

Тригонометрические уравнения

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

$$\sin^2 x$$

$$2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 = 0$$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x$$

$$3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$$

Электронное пособие по
алгебре

2012
год

Разработали учащиеся **11»А»** класса г.Королёва Московской обл. Моткова Виктория и Подлесных Анастасия под руководством учителя Моисеевой В. И.

Тригонометрическими уравнениями называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком тригонометрических функций.

К таким уравнениям относятся простейшие тригонометрические уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

$$\sin x = a, |a| \leq 1$$

$$\cos x = a, |a| \leq 1$$

$$\operatorname{tg} x = a, a - \text{любое число}$$

$$\operatorname{ctg} x = a, a - \text{любое число}$$

$$y = \sin x = a, \quad |a| \leq 1.$$

Общий случай:

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частный случай:

$$a = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$a = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$a = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = a, \quad |a| \leq 1.$$

Общий случай:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частный случай:

$$a = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$a = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$a = 1; x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$tg x = a$, a – любое число

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$ctg x = a$, a – любое число

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Арксинус ,арккосинус, арктангенс, арккотангенс

Арксинусом числа **a** называется такое число из отрезка $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен **a**.

Арккосинусом числа **a** называется такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен **a**.

Арктангенсом числа **a** называется такое число из отрезка $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, тангенс которого равен **a**.

Арккотангенсом числа **a** называется такое число из отрезка $(0; \pi)$, котангенс которого равен **a**.

Методы решения тригонометричес ких уравнений



1. Метод введения переменной

- Уравнения, представляющие собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригонометрической функции.

Если в уравнение входят разные тригонометрические функции, то их, если возможно, надо выразить через одну. При этом нужно выбрать эту функцию так, чтобы получалось квадратное уравнение относительно её. Введя но $3\cos^2 x + 10\cos x + 3 = 0$ переменную и решив квадратное уравнение, перейти к решению одного из простейших тригонометрических уравнений:

2. МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

- Произведение нескольких множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а остальные имеют смысл.

$$2\sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$$

Однородные тригонометрические уравнения

- Уравнение вида $a \sin x + b \cos x = 0$ называется однородным

тригонометрическим уравнением первой степени.

- Если $a=0$, то уравнение примет вид $b \cos x = 0$
если $b=0$, то уравнение примет вид $a \sin x = 0$.
- Рассмотрим случай , где $a \neq 0$ $b \neq 0$.

Разделим обе части уравнения на

$$a \sin x + b \cos x = 0 \quad | : \cos x \neq 0; a \neq 0; b \neq 0$$

$$\frac{a \sin x}{\cos x} + \frac{b \cos x}{\cos x} = 0$$

$$a \operatorname{tg} x + b = 0$$

$$a \operatorname{tg} x = -b$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$$

Делить обе части уравнения на одно и тоже выражение можно только в том случае, когда мы уверены, что это выражение нигде не обращается в нуль.

• Уравнение вида $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ называется однородным тригонометрическим уравнением
второй степени

$$\cos x(b \sin x + c \cos x) = 0$$

2. если $a \neq 0$, то делим на $\cos^2 x$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

$$a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$$

решаем квадратное уравнение относительно тангенса.

Желаем успеха
в решении
тригонометричес
ких уравнений

