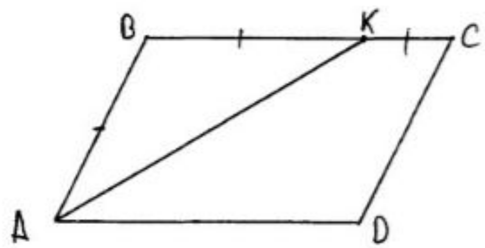
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	*Максимальный балл*

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25.

Дано:
ABCD-параллелограмм
BC = 2 AB
K - середина BC

Доказать:
AK - биссектриса угла BAD



Доказательство:
Т.к. K - середина BC, то BK = KC =>
$BK = \frac{1}{2}BC = AB$ => △ABK - равнобедренный
∠BAK = ∠BKA (по св-ву равнобедренного треугольника)
Рассмотрим углы BKA и KAD:
∠BKA = ∠KAD (как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK).
∠BAK = ∠BKA = ∠KAD =>
∠BAK = ∠KAD => AK - биссектриса ∠BAD
(по признаку)
ч.т.д.

? баллов

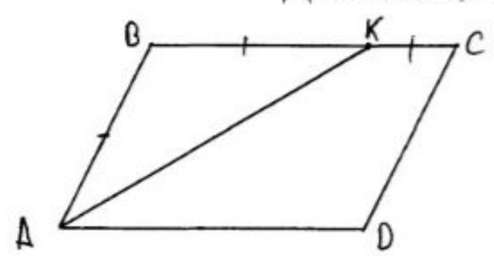
2	**Доказательство верное, все шаги обоснованы ???**

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25.

Дано:
ABCD-параллелограмм
BC = 2 AB
K - середина BC

Доказать:
AK - биссектриса угла BAD



Доказательство:

Т.к. K - середина BC, то BK = KC =>
$BK = \frac{1}{2}BC = AB$ => △ABK - равнобедренный
∠BAK = ∠BKA (по св-ву равнобедренного треугольника)

Рассмотрим углы BKA и KAD:
∠BKA = ∠KAD (как внутренние накрестлежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK).

∠BAK = ∠BKA = ∠KAD =>
∠BAK = ∠KAD => AK - биссектриса ∠BAD
(по признаку)
ч.т.д.

2 балла

2	**Доказательство верное, все шаги обоснованы**

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25

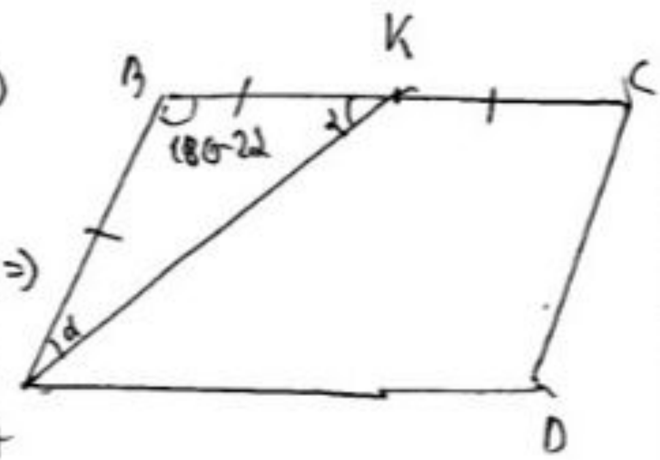
Пусть $AB=a \Rightarrow BC=2a \Rightarrow BK=a \Rightarrow \triangle ABK$ р/б $\Rightarrow$

$\angle BAK=\angle BKA=\alpha \Rightarrow \angle ABK=180-2\alpha$

т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAD+\angle ABK=180 \Rightarrow \angle BAK=2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD=\alpha \Rightarrow \angle BAK=\angle KAD \Rightarrow AK$ бис. $\angle BAD$

□



? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25

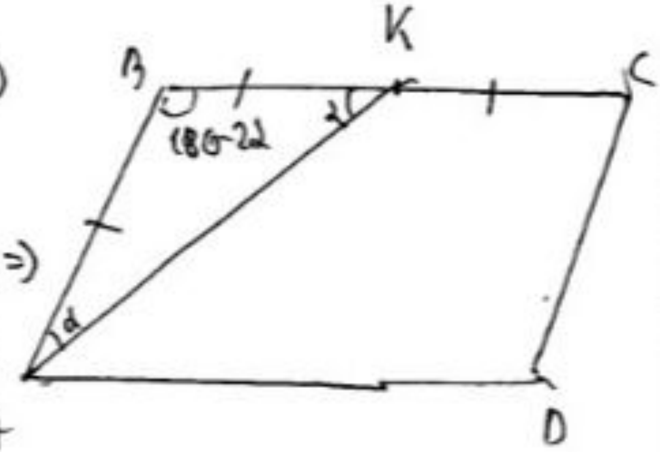
Пусть $AB = a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow BK = a \Rightarrow \triangle ABK$ р/б $\Rightarrow$

$\angle BAK = \angle BKA = \alpha \Rightarrow \angle ABK = 180 - 2\alpha$

т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle BAD + \angle ABK = 180 \Rightarrow \angle BAK = 2\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAD = \alpha \Rightarrow \angle BAK = \angle KAD \Rightarrow AK$ бис. $\angle BAD$

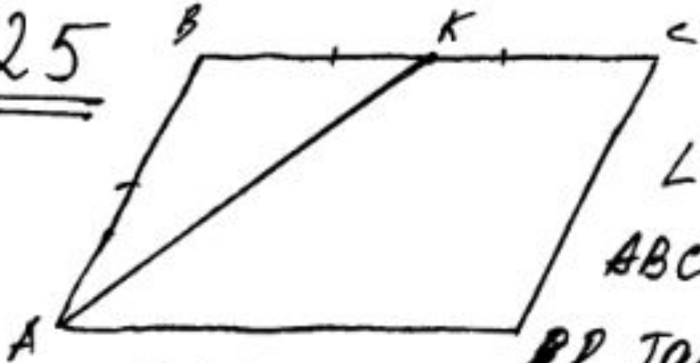
□



2 балла

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25

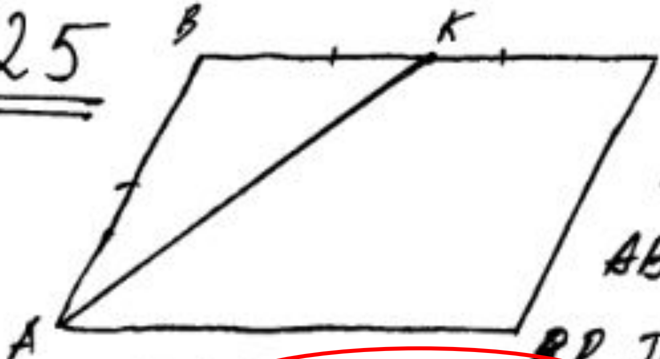


Пусть $\angle ABK = \alpha$, тогда $\angle ADC = \alpha$, $\angle BAD = \angle BCD = 180 - \alpha$, так как $ABCD$ — параллелограмм. $AB = BK$ так как $BC = 2AB$ и $BK = \frac{1}{2}BC$. Значит $\angle BAK = \angle BKA = (180 - \alpha) : 2 = 90 - \frac{1}{2}\alpha$. ~~Значит~~ Тогда $\angle KAD = 180 - \alpha - (90 - \frac{1}{2}\alpha) = 90 - \frac{1}{2}\alpha$ значит $\angle KAD = \angle BAK$. Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

? баллов

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

№25



Пусть $\angle ABK = \alpha$, тогда $\angle ADC = \alpha$,
$\angle BAD = \angle BCD = 180 - \alpha$, так как
$ABCD$ — параллелограмм. $AB = BK$
так как $BC = 2AB$ и $BK = \frac{1}{2}BC$.
Значит $\angle BAK = \angle BKA = (180 - \alpha) : 2 = 90 - \frac{1}{2}\alpha$. ~~Значит~~ Тогда
$\angle KAD = 180 - \alpha - (90 - \frac{1}{2}\alpha) = 90 - \frac{1}{2}\alpha$ значит $\angle KAD = \angle BAK$.
Тогда AK — биссектриса $\angle BAD$.

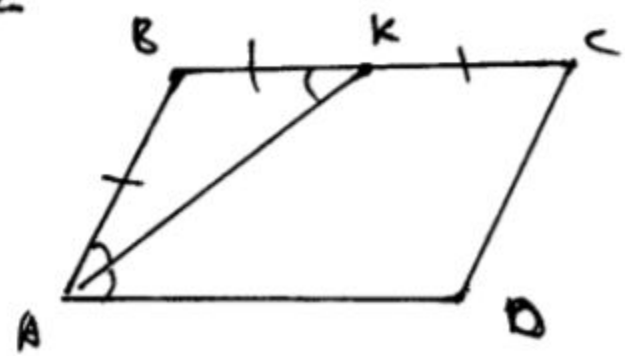
2 балла

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: $ABCD$ – параллелогр.

$BC = 2AB$

$BK = KC$



$BK = \frac{1}{2} BC = AB$ по усл.

$\triangle ABK$ – равноб.

$\angle BAK = \angle BKA$ по опр. рав. тр.

$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.

$\Downarrow$

$\angle BAK = \angle KAD$

$\Downarrow$

AK – биссектриса

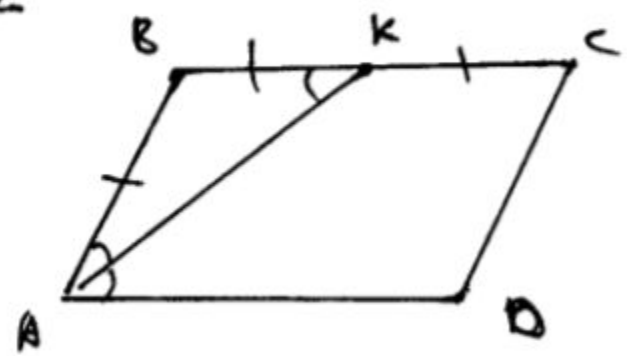
Ч.Т.Д.

? баллов

цены

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB. Точка K — середина стороны BC. Докажите, что AK — биссектриса угла BAD.

Дано: $ABCD$ – паралелогр.
$BC = 2AB$
$BK = KC$



$BK = \frac{1}{2}BC = AB$ по усл.

$\triangle ABK$ – равноб.

$\angle BAK = \angle BKA$ по опр. рав. тр.

$\angle BKA = \angle KAD$ как внутр. накрест. леж.

$\Downarrow$

$\angle BAK = \angle KAD$

$\Downarrow$

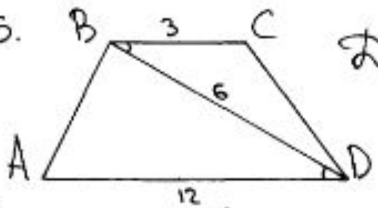
AK – биссектриса

Ч.Т.Д.

1 балл

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

25.



Дано: $ABCD$; $AB \nparallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC=3$; $AD=12$; $BD=6$.

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и BD-секущая).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$

$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$

$$k = 2 = 2$$

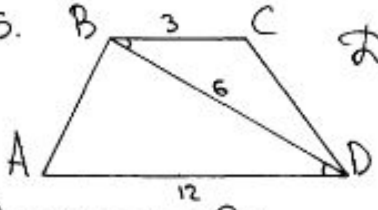
Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

ч.т.д.

? баллов

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

25.



Дано: $ABCD$; $AB \nparallel CD$, $BC \parallel AD$; $BC=3$; $AD=12$; $BD=6$.

Доказать: $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

Доказательство:

$\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по двум пропорциональным сторонам и углу между ними): $\angle ADB = \angle CBD$ (накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и BD - секущая).

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC} = k$$

$$\frac{12}{6} = \frac{6}{3} = k$$

$$k = 2 = 2$$

Значит, $\triangle CBD \sim \triangle BDA$.

ч.т.д.

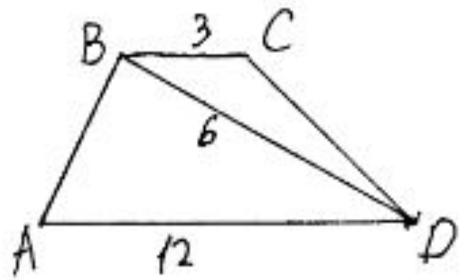
2 балла

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

№25

Дано:
$ABCD$ - трап.
$BC \parallel AD$
$BC = 3$
$AD = 12$
$BD = 6$

Т.д.:
$\triangle CBD \sim \triangle BDA$



1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. н/л при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ $\left(\frac{12}{6} = \frac{6}{3}\right)$

3) И п.1 и п.2 $\Rightarrow$ $\triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по равному углу и 2 соответственным сторонам)

ч.т.д.

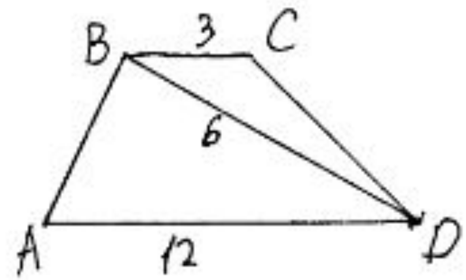
? баллов

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 3 и 12, $BD = 6$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

№25

Дано:
$ABCD$ - трап.
$BC \parallel AD$
$BC = 3$
$AD = 12$
$BD = 6$

Т.д.:
$\triangle CBD \sim \triangle BDA$



1) $\angle BDA = \angle CBD$ (т.к. н/л при $BC \parallel AD$ и секущей BD)

2) $\frac{AD}{BD} = \frac{BD}{BC}$ $\left(\frac{12}{6} = \frac{6}{3}\right)$

3) Из п.1 и п.2 $\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$ (по равному углу и 2 соответственным сторонам)

ч.т.д.

1 балл

Указания к тренингу.

Вы оцениваете математическую корректность решения математической задачи выпускника 9 класса.

Успехов!