

Арккосинус.

Решение уравнения

$$\cos t = a.$$

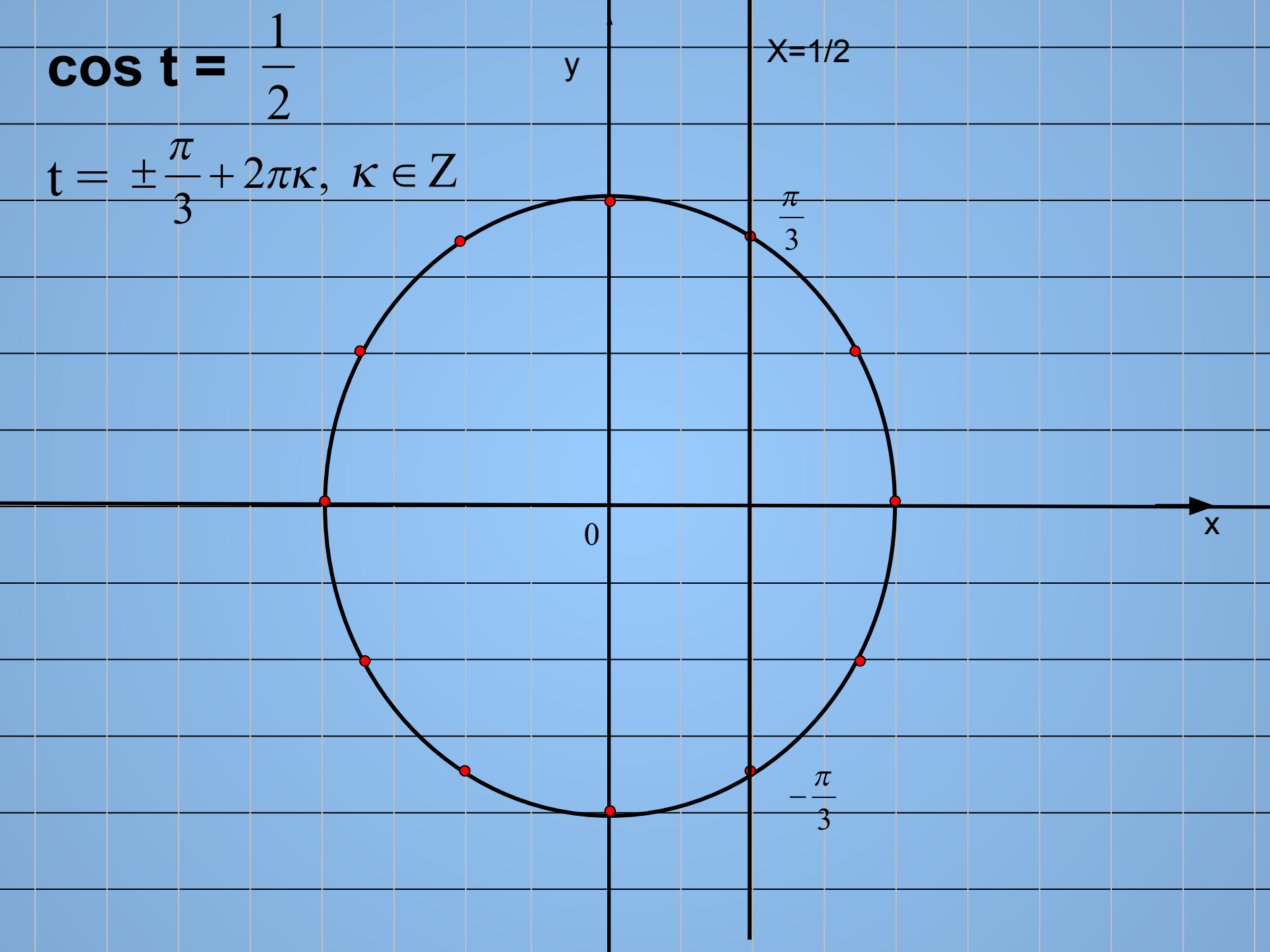
Решить уравнения:

$$1) \cos t = \frac{1}{2};$$

$$2) \cos t = 1.$$

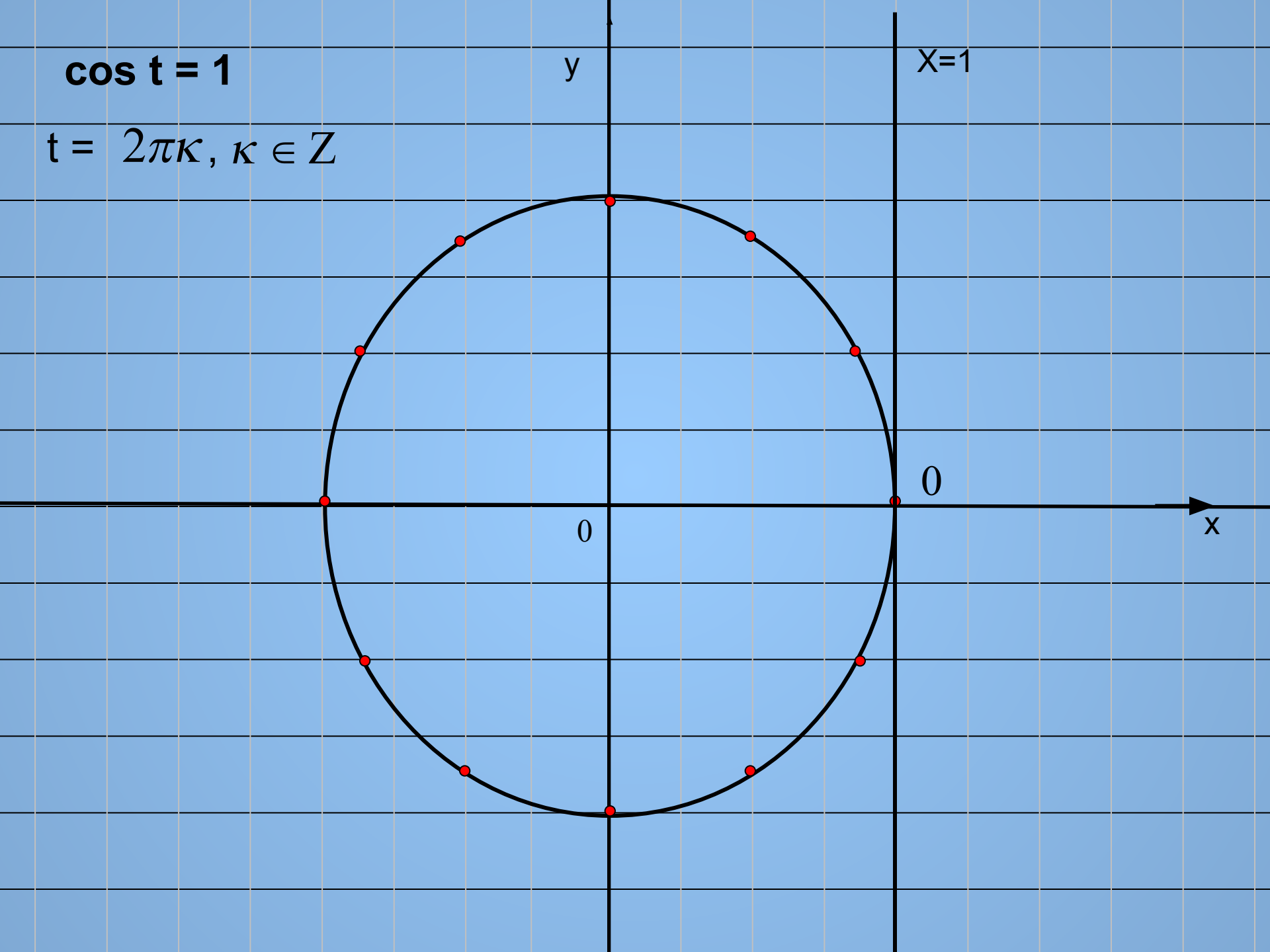
$$\cos t = \frac{1}{2}$$

$$t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$\cos t = 1$$

$$t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

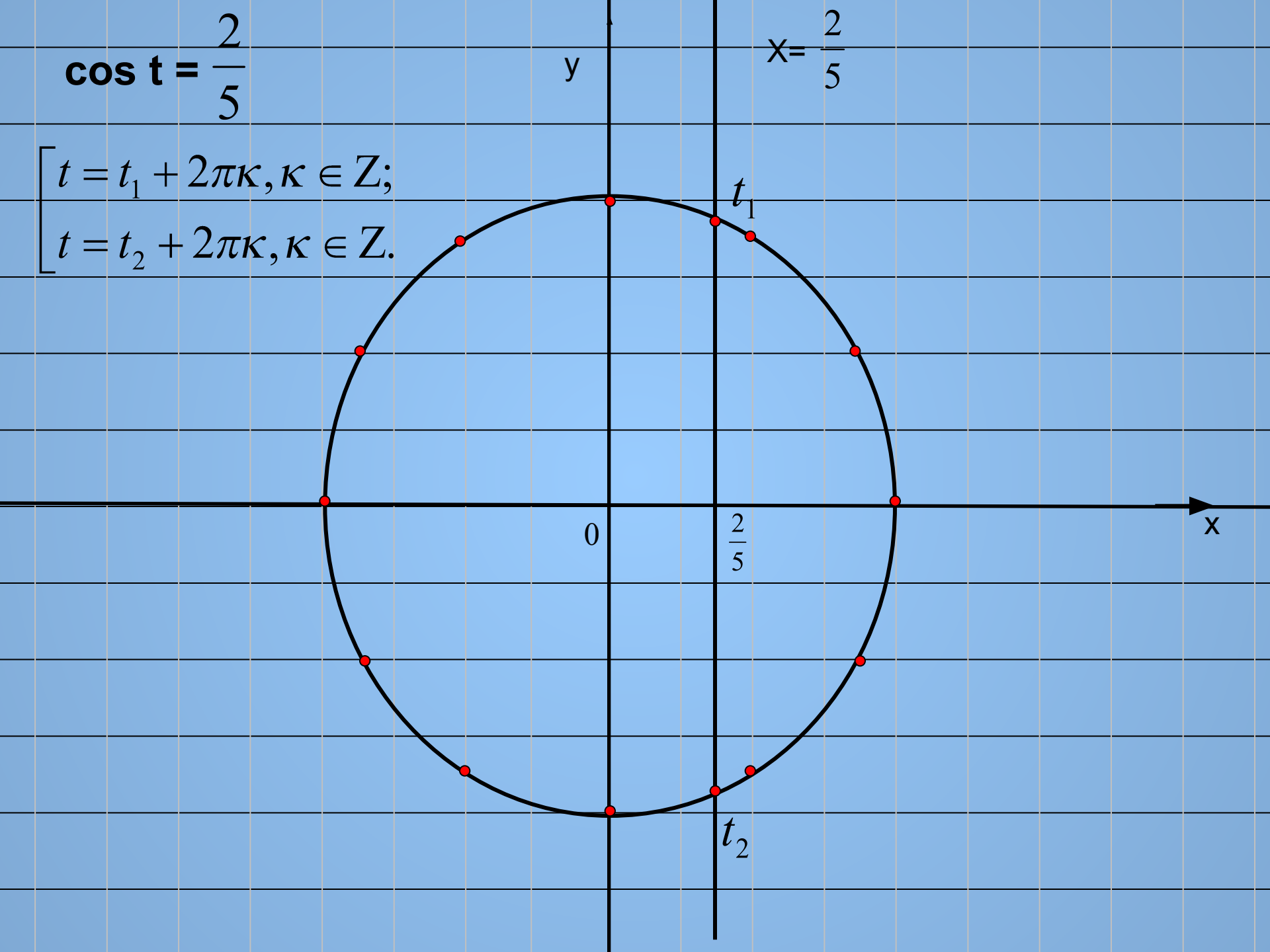


Решить уравнение:

$$\cos t = \frac{2}{5}.$$

$$\cos t = \frac{2}{5}$$

$$\begin{cases} t = t_1 + 2\pi\kappa, \kappa \in \mathbb{Z}; \\ t = t_2 + 2\pi\kappa, \kappa \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



arccos a

Читается: **арккосинус a**

«arcus» в переводе с латинского значит «дуга»

(сравните со словом «арка»)

С помощью этого символа числа t_1 и t_2

записываются следующим образом:

$$t_1 = \arccos \frac{2}{5}$$

$$t_2 = - \arccos \frac{2}{5} .$$

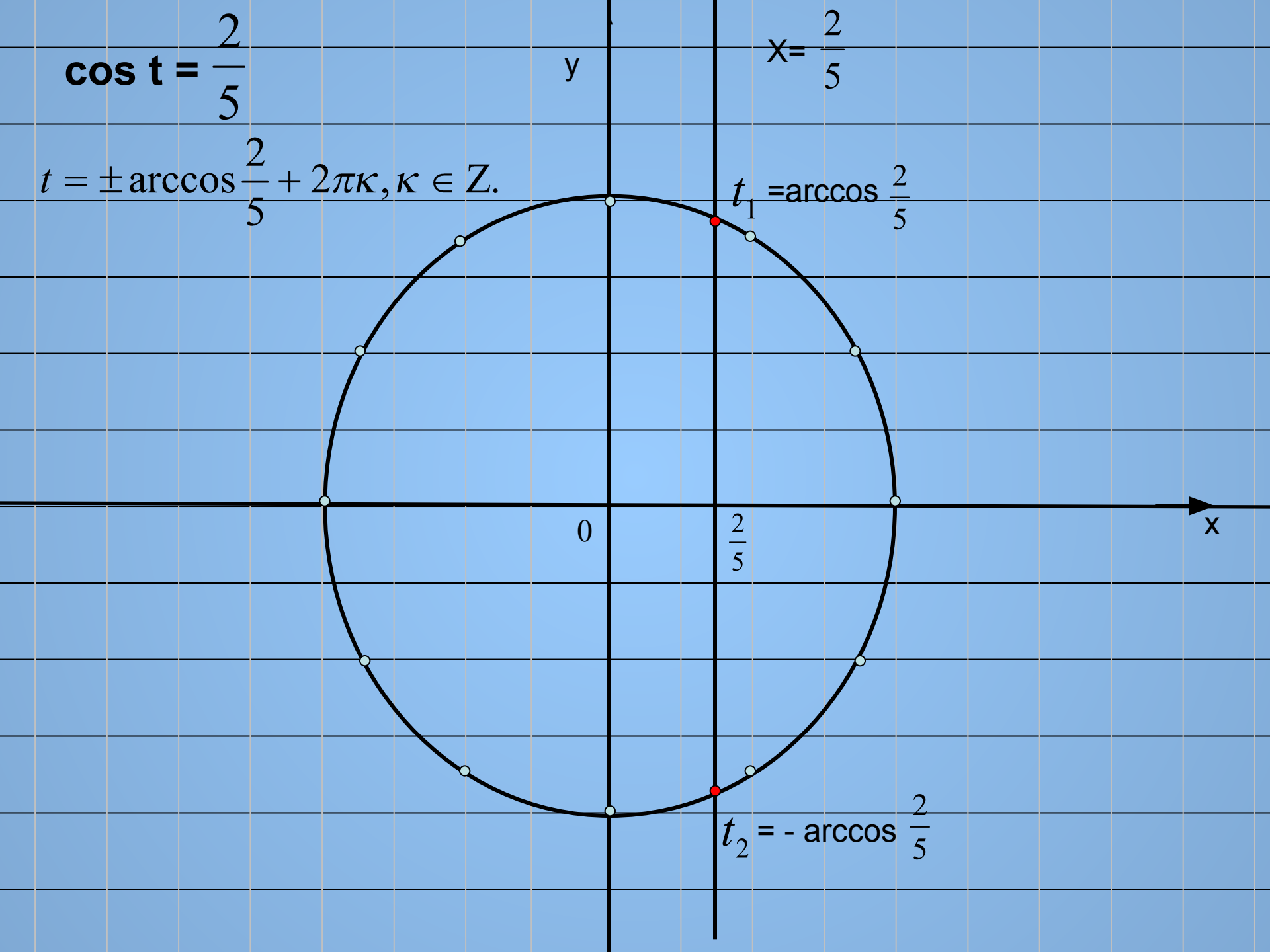
$$\cos t = \frac{2}{5}$$

$$t = \pm \arccos \frac{2}{5} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$t_1 = \arccos \frac{2}{5}$$

$$t_2 = -\arccos \frac{2}{5}$$



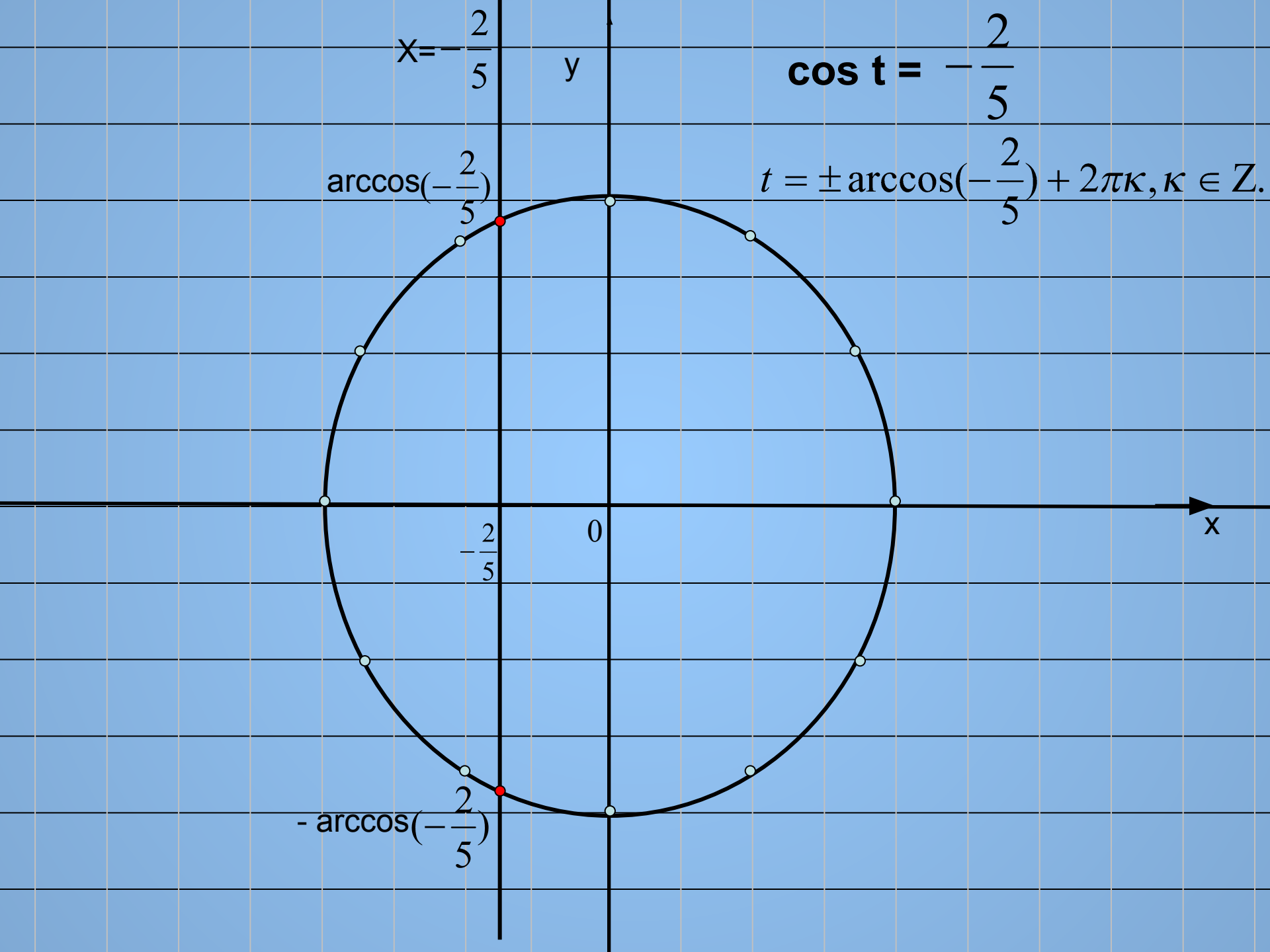
Что же такое $\arccos \frac{2}{5}$?

Это число (длина дуги), косинус которого равен $\frac{2}{5}$ и

которое принадлежит
первой четверти числовой окружности.

Решить уравнение:

$$\cos t = -\frac{2}{5}.$$



$$x = -\frac{2}{5}$$

$$\cos t = -\frac{2}{5}$$

$$\arccos\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{2}{5}\right) + 2\pi\kappa, \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{2}{5}$$

0

$$-\arccos\left(-\frac{2}{5}\right)$$

x

y

Что же такое $\arccos(-\frac{2}{5})$?

Это число (длина дуги), косинус которого равен $-\frac{2}{5}$ и

которое принадлежит
второй четверти числовой окружности.

Определение.

Если $|a| \leq 1$, то

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

Пример 1

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \\ 0 \leq \frac{\pi}{3} \leq \pi. \end{cases}$$

t = ?

Пример 2

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0 \leq \frac{3\pi}{4} \leq \pi. \end{cases}$$

t = ?

Пример 3

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} = 0, \\ 0 \leq \frac{\pi}{2} \leq \pi. \end{cases}$$

t = ?

Пример 4

$$\arccos 1 = 0$$

$$\arccos 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 0 = 1, \\ 0 \leq 0 \leq \pi. \end{cases}$$

t = ?

Решение уравнения $\cos t = a$.

Если $|a| \leq 1$, то уравнение $\cos t = a$
имеет решения:

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

1) Если $\cos t = 0$, то $t = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

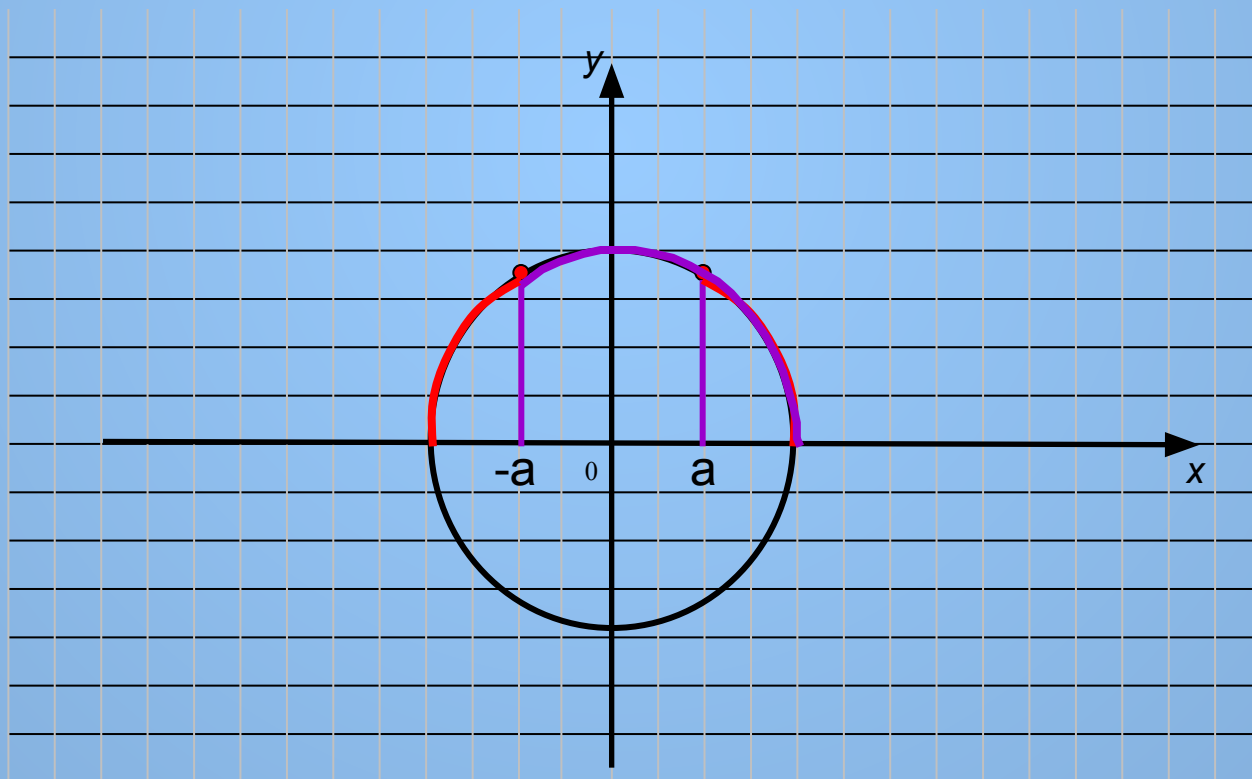
2) Если $\cos t = 1$, то $t = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

3) Если $\cos t = -1$, то $t = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

Теорема.

Для любого $a \in [-1; 1]$ выполняется равенство

$$\arccos a + \arccos (-a) = \pi$$



На практике используется:

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } 0 \leq a \leq 1$$

Пример.

$$\begin{aligned} \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) &= \pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

Решение уравнений

Пример 1.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Вычислим $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ 0 \leq \frac{\pi}{6} \leq \pi. \end{cases}$$

Решение уравнений

Пример 1.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \right\}, k \in \mathbb{Z}$

Решение уравнений

Пример 2.

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Вычислим $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$$\begin{aligned}\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) &= \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.\end{aligned}$$

Решение уравнений

Пример 2.

$$\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\left\{\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right\}, k \in \mathbb{Z}$

Решение уравнений

Пример 3.

$$\cos t = \frac{2}{7}$$

$$t = \pm \arccos \frac{2}{7} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \pm \arccos \frac{2}{7} + 2\pi k \right\}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Решение уравнений

Пример 4.

$$\cos t = -1,2 \quad -1,2 < -1$$

Ответ: уравнение решения не имеет.

Спасибо за урок!