

# Прямоугольная система координат в пространстве.

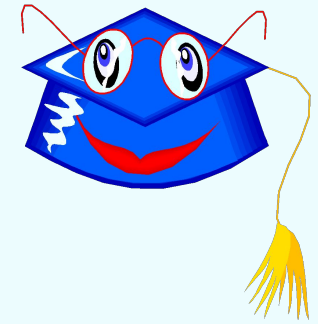


## Цели урока:

- *Ввести понятие системы координат в пространстве.*
- *Выработать умение строить точку по заданным координатам и находить координаты точки, изображенной в заданной системе координат.*



# Вопросы:



1. Сколькими координатами может быть задана точка на прямой?

$M(-3),$   
 $K(8)$

2. Сколькими координатами может быть задана точка в координатной плоскости?

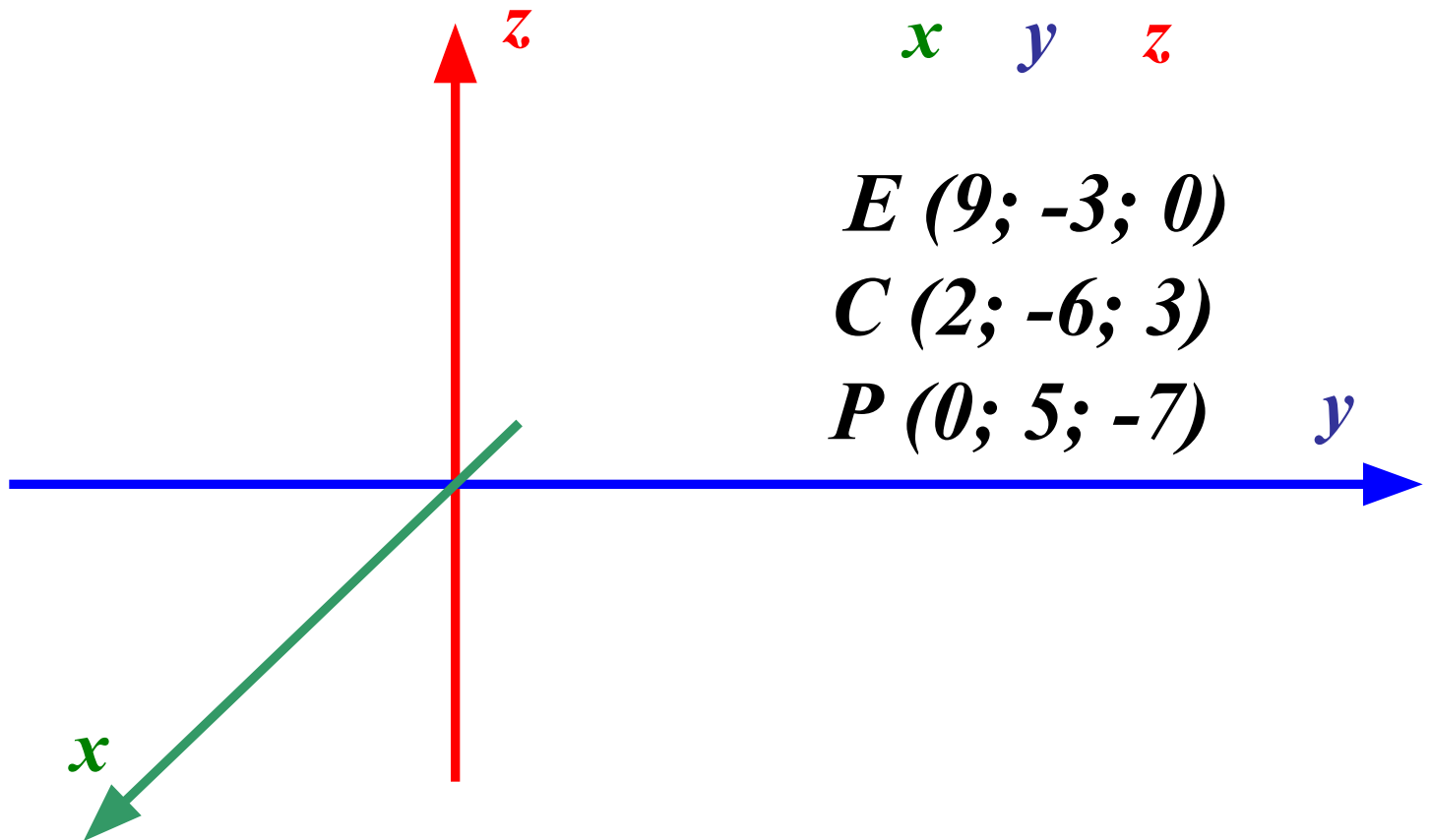
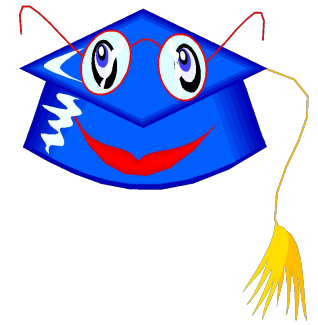
$A(2;-4)$

*Вопрос урока*

3. Сколькими координатами может быть задана точка в пространстве?

$F(5;-2;1)$   
)

# Задание прямоугольной системы координат в пространстве:



$$K (2; 0; -4)$$

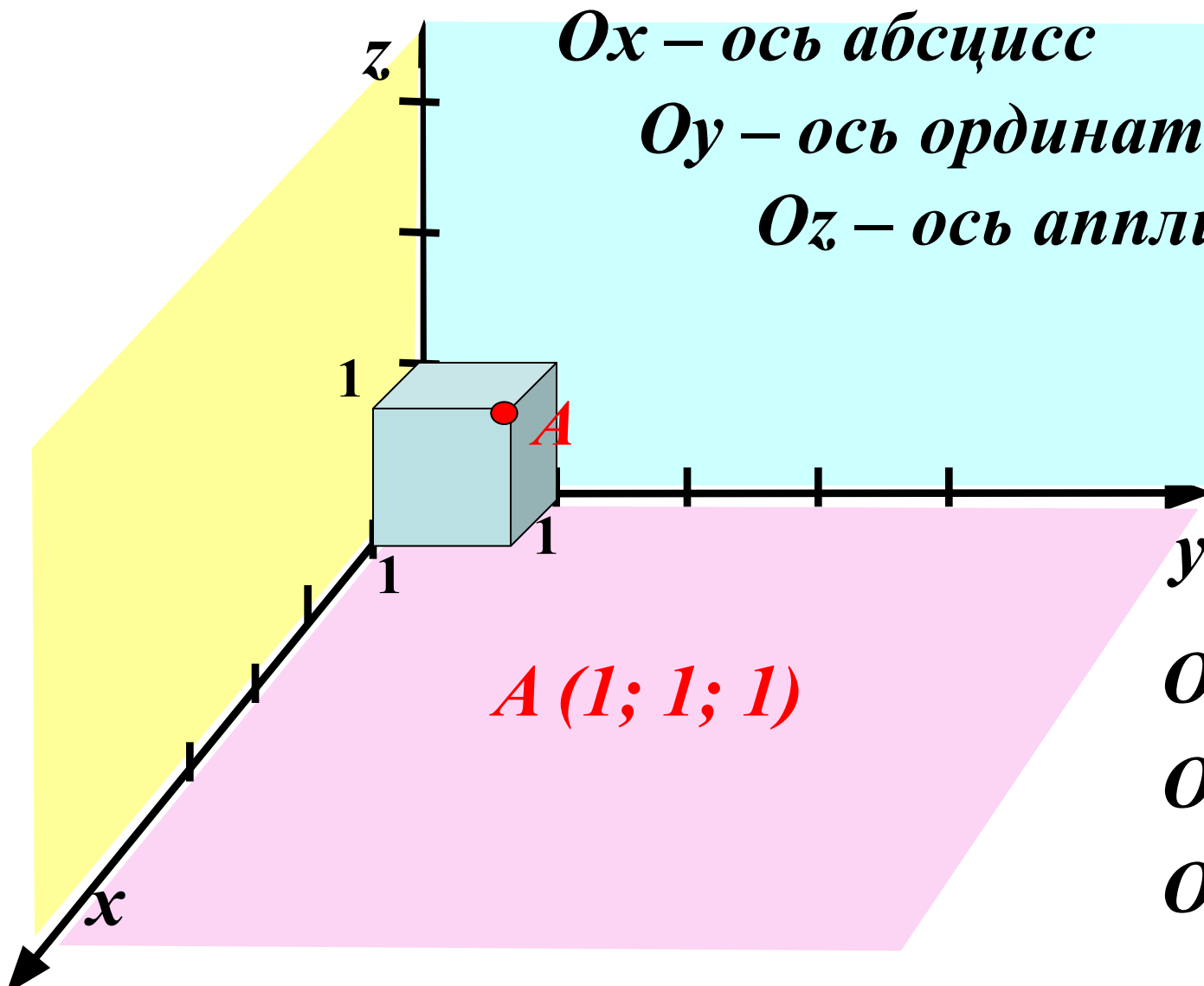
*x*   *y*   *z*

$$E (9; -3; 0)$$

$$C (2; -6; 3)$$

$$P (0; 5; -7)$$

# Задание прямоугольной системы координат в пространстве:

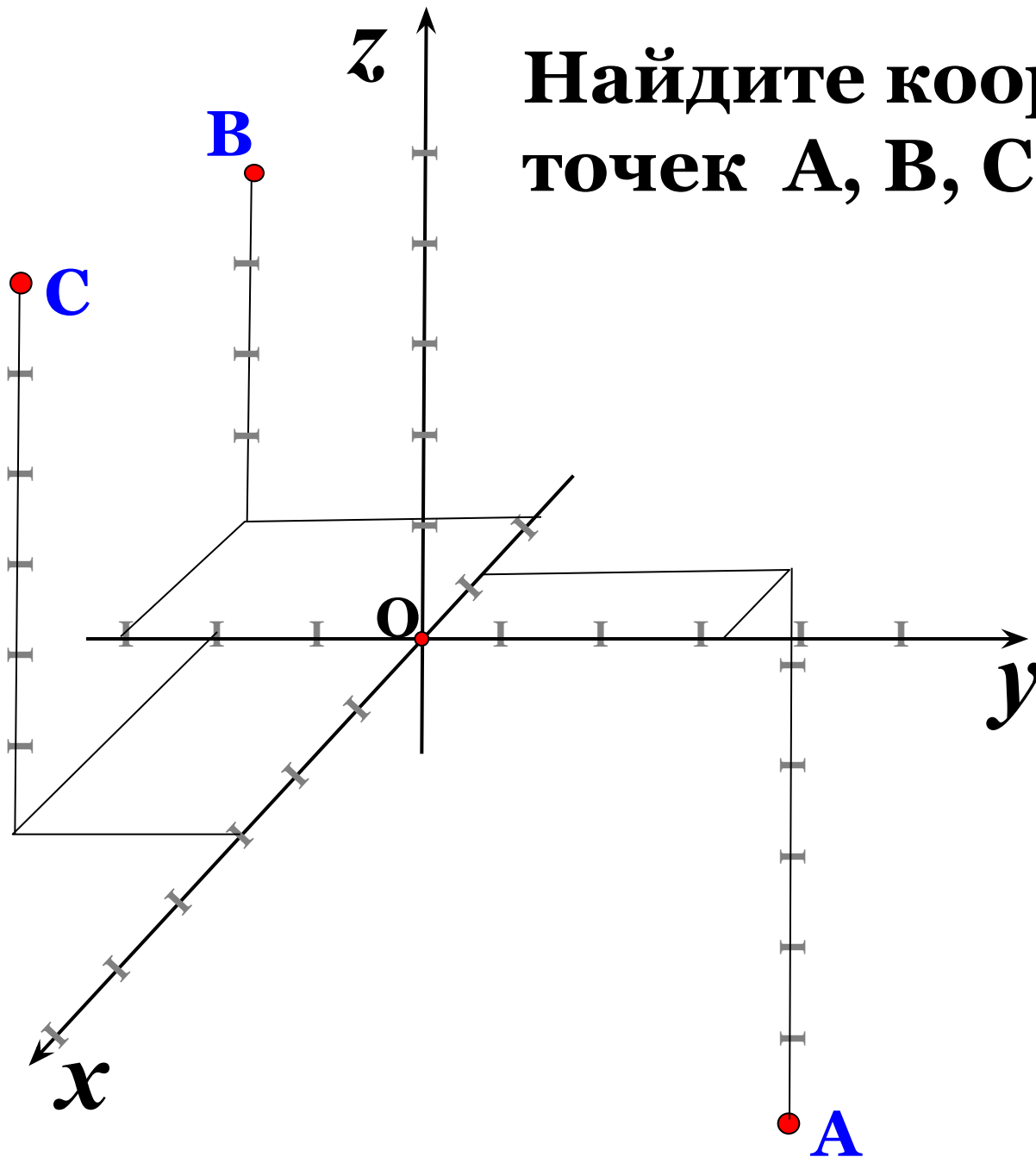


$$Oy \perp Oz$$

$$Oz \perp Ox$$

$$Oy \perp Ox$$

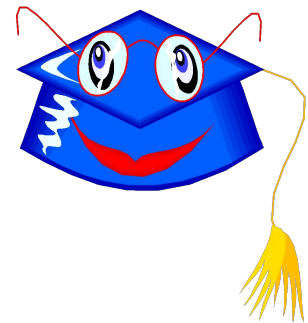
**Найдите координаты  
точек А, В, С**



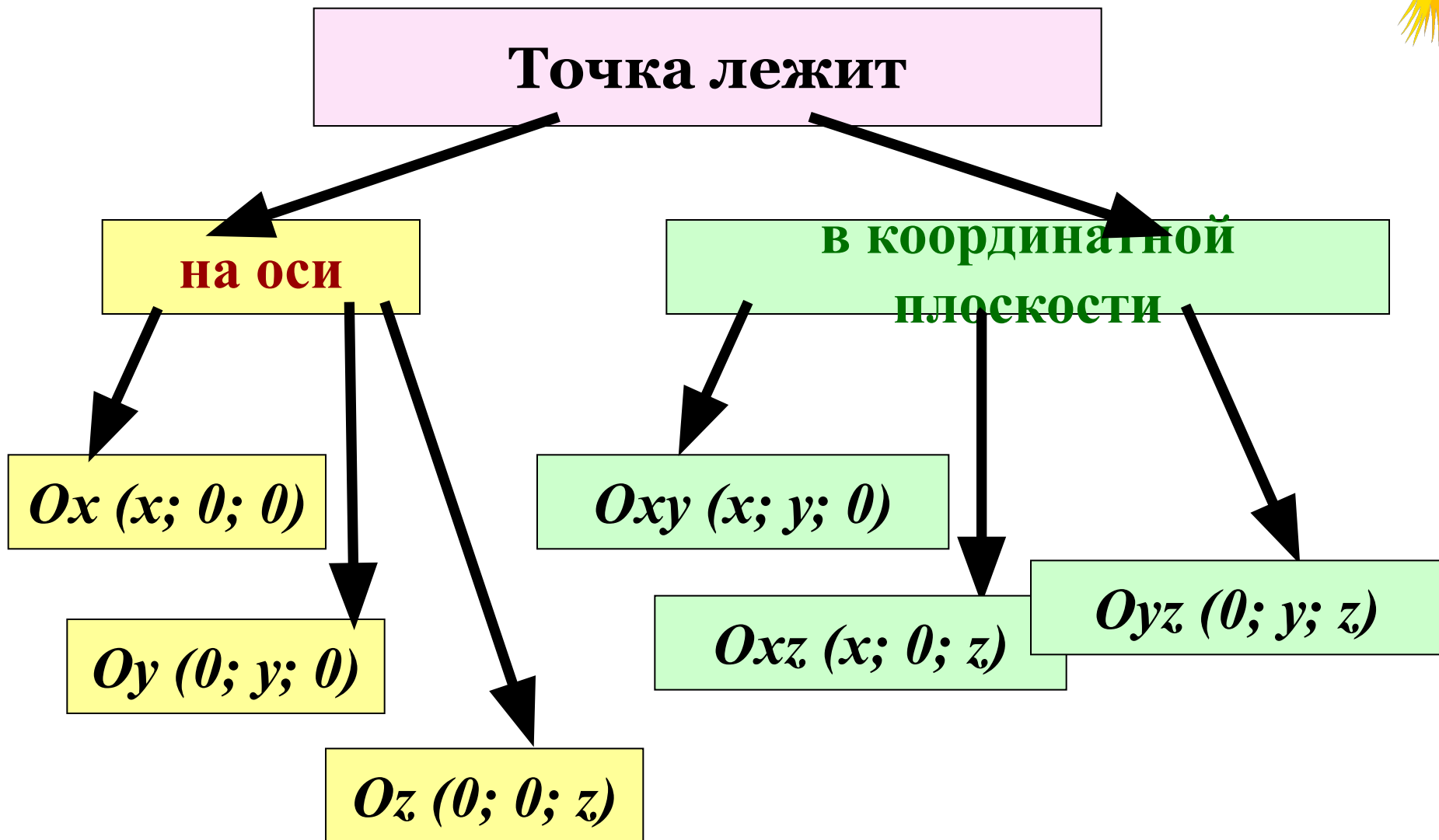
**$A(-1; 3; -6)$**

**$B(-2; -3; 4)$**

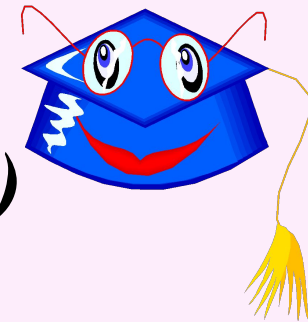
**$C(3; -2; 6)$**



# Нахождение координат точек.



# Решение задач.



№ 401 (a) Рассмотрим точку  $A(2; -3; 5)$

1)  $A_1: Oxy$

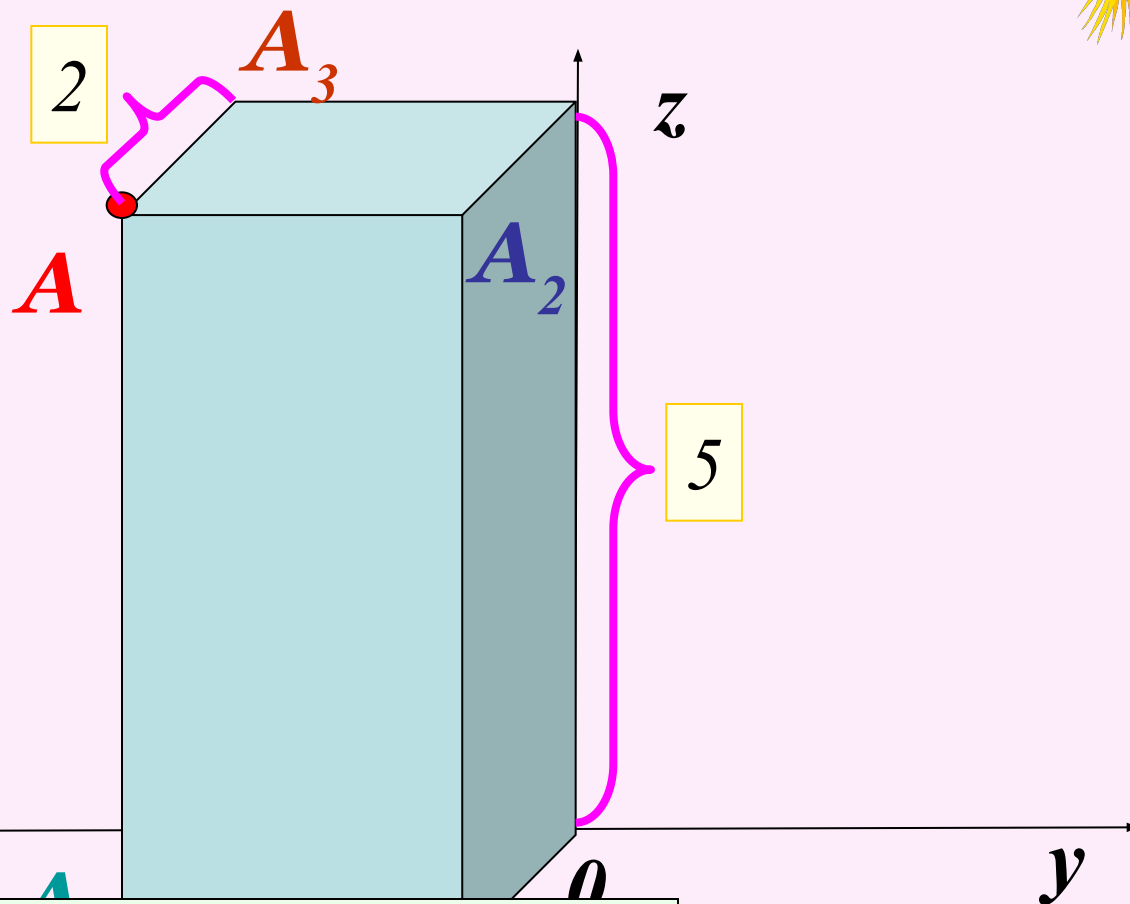
$$A_1(2; -3; 0)$$

2)  $A_2: Oxz$

$$A_2(2; 0; 5)$$

3)  $A_3: Oyz$

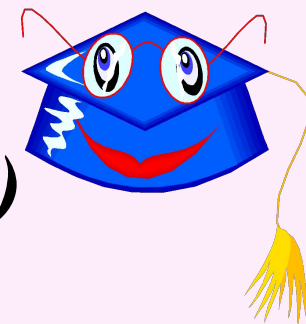
$$A_3(0; -3; 5)$$



Для точки  $F(-0,5; 2; -7)$  устно.



# Решение задач.



№ 401 (б) Рассмотрим точку  $A(2; -3; 5)$

1)  $A_4: Ox$

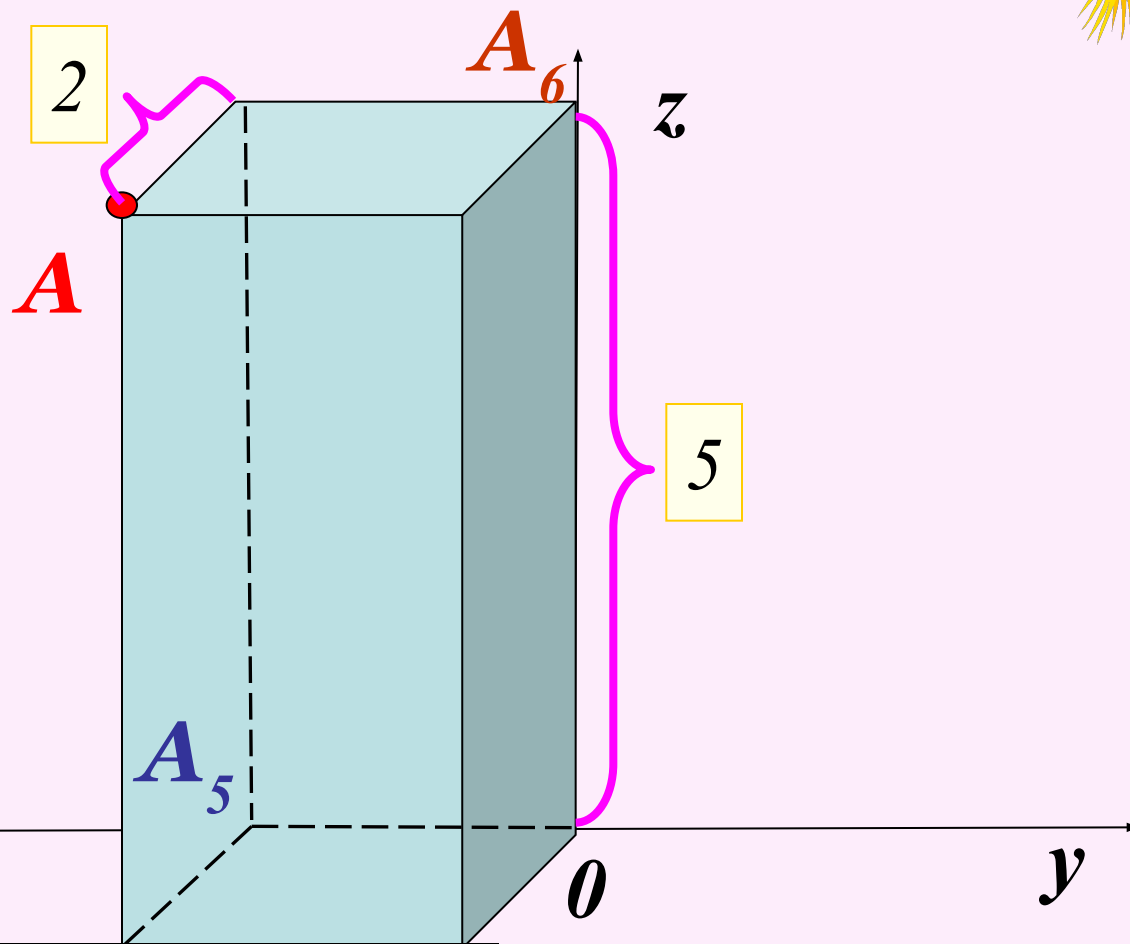
$$A_4(2; 0; 0)$$

2)  $A_5: Oy$

$$A_5(0; -3; 0)$$

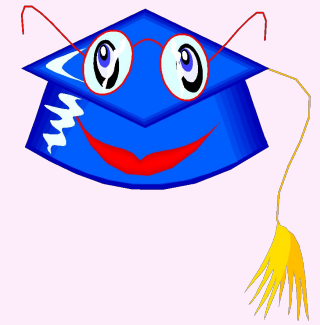
3)  $A_6: Oz$

$$A_6(0; 0; 5)$$



Для точки  $F(-0,5; 2; -7)$  устно.

# Решение задач.



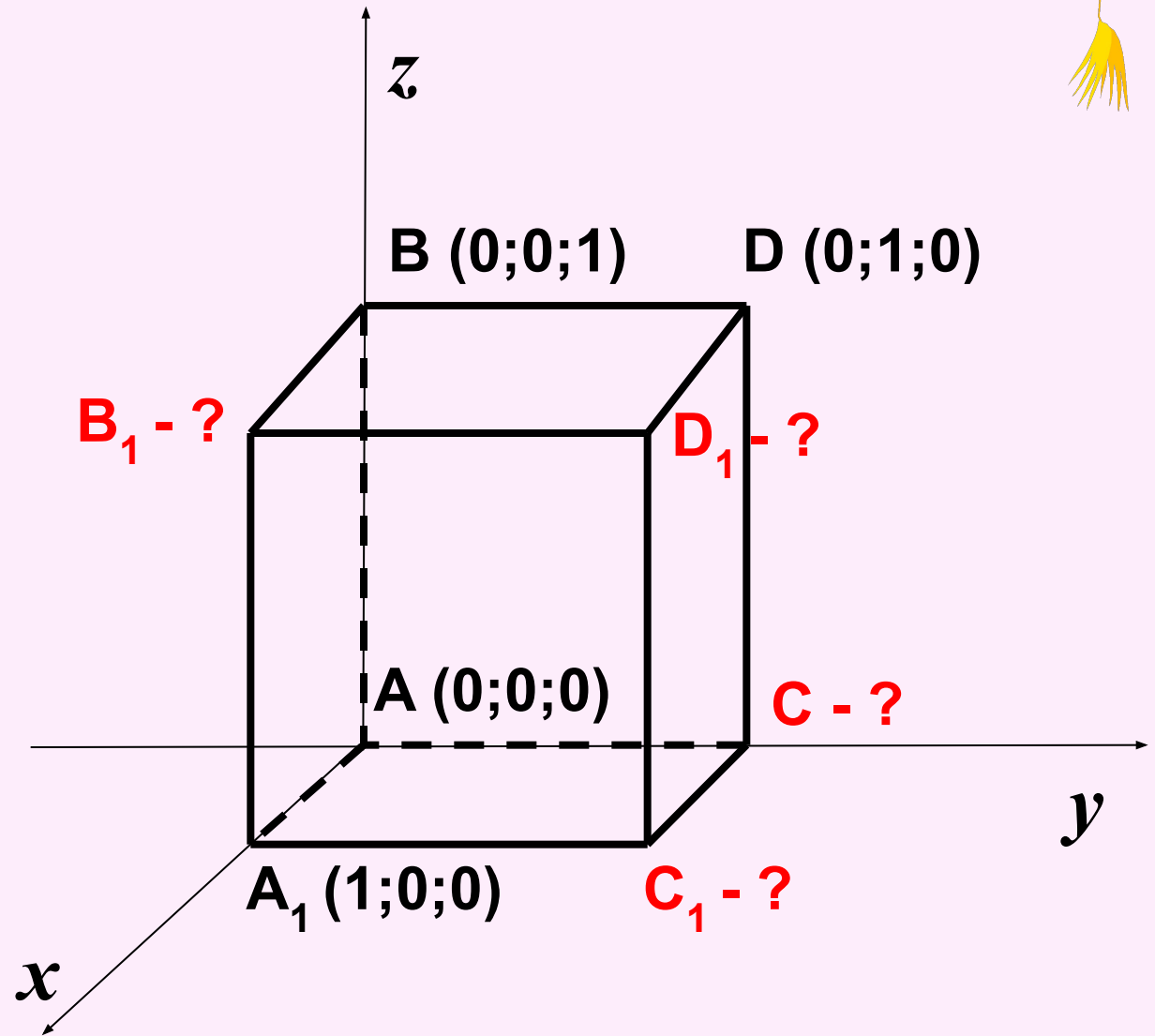
№ 402

$B_1 (1; 0; 1)$

$C (0; 1; 0)$

$C_1 (1; 1; 0)$

$D_1 (1; 1; 1)$



МОЛОДЦЫ!

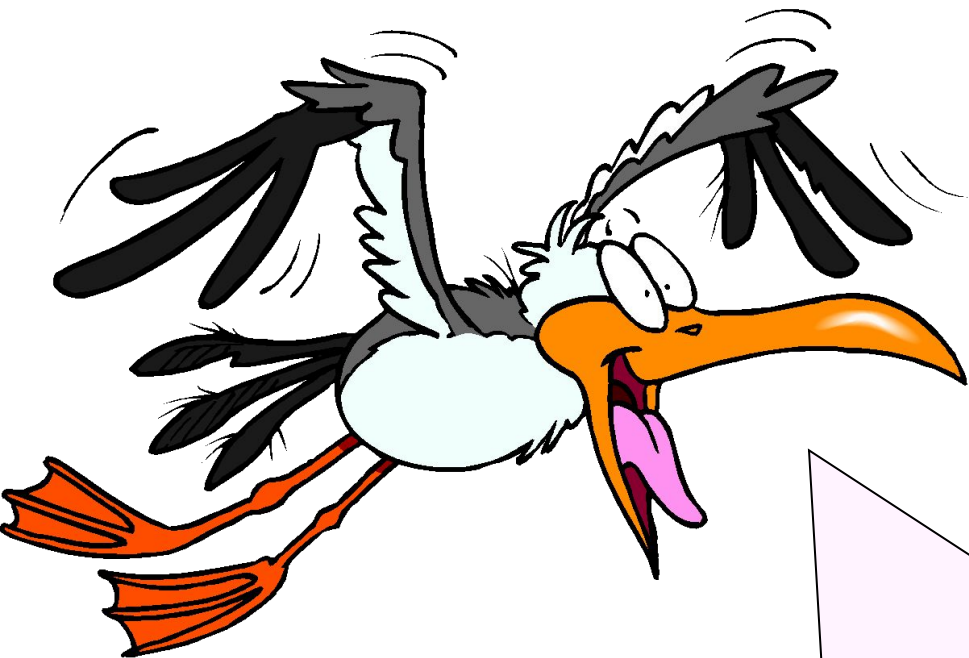




# Координаты вектора

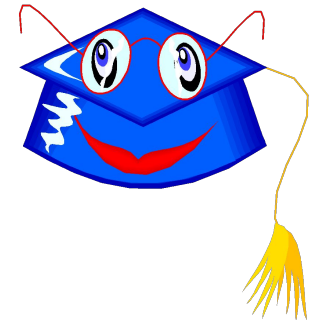
**II этап урока**

## Цели этапа:

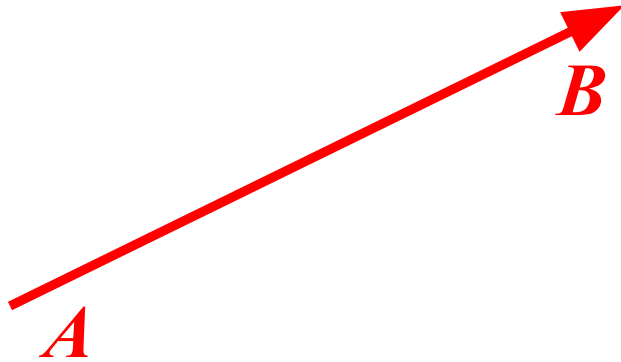


- 1. Научиться раскладывать произвольный вектор по координатным векторам.**
- 2. Отработать навыки действий над векторами с заданными координатами.**

# Повторение.



- *Дайте определение вектора.*

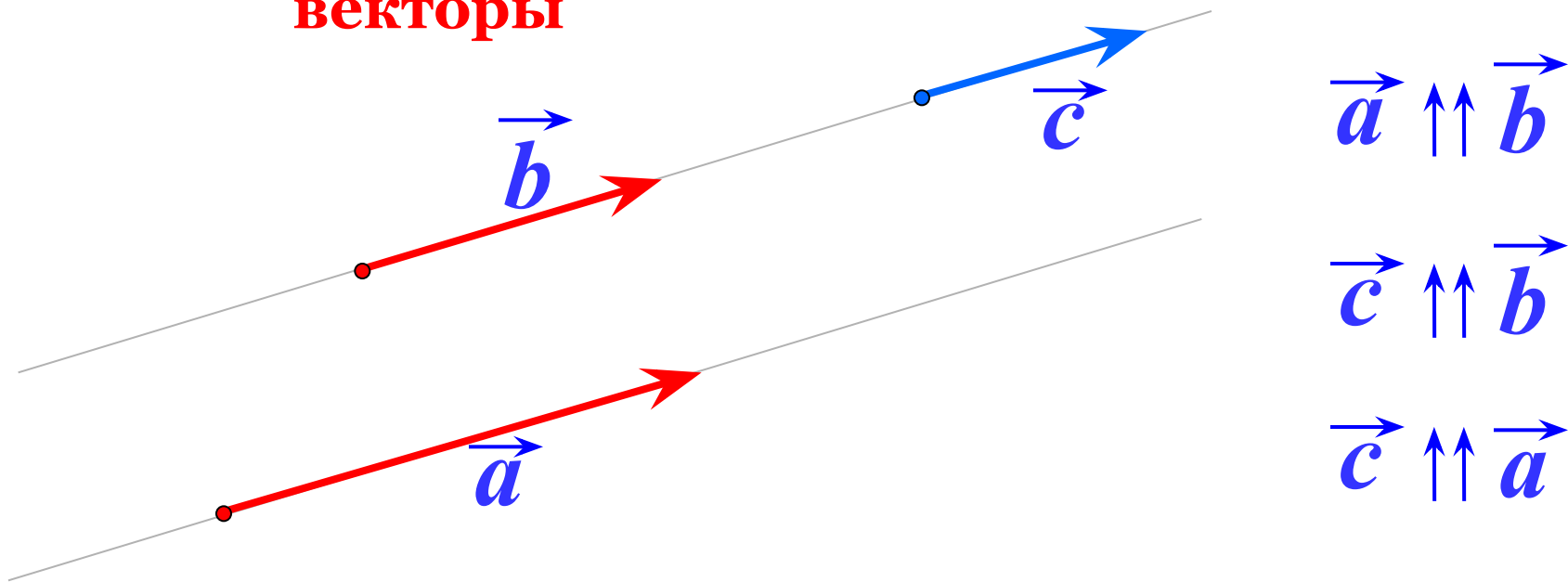


*Вектором наз. направленный отрезок, имеющий определенную длину.*

- *Дайте определение коллинеарных векторов.*

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

**Коллинеарные, сонаправленные векторы**



**Нулевой вектор** условились считать сонаправленным с любым вектором.

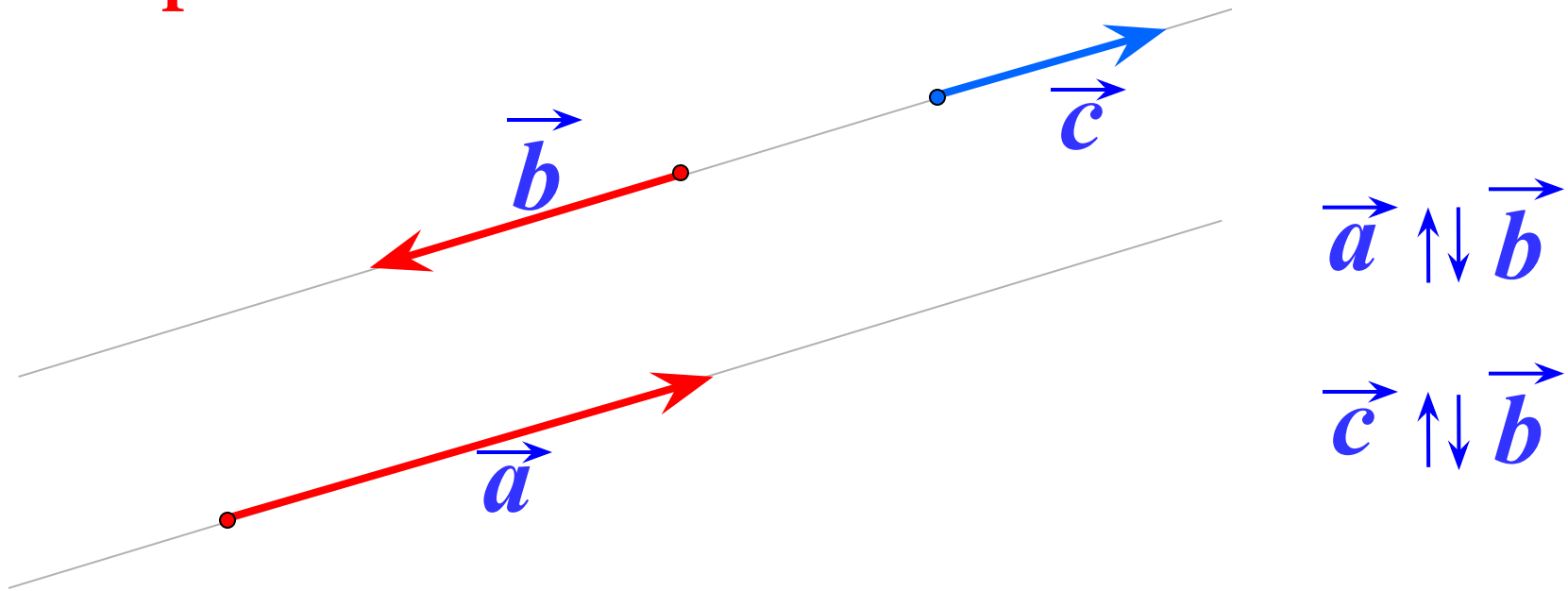
$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{a}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{c}$$

$$\vec{0} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

**Коллинеарные, противоположно направленные векторы**

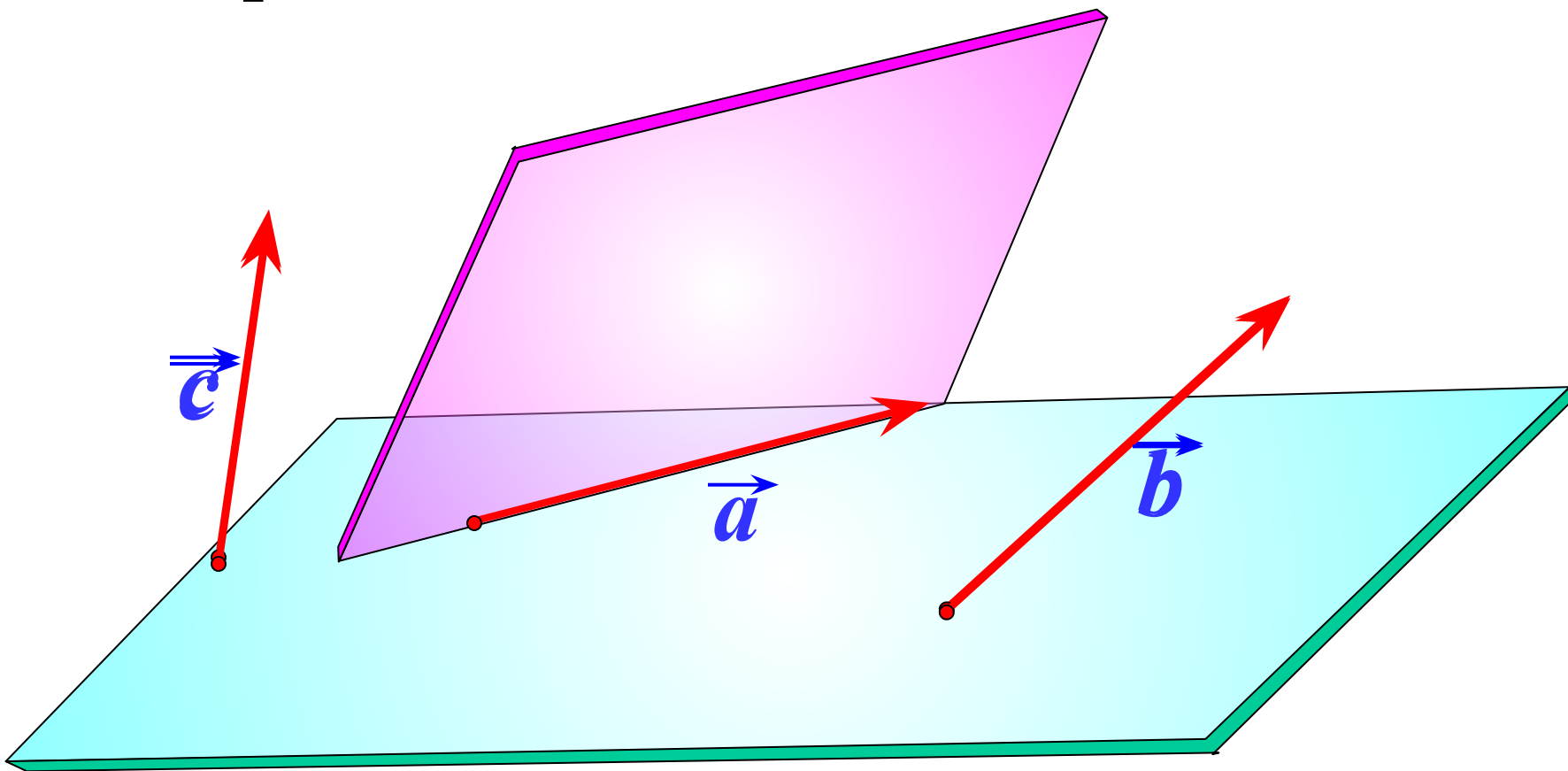


- *Дайте определение компланарных векторов.*



Векторы называются **компланарными**, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

Другими словами, векторы называются **компланарными**, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.



**Любые два вектора компланарны.**



**Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.**

**Признак компланарности:**

Если вектор  $\vec{c}$  можно разложить по векторам

$\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , т.е. представить в виде  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

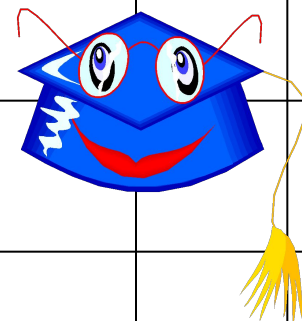
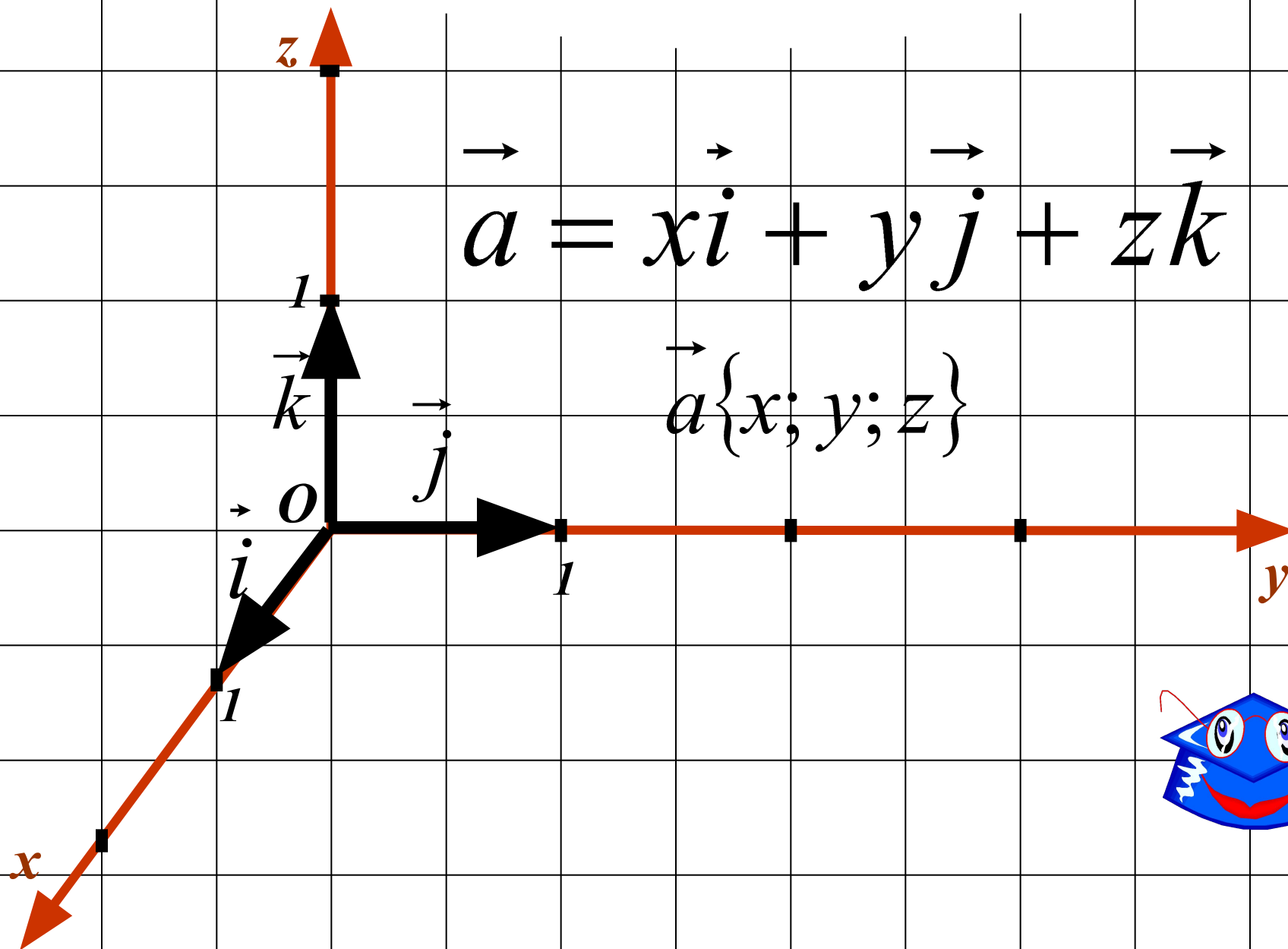
где  $x$  и  $y$  – некоторые числа, то векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$

**компланарны.**

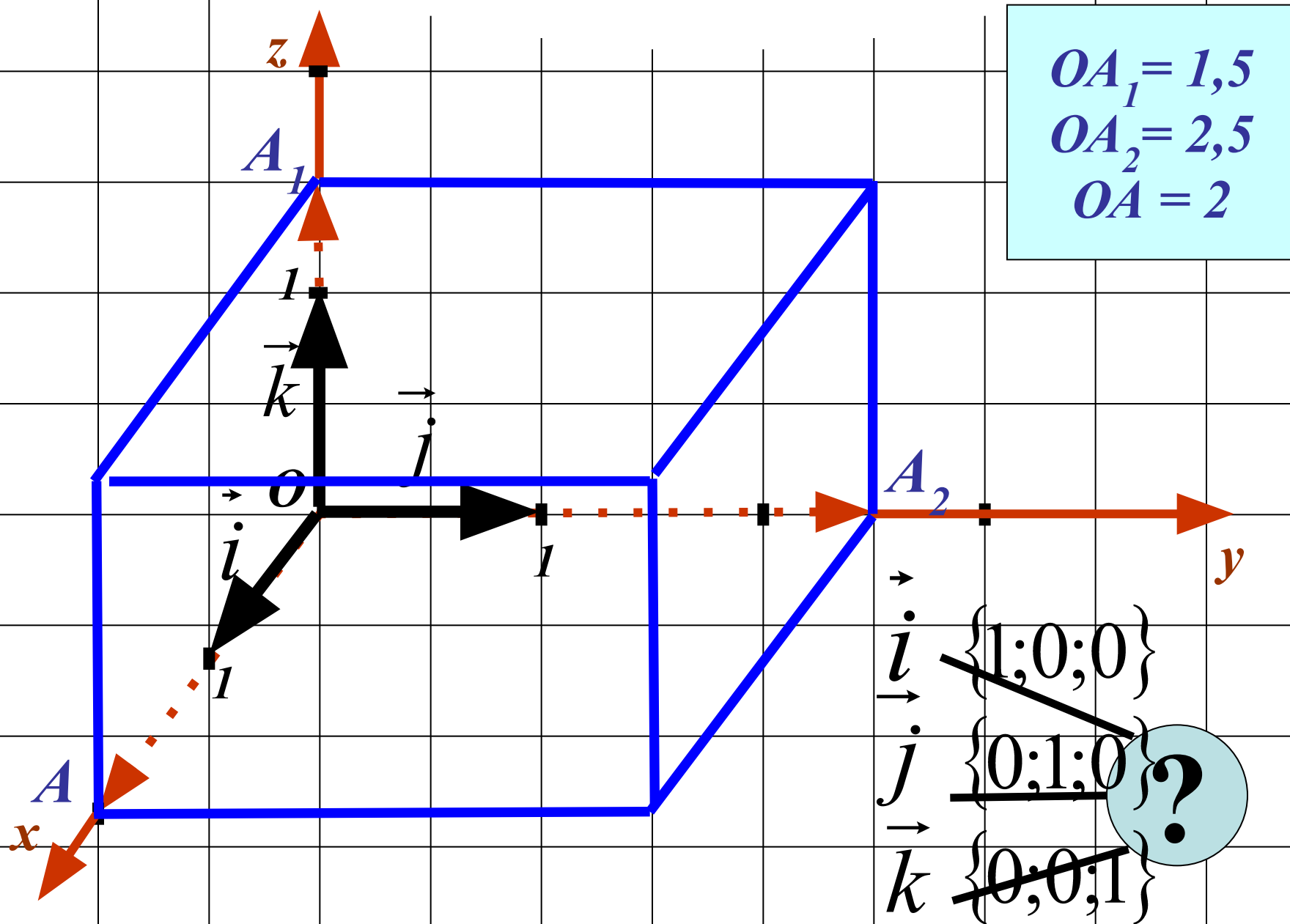
# Изучение нового материала.

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

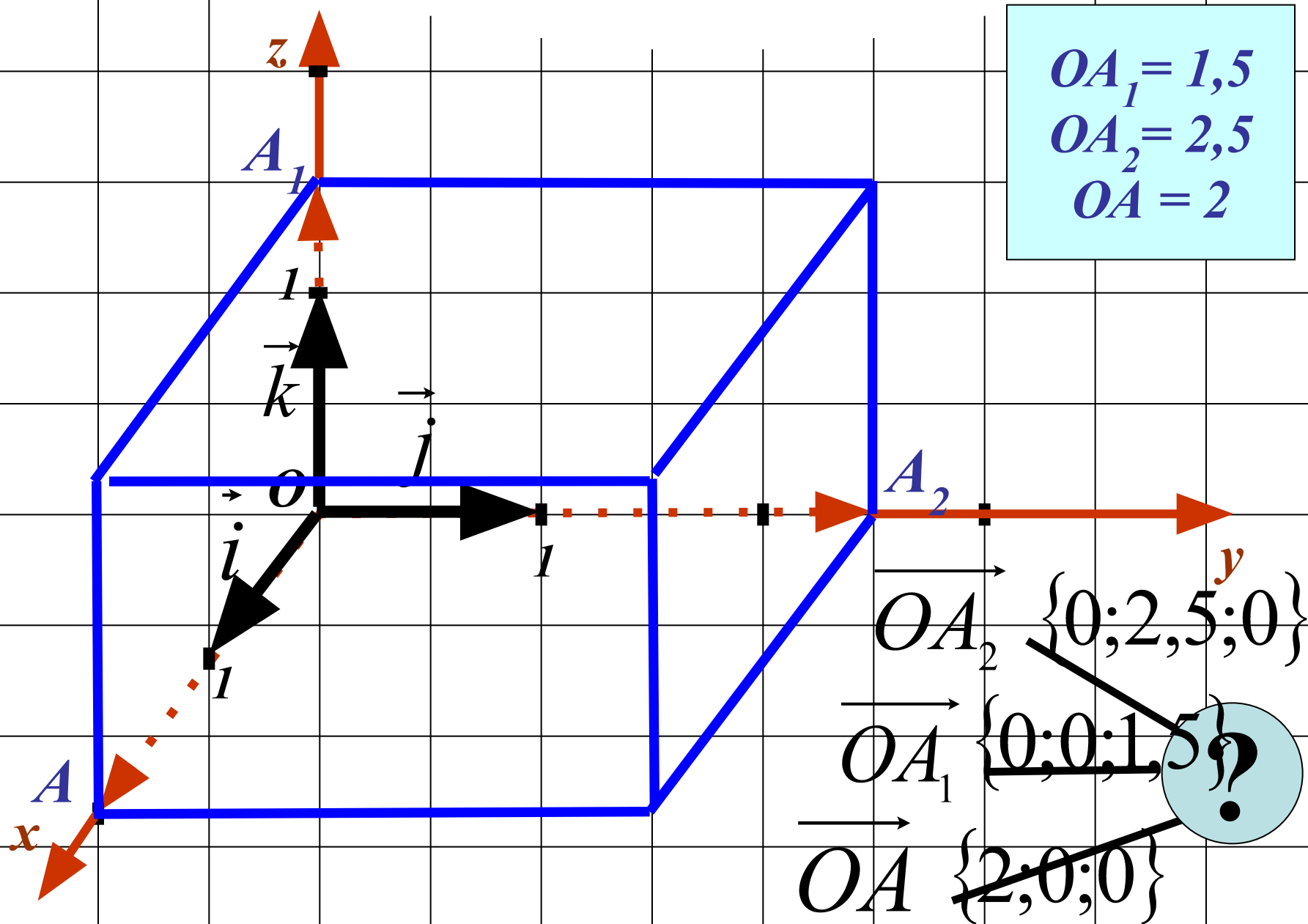
$$\vec{a}\{x; y; z\}$$



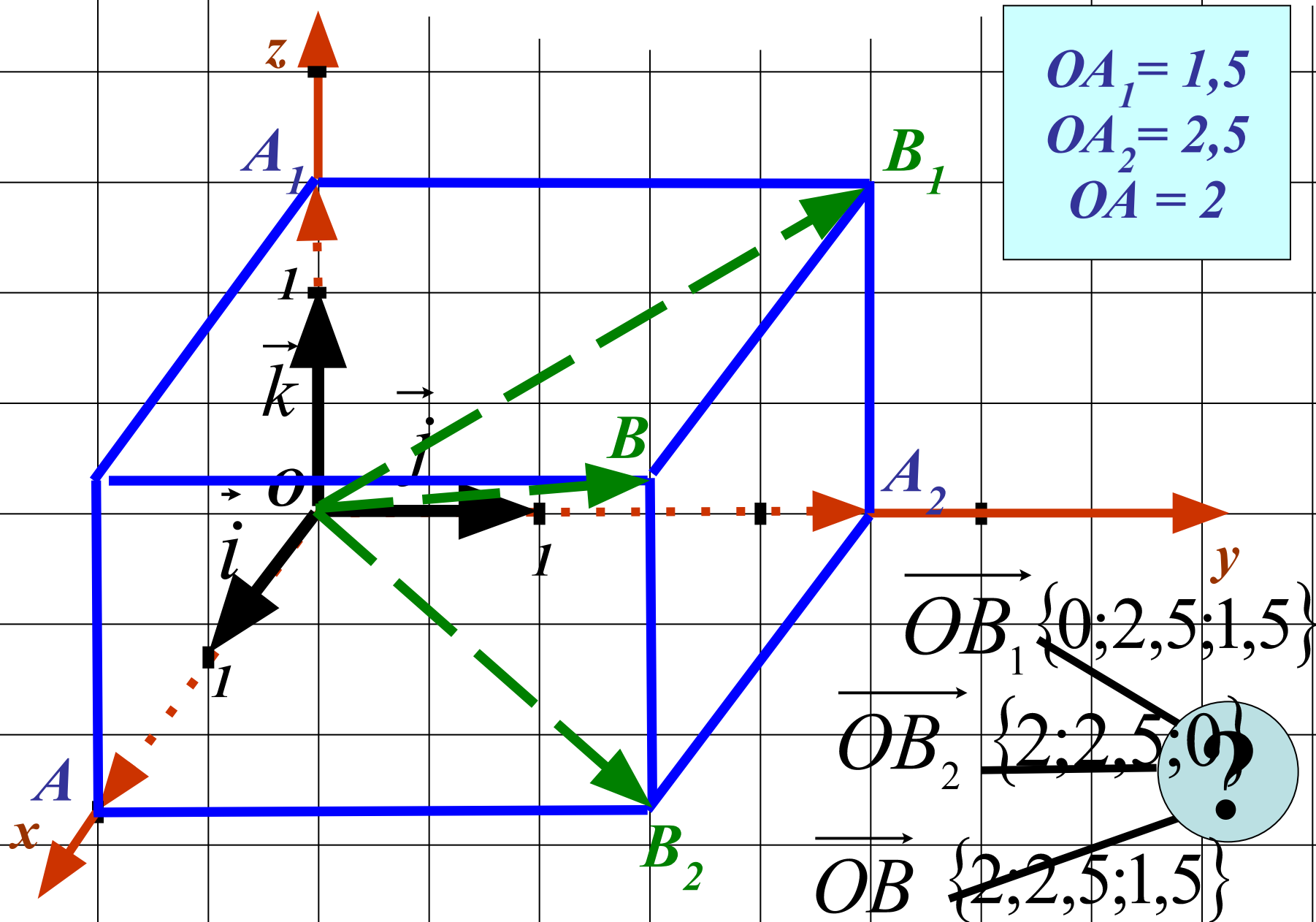
# Определите координаты векторов:



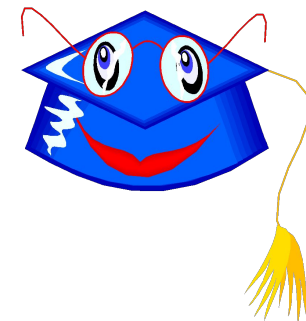
# Определите координаты векторов:



# Определите координаты векторов:



# Разложите все векторы по координатным векторам.



**Проверяем:**

$$\overrightarrow{OA_1} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1,5 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA_2} = 0 \cdot \vec{i} + 2,5 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA} = 2 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

---

$$\overrightarrow{OB_1} = 0 \cdot \vec{i} + 2,5 \cdot \vec{j} + 1,5 \cdot \vec{k}$$

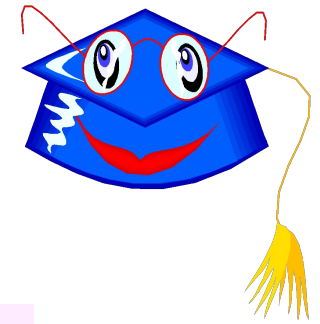
$$\overrightarrow{OB_2} = 2 \cdot \vec{i} + 2,5 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 2 \cdot \vec{i} + 2,5 \cdot \vec{j} + 1,5 \cdot \vec{k}$$

# Правила действий над векторами с заданными координатами.

## 1. Равные векторы имеют равные координаты.

Пусть  $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ ,  $\vec{a} = \vec{b}$ ,  
 $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$  ,



тогда  $x_1 = x_2; y_1 = y_2; z_1 = z_2$

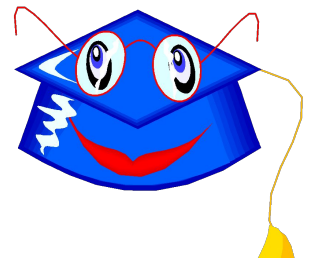


# Правила действий над векторами с заданными координатами.

**2.** Каждая координата суммы двух (и более) векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

$$\text{Если } \vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}, \quad \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$
$$\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\},$$

$$\text{то } \vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$$



# Правила действий над векторами с заданными координатами.

- 3.** Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты на это число.

Если  $\vec{a}\{x; y; z\}$ ,  $\alpha$  – произв. число,  $\alpha \cdot \vec{a} = \vec{c}$   
то  $\vec{c}\{\alpha \cdot x; \alpha \cdot y; \alpha \cdot z\}$

- 4.** Каждая координата разности двух векторов равна числу равна разности соответствующих координат на этих векторов.

Если  $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$   $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$   $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$   
то  $\vec{c}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$



# Выполнить задание устно:

• Даны векторы:

$$\vec{a}\{3;5;-7\} \quad \vec{b}\{4;-1;3\} \quad \vec{c}\{0;1;8\} \quad \vec{d}\{3;0;0\}$$

• Найти вектор равный:

a)  $2\vec{a}$   $\{6;10;-14\}$

б)  $-3\vec{b}$   $\{-12;3;-9\}$

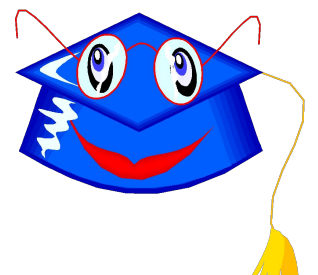
в)  $\vec{a} + \vec{b}$   $\{7;4;-4\}$

е)  $3\vec{d} - 2\vec{c}$

г)  $\vec{b} - \vec{c}$   $\{4;-2;-5\}$

$\{9;-2;-8\}$

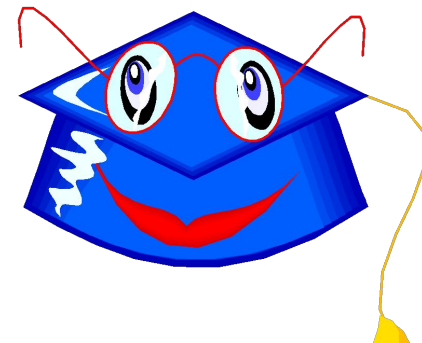
д)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{d}$   $\{10;4;-4\}$



## Письменно:

- *Даны векторы:*  
 $\vec{a}\{-1;2;0\}$   
 $\vec{b}\{0;-5;-2\}$   
 $\vec{c}\{2;1;-3\}$
- *Найти координаты вектора:*  
$$p = 3\vec{c} - 2\vec{b} + \vec{a}$$

*Ответ:*  $p = (5;15;-5)$

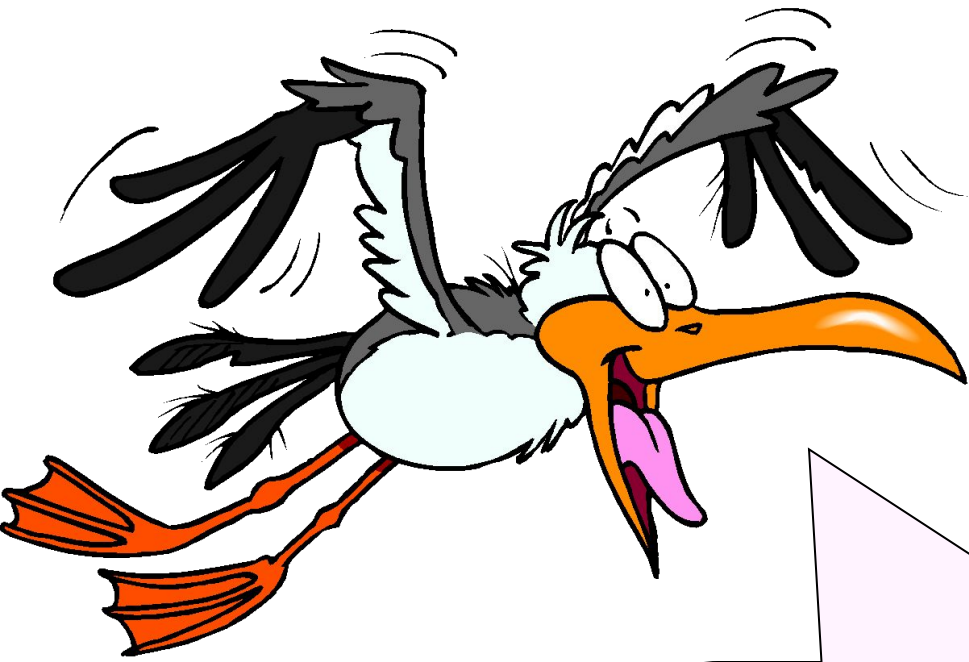


# Домашнее задание:

*П. 42, 43 стр.116 в.1-6*

**№№ 401(В,С), 407, 408**





Спасибо за урок!

# Повторение.

*Даны точки:*

*A (2; -1; 0)*

*B (0; 0; -7)*

*C (2; 0; 0)*

*D (-4; -1; 0)*

*E (0; -3; 0)*

*F (1; 2; 3)*

*P (0; 5; -7)*

*K (2; 0; -4)*

*Назовите точки, лежащие  
в плоскости Oyz*

*Назовите точки, лежащие  
в плоскости Oxz*

*B (0; 0; -7)*

*Назовите точки, лежащие  
в плоскости Oxy*

*C (2; 0; 0)*

*E (0; -3; 0)*

# Выполнение задания с последующей проверкой.

*Начертить прямоугольную трехмерную систему координат и отметить в ней точки:*

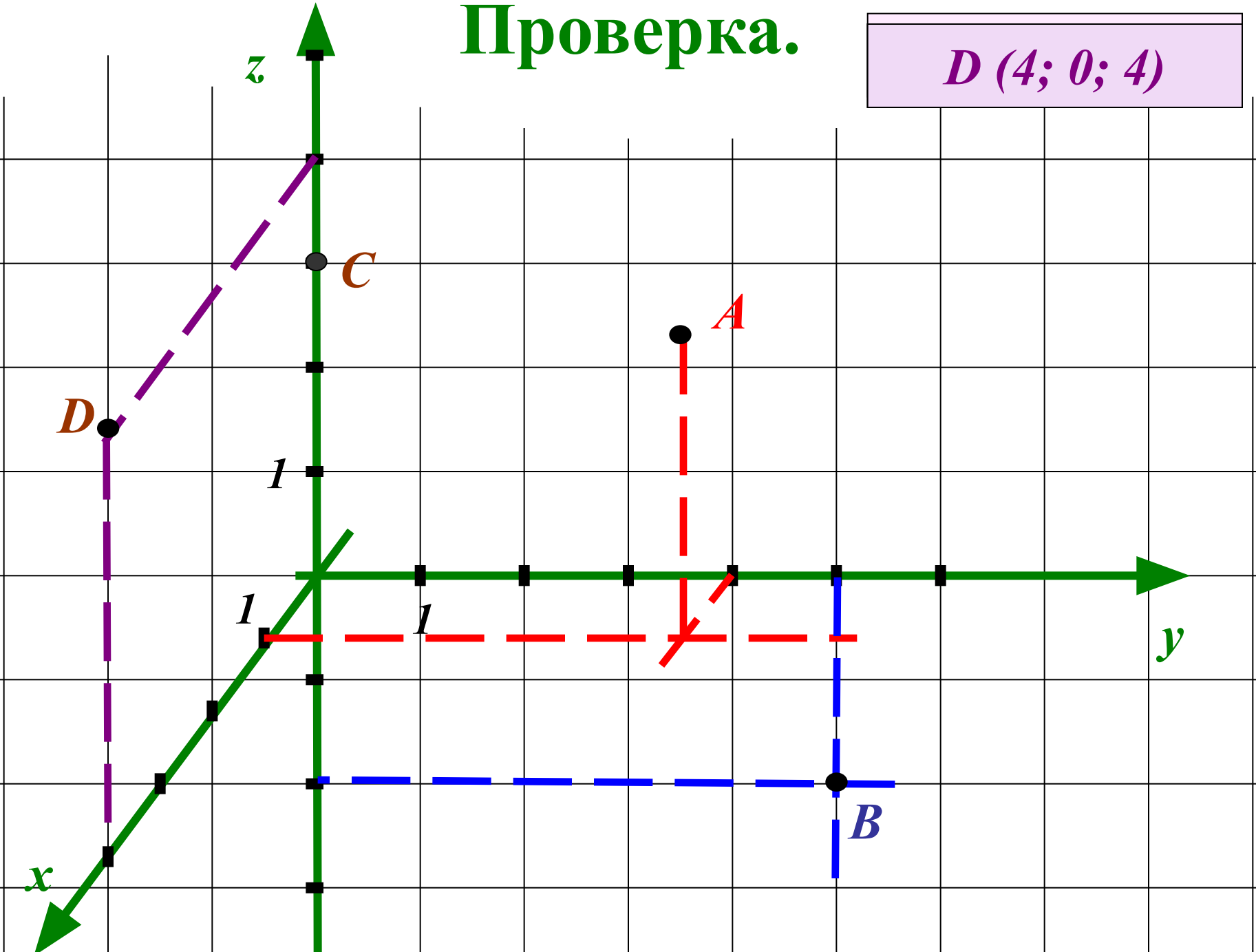
*$A (1; 4; 3)$ ;  $B (0; 5; -3)$ ;  $C (0; 0; 3)$  и  $D (4; 0; 4)$*



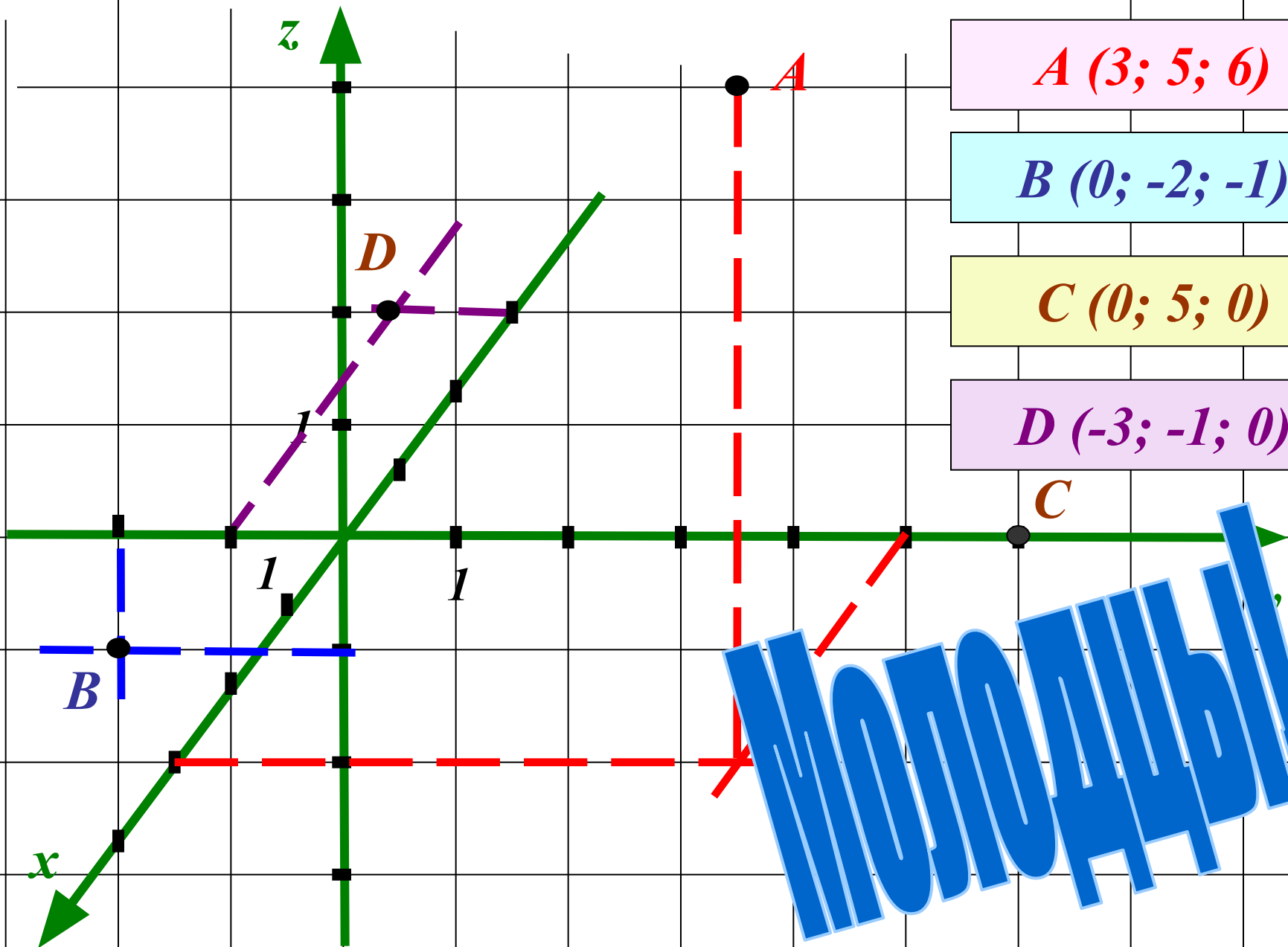


# Проверка.

$D(4; 0; 4)$



# Определите координаты точек:.



$A (3; 5; 6)$

$B (0; -2; -1)$

$C (0; 5; 0)$

$D (-3; -1; 0)$

**ПОМОЩЬ!**

# Думаем... Отвечаем...

- Даны точки

$A(2; 4; 5)$ ,  $B(3; a; b)$ ,  $C(0; 4; d)$  и  $D(5; n; m)$

При каких значениях  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $n$  и  $m$  эти точки лежат:

1) В плоскости, параллельной плоскости  $Oxy$

?

$a, n$  – любые;  $b = d = 5$

2) В плоскости, параллельной плоскости  $Oxz$

?

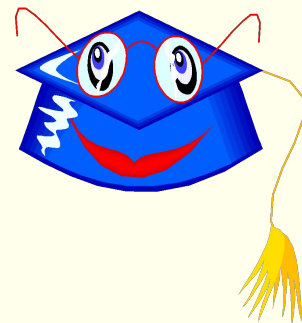
$a = n = 4$ ;  $b, d, m$  - любые

3) На прямой параллельной оси  $Ox$

?

$a = n = 4$ ;  $b = d = m = 5$

# Повторение:



1. Даны точки  $A (-1; 7)$  и  $B (7; 1)$ .

**а) Найдите координаты середины отрезка  $AB$ .**

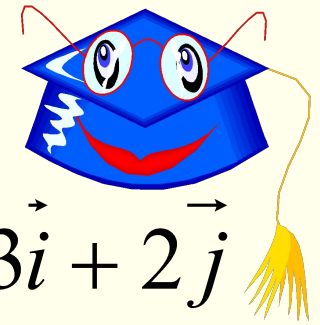
$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$$

**$C (3; 4)$**

**б) Найдите длину отрезка  $AB$ .**

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

**$|AB| = 10$**



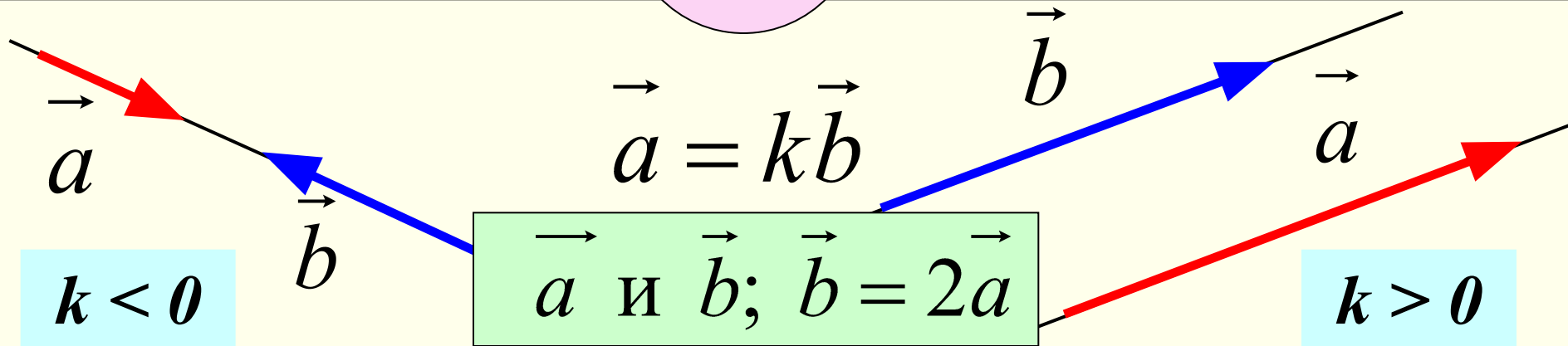
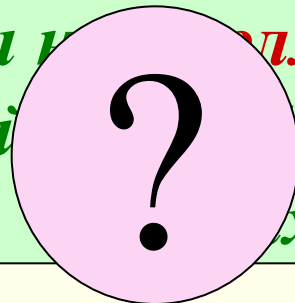
## Повторение:

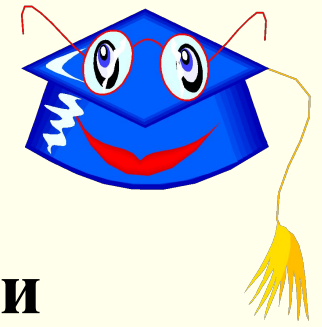
2. Запишите координаты вектора  $\vec{m} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$

$$\vec{m}\{-3;2\}$$

3. Среди векторов  $\vec{a}\{-4;5\}$ ;  $\vec{b}\{-8;10\}$ ;  $\vec{c}\{2;-2,5\}$  укажите пару коллинеарных векторов.

Ненулевые векторы коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.





## Повторение:

4. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{EF}$ , если  $E (-2; 3)$ ,  $F (1; 2)$ .

$$\overrightarrow{EF} \{x_F - x_E; y_F - y_E\}$$

$$\overrightarrow{EF} \{3; -1\}$$

5. Найдите расстояние между точками  $A (a; 0)$  и  $B (b; 0)$ .

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = |b - a|$$

МОЛОДЦЫ!