Математическая статистика

- <u>Математическая статистика</u> – раздел математики, изучающий *методы сбора и анализа результатов наблюдений массовых случайных явлений* с целью выявления существующих закономерностей.

Среднее арифметическое

Среднее арифметическое нескольких чисел находится как сумма всех этих чисел, разделенная на количество этих чисел.

Найти среднее арифметическое чисел 7,1,15,2,4,4

(7+1+15+2+4+4):6=33:6=5,5

Среднее арифметическое может быть как целым числом, так и десятичной дробью

Определение моды.

Модой ряда чисел называется число, которое встречается в данном ряду чаще других.

Медиана

- **Медиана с нечётным числом членов – это** число, записанное посередине.
- **Медиана с чётным числом членов -** это среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медиана ряда.

Составим упорядоченный ряд (*из 9 чисел*):

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 91, 93.

78 – медиана данного ряда.

Дан другой упорядоченный ряд (*из 10 чисел*):

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 88, 91, 93.

(78 + 82) : 2 = 80 – медиана этого ряда.

Размах ряда.

23; 18; 25; 20; 25; 25; 32; 37; 34; 26; 34; 25

Размахом ряда называется разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел.

Наибольший расход времени - 37 мин,

а наименьший – 18 мин.

Найдём размах ряда:

37 – 18 = 19(мин)

Статистика 1

- 1. Найдите среднее арифметическое, размах, моду ряда чисел:
- а) 15, 23, 15, 8, 25, 16; б) -2, 35, -10, 42, 35.
- 2. Найдите медиану ряда чисел:
- а) 25, 43, 44, 51, 55, 67, 72;
  б) 3, 12, 24, 32, 43, 54.

Статистика с/р

Найти среднее арифметическое, размах, моду и медиану ряда чисел:

а) 20,18,32,10,45,15,18,12

б) 2,2;3,8;1,6;4,4;1,5.

Комбинаторика

Комбинаторика – раздел математики, изучающий количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества.

Комбинации элементов множества могут быть выполнены путем:

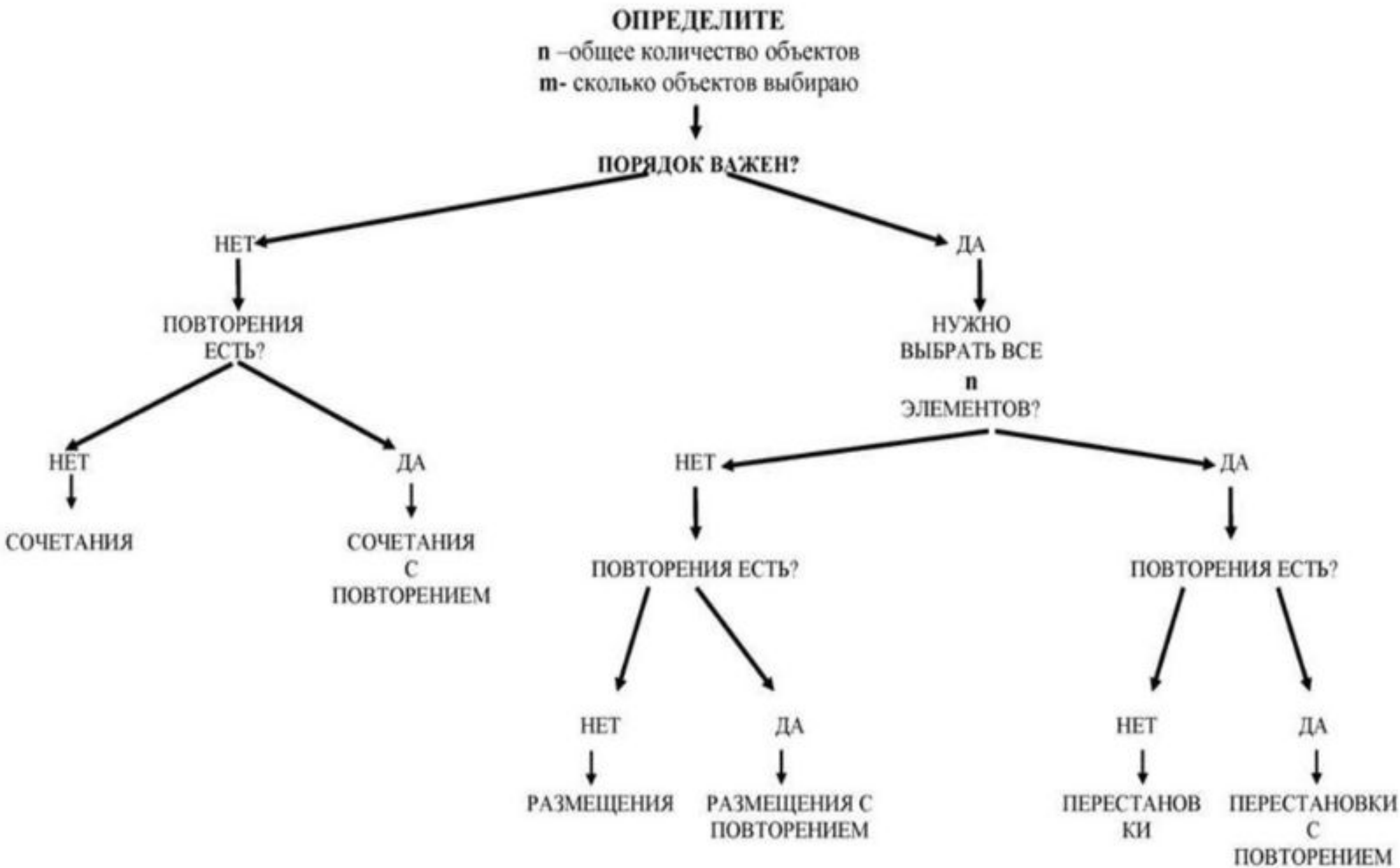
1) перестановок;

2) размещений;

3) сочетаний.

Комбинации могут быть без повторений (в основном) и с повторениями (оговаривается отдельно).

Комбинаторика



Перестановки 1

- Перестановки – комбинации, состоящие из одних и тех же n элементов, различающиеся только их порядком

Пример. *Перестановки из трёх карточек – жёлтой, красной и синей*

$$n!$$

Факториал

Факториал

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Перестановки 1

$$P_n = n!$$

Количество вариантов перестановок

Количество предметов

Перестановки 1

- Перестановки – комбинации, состоящие из одних и тех же n элементов, различающиеся только их порядком

Пример. Перестановки из трёх карточек – жёлтой, красной и синей

Количество предметов

n = 3 (красная, жёлтая и синяя карточки)

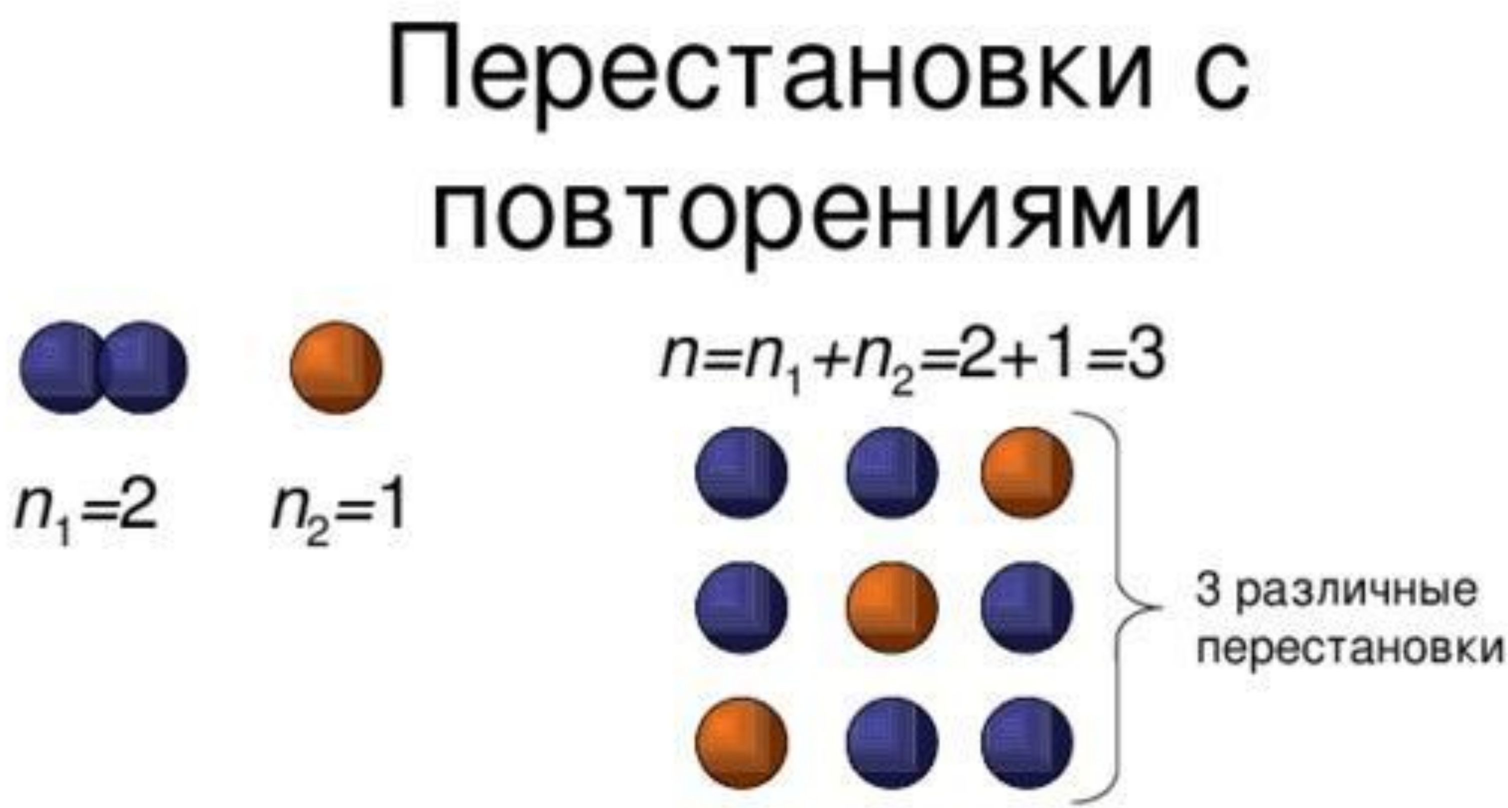
Количество вариантов перестановок

P = n! = 3! = 1 * 2 * 3 = 6 вариантов

Перестановки 1 с/р

Задача 1. К кассе кинотеатра подходит 4 человека. Сколько существует различных вариантов установки их в очередь друг за другом?

Перестановки 2



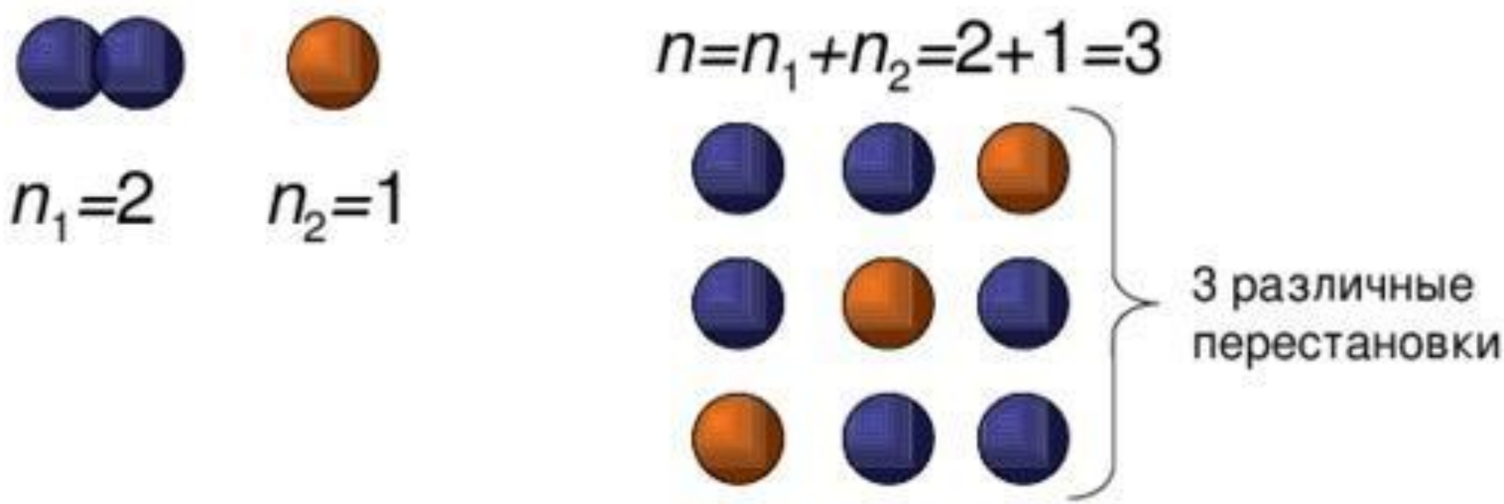
Перестановки 2

Число различных на выборке из n элементов, из которых k одинаковые -

число перестановок с k повторениями на множестве из n элементов

$$\overline{P_n}(k) = \frac{n!}{k!}$$

Перестановки 2



Всего шариков 3, то есть **n = 3**

Одинаковых шариков (повторений) **k=2**

$$P = \frac{n!}{k!} = \frac{3!}{2!} = \frac{1*2*3}{1*2} = \frac{6}{2} = 3$$

Перестановки 2

Если у нас несколько групп одинаковых предметов (например, два шарика красных и три шарика синих),

то вместо k! пишем

k1! (количество красных)*k2! (количество синих)

$$\frac{n!}{k1! * k2!}$$

Перестановки 2

- Сколько различных браслетов можно сделать из пяти одинаковых изумрудов, шести одинаковых рубинов и семи одинаковых сапфиров (в браслет входят все 18 камней)?

Перестановки 2

Всего 18 камней n = 18

изумрудов 5 k1 = 5

рубинов 6 k2=6

сапфиров 7 k3=7

$$P = \frac{n!}{k1!*k2!*k3!} = \frac{18!}{5!*6!*7!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10*11*12*13*14*15*16*17*18}{1*2*3*4*5*1*2*3*4*5*6*1*2*3*4*5*6*7}$$

Перестановки 2

$$\frac{\cancel{1*2*3*4*5*6*7}*8*9*10*11*12*13*14*15*16*17*18}{1*2*3*4*5*1*2*3*4*5*6*\cancel{1*2*3*4*5*6*7}}$$

$$\frac{\cancel{8}*\cancel{9}*\cancel{10}*11*12*13*14*15*16*17*18}{\cancel{2}*\cancel{3}*\cancel{4}*\cancel{5}*\cancel{2}*\cancel{3}*4*5*6}$$

$$\frac{11*12*13*14*\overset{3}{\cancel{15}}*\overset{4}{\cancel{16}}*17*\overset{3}{\cancel{18}}}{\cancel{4}*\cancel{5}*\cancel{6}}$$

11* 12 * 13* 14 * 3 * 4 * 17 *3 = 14 702 688

Перестановки 2 с/р

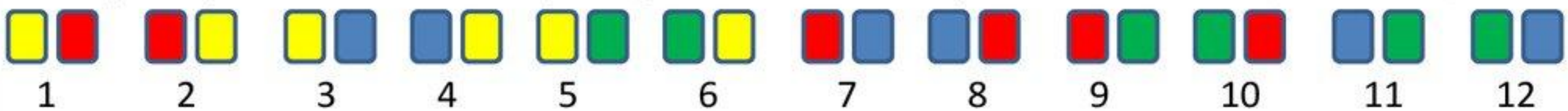
У мамы было 2 одинаковых яблока, 3 одинаковых груши и 4 одинаковых апельсина. Каждый день она давала ребенку по одному фрукту.

Сколькими способами она могла это сделать?

Размещения 1

- Размещения – комбинации, состоящие из n возможных элементов, взятых по m штук, и различающиеся либо порядком расположения элементов, либо составом элементов (либо и тем, и другим)

Пример. Размещение двух карточек из четырёх возможных (n=4, m=2)



$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

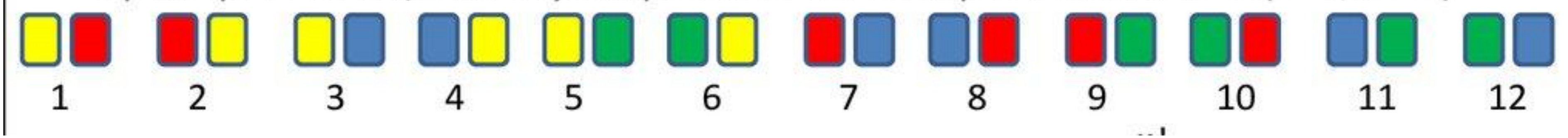
Сколько предметов в одной группе

Количество вариантов

Количество всех предметов

Размещение 1

Пример. Размещение двух карточек из четырёх возможных (n=4, m=2)



Всего карточек 4 (желтая, красная, синяя и зелёная) $n = 4$

В группе по две карточки $m = 2$

$$A = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{1*2*3*4}{1*2} = 12$$

Размещение 1

Задача 3. Расписание одного дня состоит из 5 *уроков*. Уроки в течение дня не повторяются. *Определить число вариантов* расписания при выборе из *11 дисциплин*.

Всего разных дисциплин 11, значит, n=11

За день может быть 5 предметов, значит, m=5

$$A = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10*11}{1*2*3*4*5*6}$$

$$\frac{\cancel{1*2*3*4*5*6}*7*8*9*10*11}{\cancel{1*2*3*4*5*6}}$$

7*8*9*10*11 = 55 440

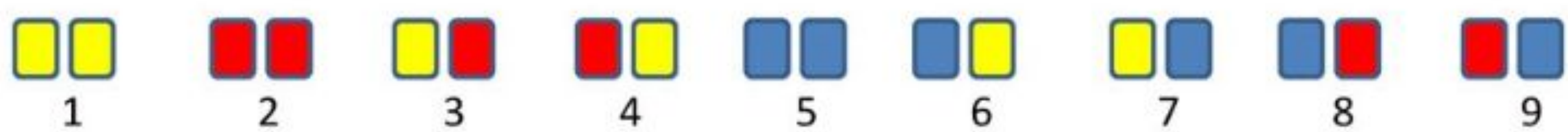
Размещения 1 с/р

- Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг, если имеются ткани пяти различных цветов?

Размещения 2

- Размещения с повторением – комбинации из n **типов** элементов, взятых по m штук

Пример. Размещения из 3 ***типов*** *карточек по две (n=3, m=2)*



Степень числа

Степень числа

2 • 2• 2• 2 • 2 • 2 • 2=

Показатель степени
(Сколько раз?)

$$2^7$$

Основание степени
(Что умножаем?)

Например:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7 = 128$$

Свойства степени

1. Первая степень любого числа равна самому числу:

$$3^1 = 3; 7^1 = 7; a^1 = a$$

2. Вторую степень числа называют «квадратом»:

3 * 3 = 9

$$3^2 = ?; 7^2 = ?$$

3. Третью степень числа называют «кубом»:

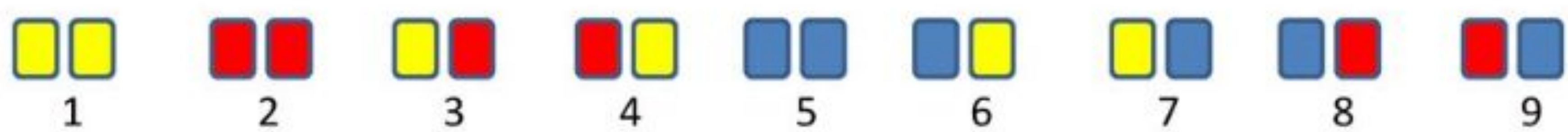
2 * 2* 2 =8

$$2^3 = ?; 4^3 = ?$$

Размещения 2

- Размещения с повторением – комбинации из n **типов** элементов, взятых по m штук

Пример. Размещения из 3 ***типов*** *карточек по две (n=3, m=2)*



$$\overline{A_n^k} = n^k$$

Размещение 2

- А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У и Х.

Всего букв 12, значит, n =12

В номере по три буквы, значит, k =3

$A = 12^3 = 12*12*12 = 1\ 728$

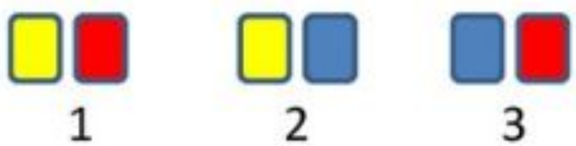
Размещения 2 с/р

Задача 4. Шифр сейфа состоит только из *6 цифр, которые должны набираться* последовательно и могут повторяться. *Чему в этом случае равно общее число* всех возможных комбинаций шифра?

Сочетания 1

- Сочетания – комбинации, состоящие из n возможных элементов, взятых по m штук, которые различаются между собой хотя бы одним элементом (<u>без учёта порядка элементов!</u>)

Пример. Сочетания из 3 карточек по 2 карточки (n=3, m=2)



$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Количество вариантов

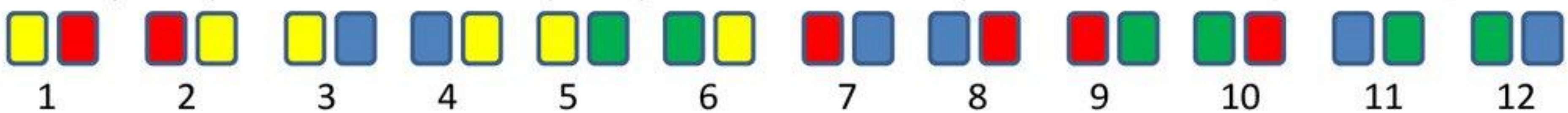
Сколько в группе

Всего предметов

- Сочетания – комбинации, состоящие из n возможных элементов, взятых по m штук, которые различаются между собой хотя бы одним элементом (<u>без учёта порядка элементов!</u>)

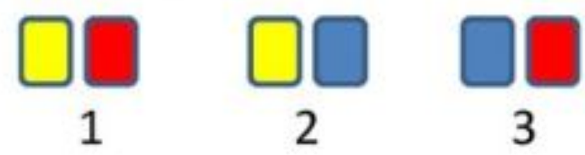
Пример. Сочетания из 3 карточек по 2 карточки (n=3, m=2)

Пример. Размещение двух карточек из четырёх возможных (n=4, m=2)



Сочетания 1

Пример. Сочетания из 3 карточек по 2 карточки



Всего карточек 3 (жёлтая, синяя и красная) $n = 3$

В группе по 2 карточки $m = 2$

$$C = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{1*2*3}{1*2*1} = \frac{6}{2} = 3$$

Сочетания 1

Имеются 5 различных соков. Сколько разных коктейлей можно получить, если для каждого берутся три сока?

Сочетания 1

Имеются 5 различных соков. Сколько разных коктейлей можно получить, если для каждого берутся три сока?

Всего разных соков 5, значит, n=5

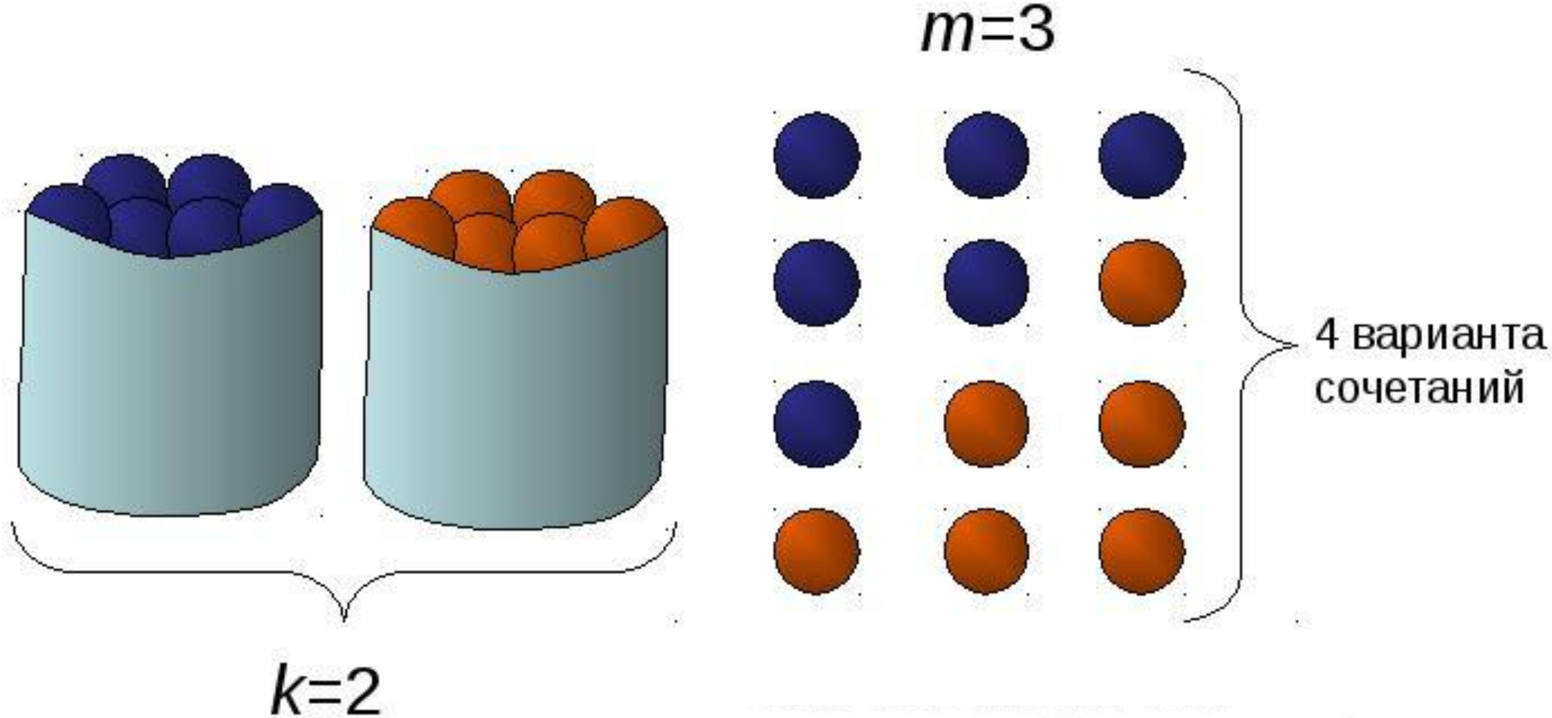
В каждом коктейле 3 сока, значит, m=3

$$C = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{1*2*3*4*5}{1*2*3*1*2} = 10$$

Сочетания 1 с/р

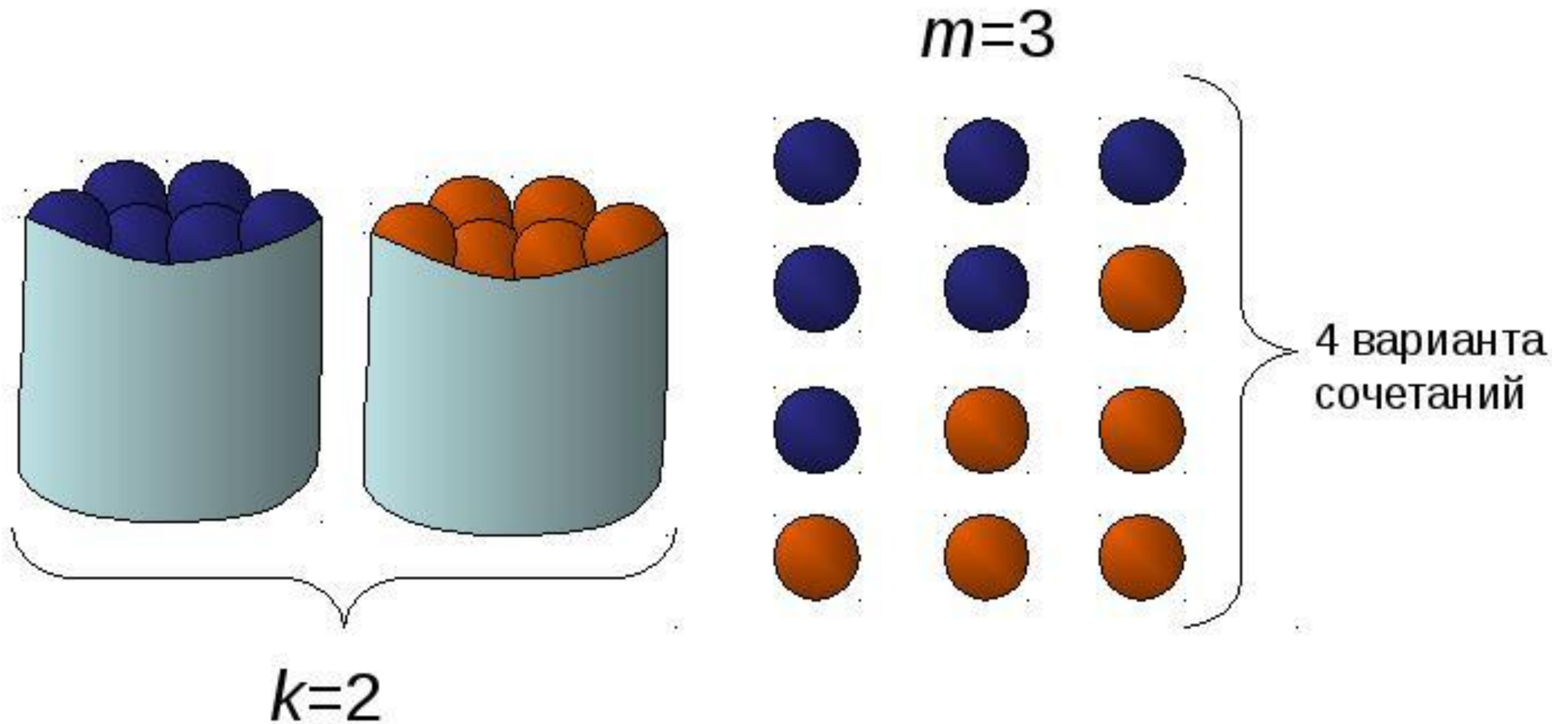
Из 15 человек надо выбрать 3 дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Сочетания 2



$$\overline{C_k^m} = \frac{(k+m-1)!}{m!(k-1)!}$$

Сочетания 2



$$C = \frac{(k+m-1)!}{m!(k-1)!} = \frac{(2+3-1)!}{3!*(2-1)!} = \frac{4!}{3!*1!} = \frac{1*2*3*4}{1*2*3} = 4$$

Сочетания 2

В кондитерской имеется 3 вида пирожных. Сколькими способами можно купить 9 пирожных?

Сочетания 2

В кондитерской имеется 3 вида пирожных. Сколькими способами можно купить 9 пирожных?

3 вида пирожных, значит, k =3

Надо купить 9 пирожных, значит, в каждой группе по 9, то есть m=9

$$C = \frac{(k+m-1)!}{m!(k-1)!} = \frac{(3+9-1)!}{9!*(3-1)!} = \frac{11!}{9!*2!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10*11}{1*2*3*4*5*6*7*8*9*1*2} =$$

$$\frac{\cancel{1*2*3*4*5*6*7*8*9}*\overset{5}{\cancel{10}}*11}{\cancel{1*2*3*4*5*6*7*8*9}*1*\cancel{2}} = 5*11=55$$

Сочетания 2 с/р

В магазине продаётся апельсиновый, виноградный, персиковый и яблочный сок. Нужно купить 7 пакетов. Сколько различных наборов можно составить?