

**Арккосинус.**

**Решение уравнения**

$$\cos t = a.$$

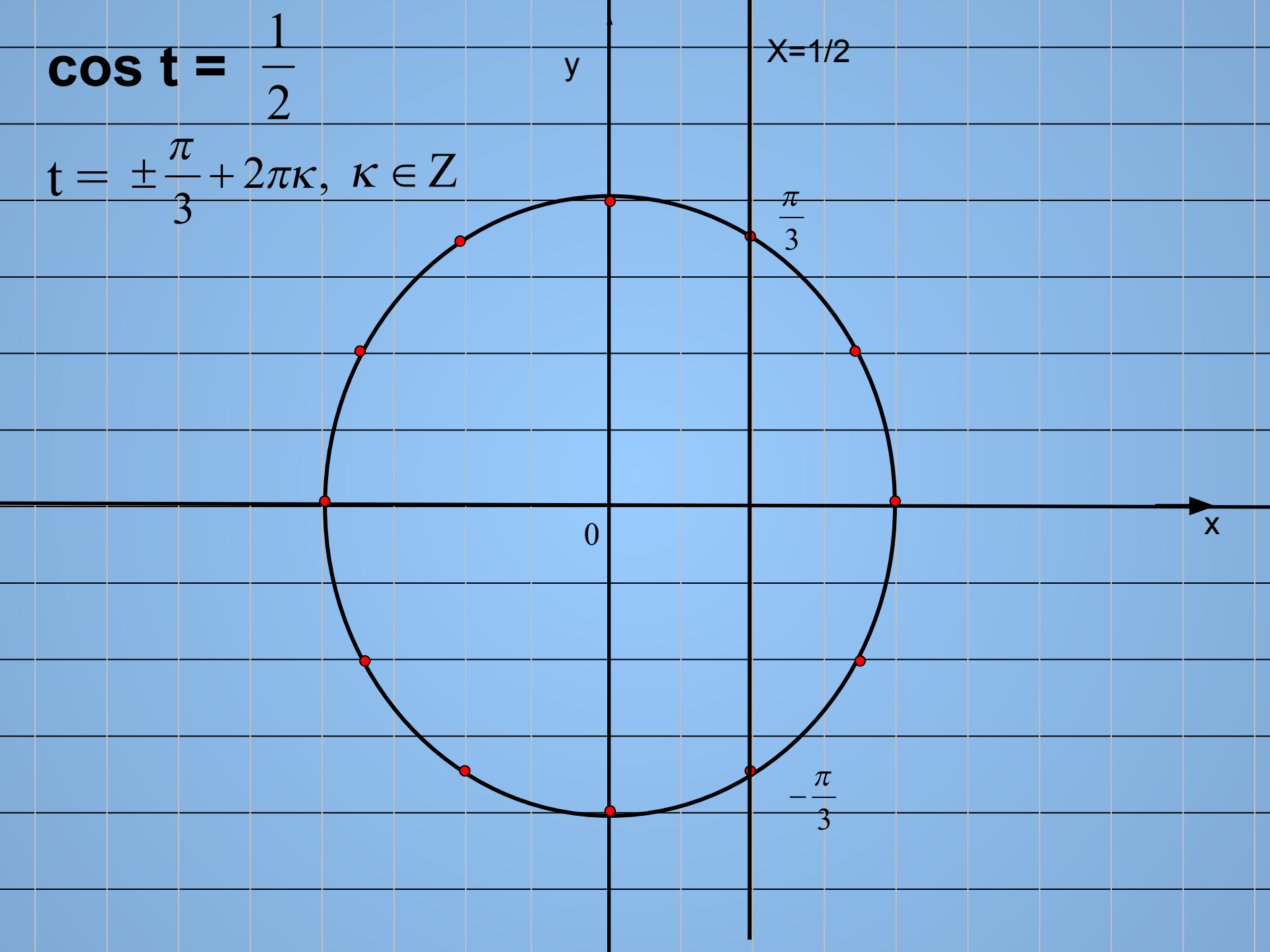
**Решить уравнения:**

$$1) \cos t = \frac{1}{2};$$

$$2) \cos t = 1.$$

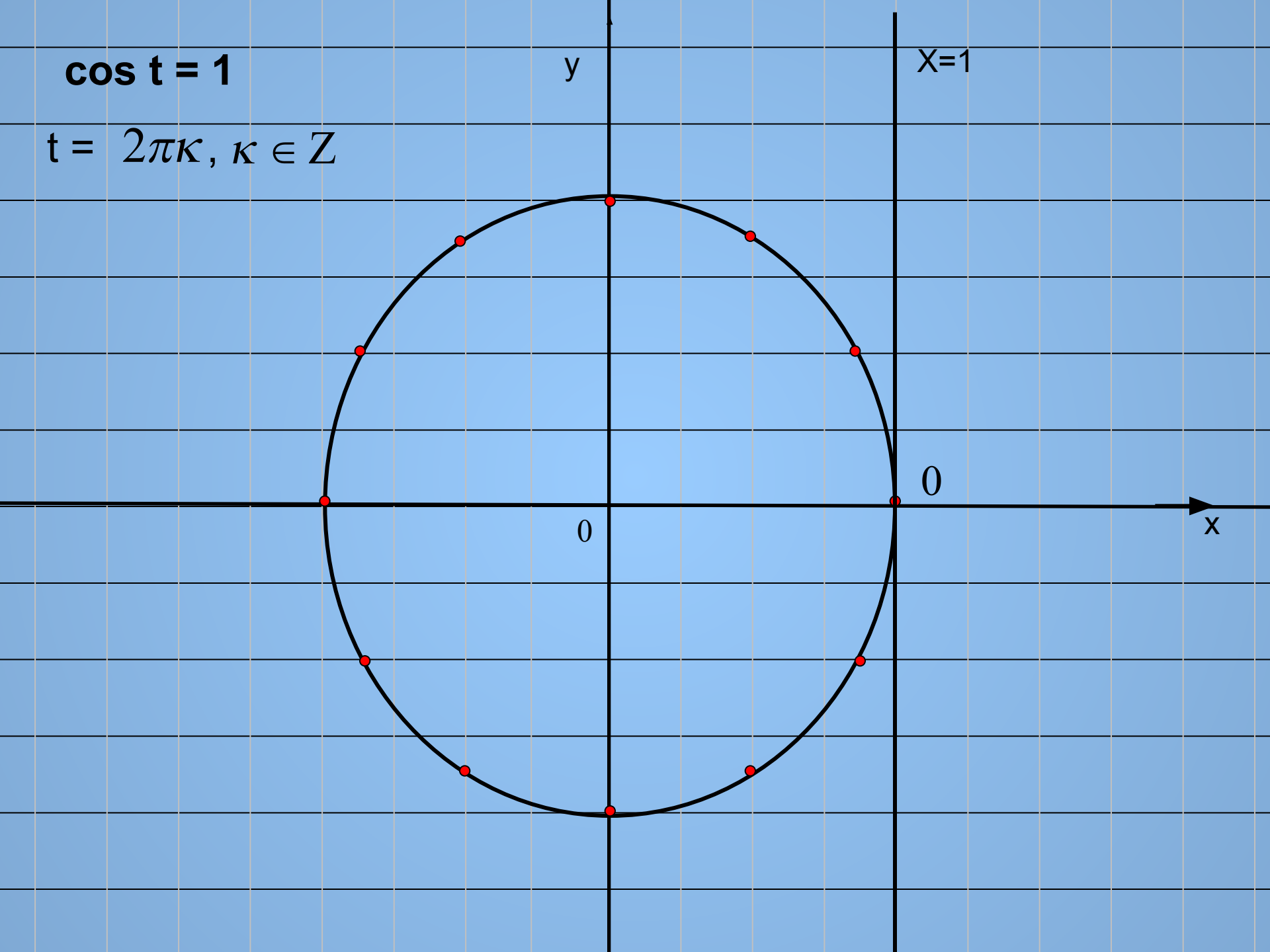
$$\cos t = \frac{1}{2}$$

$$t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\cos t = 1$$

$$t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

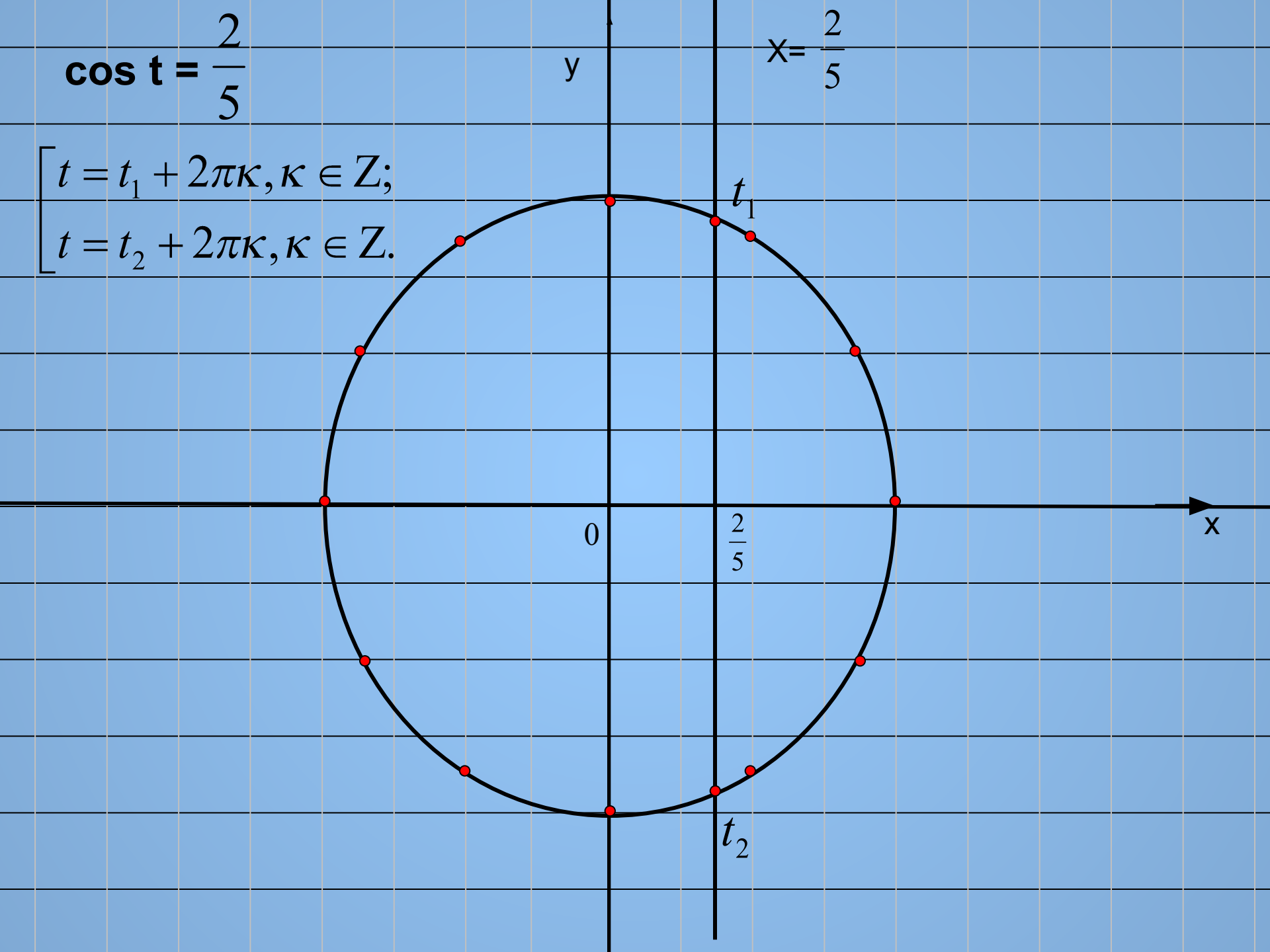


**Решить уравнение:**

$$\cos t = \frac{2}{5}.$$

$$\cos t = \frac{2}{5}$$

$$\begin{cases} t = t_1 + 2\pi\kappa, \kappa \in \mathbb{Z}; \\ t = t_2 + 2\pi\kappa, \kappa \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



$$x = \frac{2}{5}$$

y

$t_1$

$\frac{2}{5}$

x

0

$t_2$

# arccos a

Читается: **арккосинус a**

«arcus» в переводе с латинского значит «дуга»

(сравните со словом «арка»)

С помощью этого символа числа  $t_1$  и  $t_2$

записываются следующим образом:

$$t_1 = \arccos \frac{2}{5}$$

$$t_2 = - \arccos \frac{2}{5} .$$

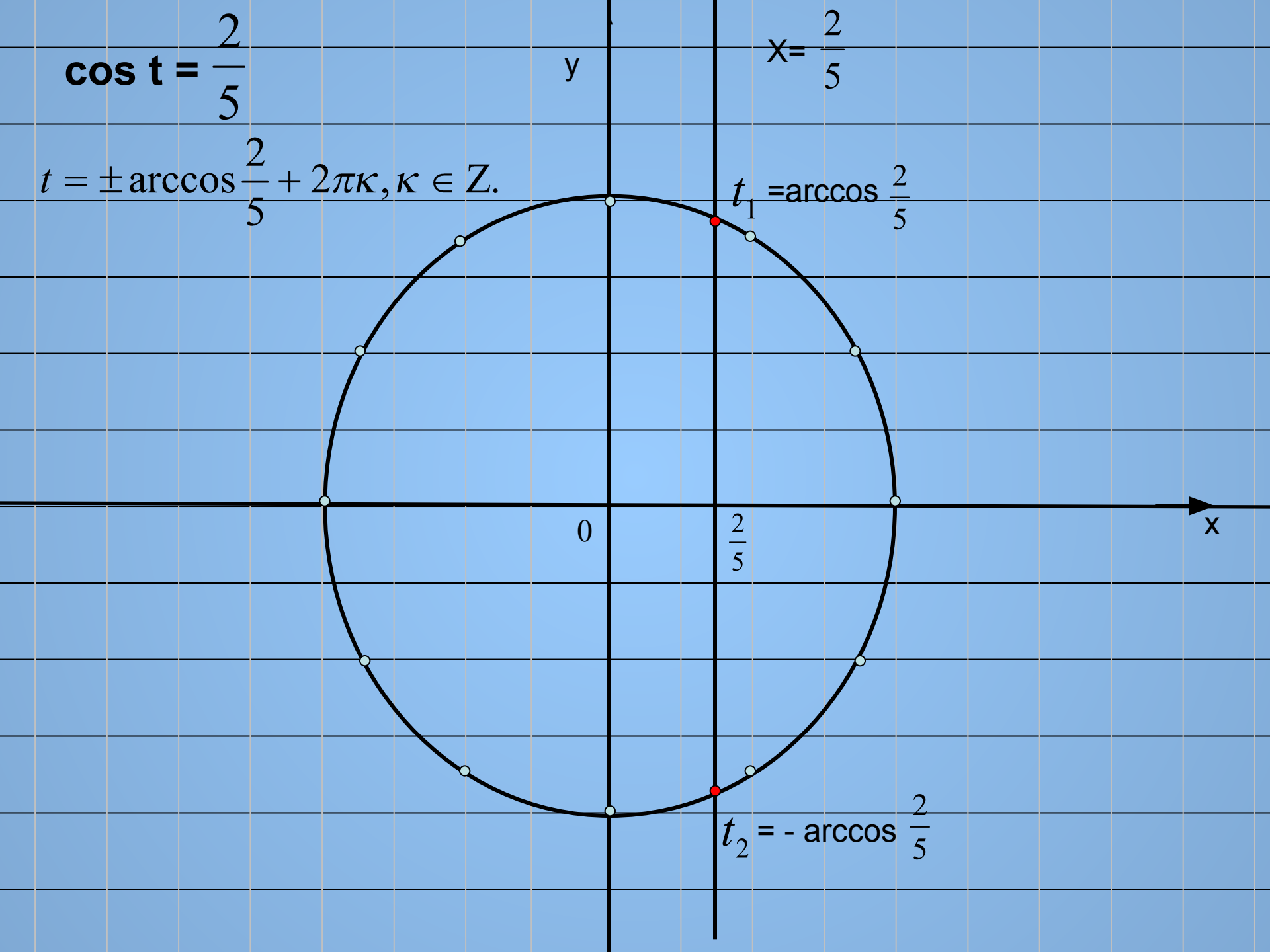
$$\cos t = \frac{2}{5}$$

$$t = \pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$t_1 = \arccos \frac{2}{5}$$

$$t_2 = -\arccos \frac{2}{5}$$





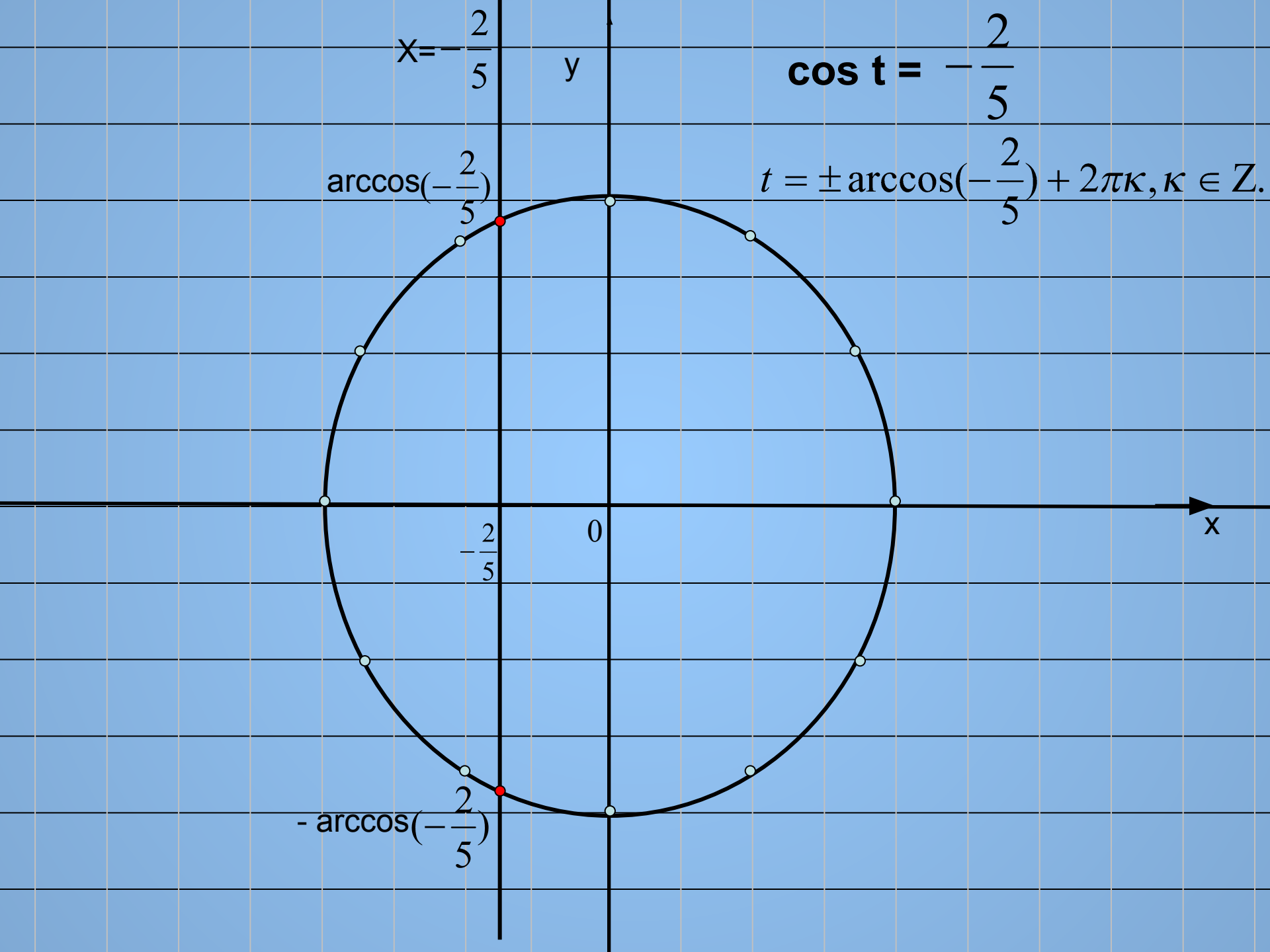
**Что же такое  $\arccos \frac{2}{5}$  ?**

Это число (длина дуги), косинус которого равен  $\frac{2}{5}$  и

которое принадлежит  
первой четверти числовой окружности.

**Решить уравнение:**

$$\cos t = -\frac{2}{5}.$$



**Что же такое  $\arccos(-\frac{2}{5})$  ?**

Это число (длина дуги), косинус которого равен  $-\frac{2}{5}$  и

которое принадлежит  
второй четверти числовой окружности.

# Определение.

Если  $|a| \leq 1$ , то

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

## Пример 1

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \\ 0 \leq \frac{\pi}{3} \leq \pi. \end{cases}$$

**t = ?**

## Пример 2

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0 \leq \frac{3\pi}{4} \leq \pi. \end{cases}$$

**t = ?**

## Пример 3

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} = 0, \\ 0 \leq \frac{\pi}{2} \leq \pi. \end{cases}$$

**t = ?**



## Пример 4

$$\arccos 1 = 0$$

$$\arccos 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 0 = 1, \\ 0 \leq 0 \leq \pi. \end{cases}$$

**t = ?**

# Решение уравнения $\cos t = a$ .

Если  $|a| \leq 1$ , то уравнение  $\cos t = a$   
имеет решения:

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

## Частные случаи:

1) Если  $\cos t = 0$ , то  $t = \frac{\pi}{2} + \pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

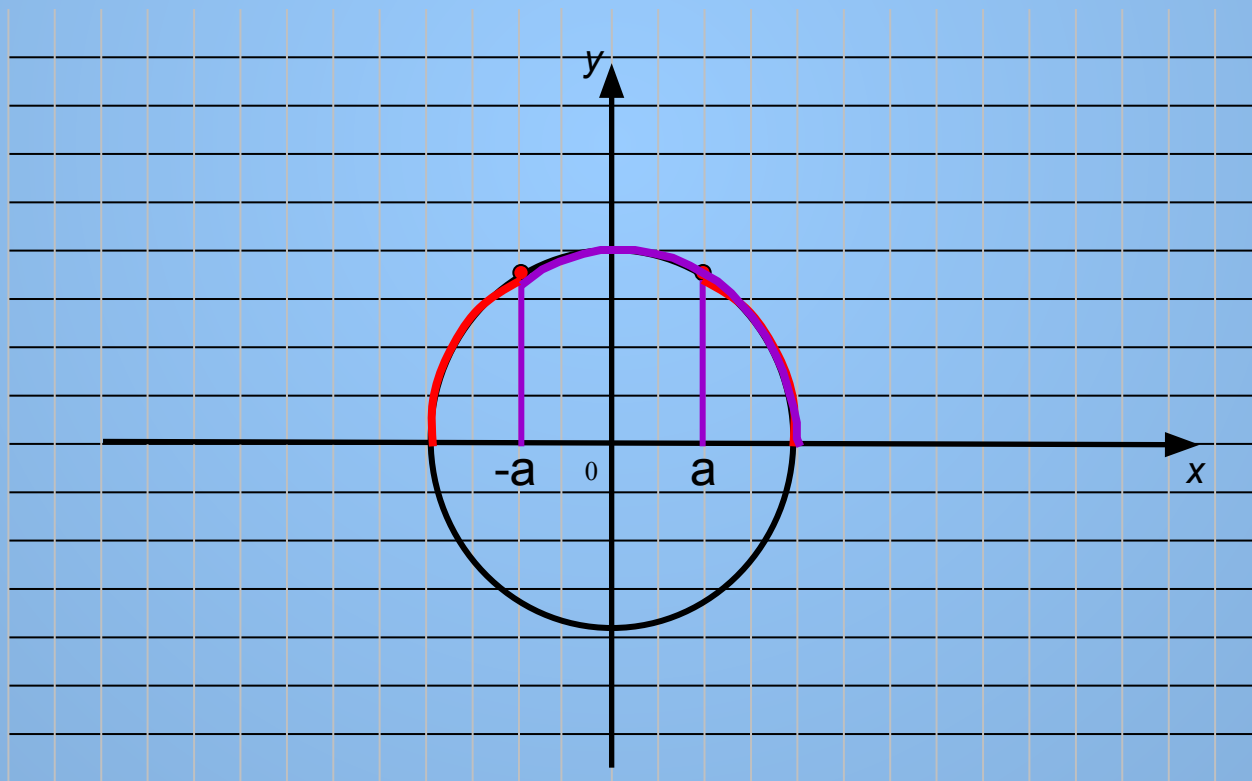
2) Если  $\cos t = 1$ , то  $t = 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

3) Если  $\cos t = -1$ , то  $t = \pi + 2\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

# Теорема.

Для любого  $a \in [-1; 1]$  выполняется равенство

$$\arccos a + \arccos (-a) = \pi$$



**На практике используется:**

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } 0 \leq a \leq 1$$

Пример.

$$\begin{aligned} \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

# Решение уравнений

Пример 1.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Вычислим  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ 0 \leq \frac{\pi}{6} \leq \pi. \end{cases}$$

# Решение уравнений

Пример 1.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \right\}, k \in \mathbb{Z}$



## Решение уравнений

Пример 2.

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Вычислим  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$\begin{aligned}\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) &= \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.\end{aligned}$$

## Решение уравнений

Пример 2.

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $\left\{\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right\}, k \in \mathbb{Z}$

# Решение уравнений

Пример 3.

$$\cos t = \frac{2}{7}$$

$$t = \pm \arccos \frac{2}{7} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \pm \arccos \frac{2}{7} + 2\pi k \right\}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

# Решение уравнений

Пример 4.

$$\cos t = -1,2 \quad -1,2 < -1$$

Ответ: уравнение решения не имеет.

Спасибо за урок!