Исследование функции с помощью производной

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

Вариант №6

Презентацию подготовили: Гладышева Анастасия и Кучинов Даниил

ученики 11 класса «Б»

1. Область определения функции:

$$D(y) = (-\infty;-1);(-1;+\infty).$$

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

2. Множество значений функции:

$E(y) = (-\infty;0,25]$.

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

3. Исследование на четность:

$$y\,(\,x\,) = \frac{x}{(1+x)^2};$$

$$y\,(\,-x\,) = \frac{-x}{(1-x)^2} = -\,\frac{x}{(1-x)^2} \neq y\,(x) \neq y\,(-x).$$

Т. к. не выполняются равенства

$$y(-x) = -y(x),$$
$$y(-x) = y(x),$$

то это функция общего вида, а значит график функции не симметричен ни оси ординат, ни началу координат.

$$y\,(\,x\,) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

4. Исследование на периодичность:

Функция не является периодической.

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

5. Нули функции:

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2};$$

$$y(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{(1+x)^2} = 0;$$

$$x = 0.$$

Уравнение имеет корень $x = 0$, следовательно, график функции пересекает ось ОХ в точке (0;0).

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

6. Пересечение с осью OY:

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2};$$

$$y(0) = \frac{0}{(1+0)^2} = 0.$$

$x = 0$ при $y = 0$, следовательно, точка пересечения с осью OY – (0;0).

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

7. Первая производная функции:

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}.$$

$$y'(x) = \left(\frac{x}{(1+x)^2}\right)' = \frac{(x)'(1+x)^2 - x\,((1+x)^2)'}{(1+x)^4} = \frac{(1+x)^2 - 2x\,(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{(1+x)(1+x-2x)}{(1+x)^4} =$$

$$= \frac{(1+x)(1-x)}{(1+x)^4} = \frac{1-x}{(1+x)^3}.$$

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

8. Критические точки функции (первая производная):

$y'(x) = \frac{1-x}{(1+x)^3};$

$D(y) = (-\infty;-1);(-1;+\infty)$

=> $x = -1$ – критическая точка особого вида.

$y'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{(1+x)^3} = 0;$

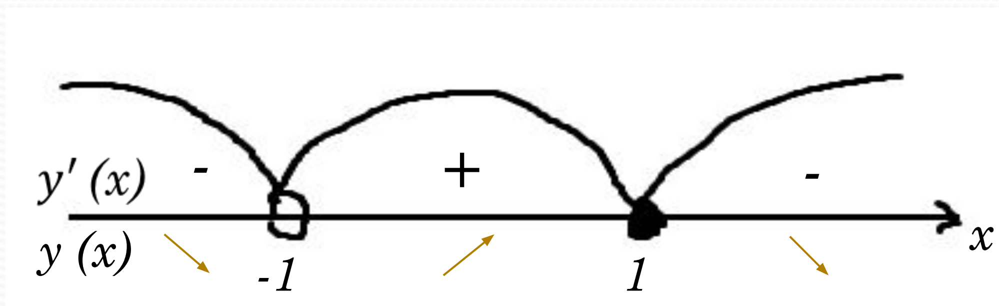
$1-x=0;$

$x=1$. Стационарная точка.

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

9. Промежутки монотонности функции:

$y'(x) = \frac{1-x}{(1+x)^3}$;



$y'(0) > 0$;
$y'(2) < 0$;
$y'(-2) < 0$.

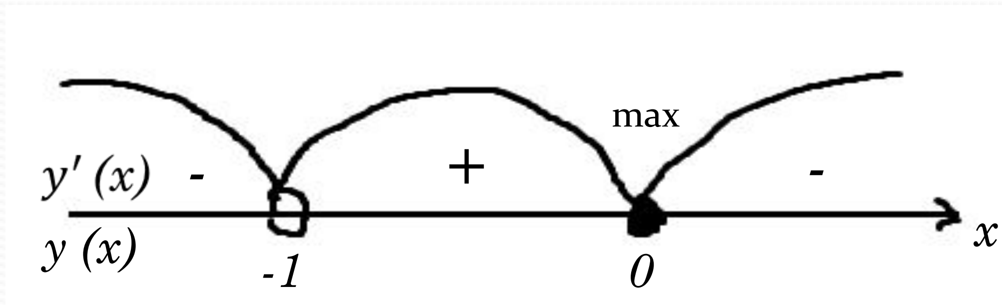
Значит, промежутки монотонности:

↑ (-1; 1];
↓ (-∞; -1);[1; +∞).

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

10. Точки экстремумов и экстремумы функции:

$y'(x) = \frac{1-x}{(1+x)^3};$



$x_{max}=1.$

$y_{max}=0,25.$

max (1; 0,25).

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

11. Вторая производная функции:

$$y'(x) = \frac{1-x}{(1+x)^3};$$

$$y''(x) = \left(\frac{1-x}{(1+x)^3}\right)' = \frac{(1-x)'(1+x)^3-(1-x)((1+3)^3)'}{(1+x)^6} = \frac{-(1+x)^3-3(1-x)(1+x)^2}{(1+x)^6} =$$

$$= \frac{(1+x)^2(-1-x-3+3x)}{(1+x)^6} = \frac{2x-4}{(1+x)^4};$$

$$y''(x) = \frac{2x-4}{(1+x)^4}.$$

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

12. Критические точки функции (вторая производная):

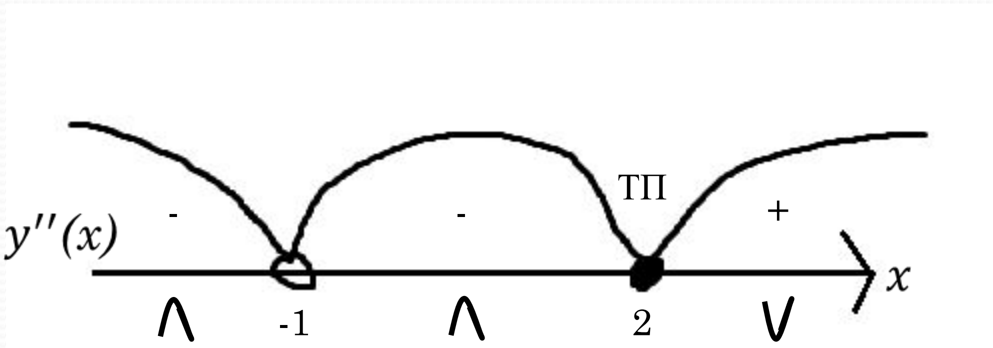
$$y''(x) = \frac{2x-4}{(1+x)^4};$$

$$y''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-4}{(1+x)^4} = 0.$$

2x-4=0;
2x=4;
x=2. Стационарная точка 2-й производной.

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

13. Точки перегиба:



$y''(-2) < 0;$
$y''(1) < 0;$
$y''(3) > 0.$

$x_{\text{ТП}} = 2.$

$y_{\text{ТП}} = \dfrac{2}{(1+2)^2} = \dfrac{2}{9}.$

$y(x) = \dfrac{x}{(1+x)^2}$

14. Асимптоты функции (вертикальная, горизонтальная, наклонная):

1) Вертикальная: $x = a$, $D(y) = (-\infty;-1);(-1;+\infty)$,
$x = -1$.

2) Горизонтальная: $y = b$,
$$y = b = \lim_{x\to\infty} \frac{x}{(1+x)^2} = 0;$$

$$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$$

3) Наклонная:

Наклонной асимптоты нет (см. слайд 15)

$y(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$

15. Эскиз графика функции: