Тригонометрические уравнения

$a\sin x+b\cos x=0$

$\sin^2 x$

$2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$

$\cos^2 x$

$a\sin^2 x+ b\sin x\cos x+ c\cos^2 x=0$

$3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

Электронное пособие по алгебре

2012 год

Разработали учащиеся 11»А» класса г.Королёва Московской обл. Мотк ова Виктория и Подлесных Анастасия под руководством учителя Моисеевой В. И.

Тригонометрическими уравнениями ***называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком тригонометрических функций.***

К таким уравнениям относятся простейшие тригонометрические уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

$\sin x = a, |a| \leq 1$ $\quad$ $tgx = a$, a – любое число

$\cos x = a, |a| \leq 1$ $\quad$ $ctgx = a$, a – любое число

$$y = \sin x = a, \qquad |a| \le 1.$$

Общий случай:

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

Частный случай:

$$a = -1; x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$a = 0; x = \pi k, k \in Z$$

$$a = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

$$\cos x = a, \qquad |a| \le 1.$$

Общий случай: ***Частный случай:***

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

$$a = -1; x = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

$$a = 0; x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$a = 1; x = 2\pi k, k \in Z$$

$\boldsymbol{tg\,x = a}$, $\boldsymbol{a}$ – любое число

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathrm{Z}$$

$\boldsymbol{ctg\,x = a, a}$ – любое число

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathrm{Z}$$

Арксинус ,арккосинус, арктангенс, арккотангенс

Арксинусом числа **а** называется такое число из отре$\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен **а.**

Арккосинусом числа **а** называется такое число из отрез$[0;\pi]$, косинус которого равен **а.**

Арктангенсом числа **а** называется такое число из отрез$-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}$), тангенс которого равен **а.**

Арккотангенсом числа **а** называется такое число из отре$0;\pi$), котангенс которого равен **а.**

Методы решения тригонометричес ких уравнений

1.Метод введения переменной

- ***Уравнения, представляющие собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригоно-метрической функции.***

Если в уравнение входят разные тригонометрические функции, то их, если возможно, надо выразить через одну. При этом нужно выбрать эту функцию так, чтобы получалось квадратное уравнение относительно её. Введя но $3cos^2x + 10cosx + 3 = 0$ ***переменную и решив квадратное уравнение, перейти к решению одного из простейших тригонометрических уравнений:***

2. МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

- ***Произведение нескольких множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а остальные имеют смысл.***

$$2\sin x\cos 5x - \cos 5x = 0$$

Однородные тригонометрические уравнения

- *Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$ называется __однородным__*
__тригонометрическим уравнением первой степени__.

1. **Если a=0, то уравнение примет вид $b\cos x = 0$**
   если b=0, то уравнение примет вид $a\sin x = 0$.
2. **Рассмотрим случай , где $a \neq 0 \quad b \neq 0$.**
   Разделим обе части уравнения на
   .

$$a\sin x + b\cos x = 0 \quad | : \cos x \neq 0; a \neq 0; b \neq 0$$

$$\frac{a\sin x}{\cos x} + \frac{b\cos x}{\cos x} = 0$$

$$a\,tgx + b = 0$$

$$a\,tgx = -b$$

$$tgx = -\frac{b}{a}$$

Делить обе части уравнения на одно и тоже выражение можно только в том случае, когда мы уверены, что это выражение нигде не обращается в нуль.

- ***Уравнение вида** $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ **зывается однородным <u>тригонометрическим уравнением второй</u> <u>степен</u>***

1. если $a = 0$, **то** $b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$

$$\cos x(b\sin x + c\cos x) = 0$$

2. если $a \neq 0$, **то делим на** $\cos^2 x$

,

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$$

$$a\,tg^2 x + b\,tg x + c = 0$$

решаем квадратное уравнение относительно тангенса.

Желаем успеха

в решении тригонометрических уравнений